15
Eina-e

Introducció als mercats i actius financers

Gestió de carteres de renda variable

Jordi Andreu Corbatón

[publicacions] urv

Introducció als mercats i actius financers

Eina-e, 15

Edita:
Publicacions URV

1a edició: Febrer de 2013
ISBN: 978-84-695-7097-5
Dipòsit legal: T-249-2013

Publicacions de la Universitat Rovira i Virgili:
Av. Catalunya, 35 - 43002 Tarragona
Tel. 977 558 474
www.publicacionsurv.cat
publicacions@urv.cat

Introducció als mercats i actius financers

Gestió de carteres de renda variable

Jordi Andreu Corbatón

[publicacions] urv

Tarragona, 2013

Índex de continguts

Pròleg

La joia no es pot polir sense fricció, ni l'home perfeccionar-se sense dificultats.
Proverbi xinès

L'objectiu principal d'aquest llibre és posar a disposició dels estudiants d'Economia, Finances, Administració i Direcció d'Empreses i titulacions afins un material de consulta en català que inclogui els elements clau de la gestió de carteres de renda variable. Així, en aquestes pàgines es pot trobar una introducció senzilla i breu, que fuig d'una excessiva matematització, de conceptes tan essencials en finances com inversió, rendibilitat, risc, diversificació o construcció de carteres.

Tot i que el públic objectiu d'aquest material és l'alumnat de ciències socials i que el llibre és fruit del treball que s'ha fet amb ells durant els meus darrers anys com a docent, en la redacció de cadascun dels capítols s'ha procurat que aquesta obra pugui ser entesa per qualsevol persona interessada en la inversió, en la borsa, en els actius financers..., tingui la formació que tingui. No hi ha prerequisits, ni coneixements previs necessaris per a aquesta introducció al fascinant món de les finances. Per aquest motiu al capítol 1 (i també a l'annex) es presenten i analitzen la gran majoria de conceptes i tècniques que són necessàries per entendre les finances actuals.

Un element importantíssim en finances és el concepte d'eficiència (capítol 2), a partir del qual s'articula una reflexió sobre la necessitat de gestionar carteres d'inversió, contraposant dues visions clàssiques i antagòniques: la inversió passiva (indexació) i la inversió activa.

Els que creuen en l'eficiència de mercat poden trobar tractats en aquest llibre (capítols 3-5) els models que permeten gestionar carteres de forma passiva, com els coneguts models de Markowitz i Tobin, que donen lloc al model de Sharpe i al model de valoració d'actius de capital (*Capital Asset Pricing Model*, CAPM). Aquestes aproximacions s'introdueixen amb detall al llarg del llibre, posant especial èmfasi en la concepció,

utilitzat i aplicacions del mètode, i deixant lleugerament de banda la seva argumentació i demostració teòrica.

Els inversors que no creuen en l'eficiència de mercat i sostenen que les ineficiències i anomalies s'apoderen de les cotitzacions dels diferents actius tenen unes pàgines dedicades a les diferents aproximacions, tècniques i estratègies de gestió activa. Fet això, es presta especial atenció a dues de les tècniques més conegudes i importants: l'anàlisi fonamental (capítol 6) i l'anàlisi tècnica (capítol 7). Aquestes dues eines han generat una indústria ingent al seu voltant, i és molt probable que un inversors se les trobi, en algun moment de la vida, quan hagi de decidir on invertir els seus estalvis.

Jordi Andreu Corbatón
www.classesdefinances.com
Reus, gener de 2013

1. Introducció a la gestió de carteres d'inversió

Qualsevol persona o institució es trobarà, al llarg de la seva vida, amb la necessitat de gestionar el seu patrimoni personal o el seu actiu o patrimoni net. Aquesta necessitat, en el camp financer, es converteix a la fi en l'obligació de gestionar «inversions» en actius financers i no financers i en la necessitat de construir carteres d'inversió. En les pàgines següents, presentem en primer lloc els conceptes bàsics que ens seran necessaris per entendre tot procés d'inversió i construcció de carteres, així com els objectius que perseguim amb aquesta construcció, i les diferents fases, metodologies i elements que s'han de tenir en compte en aquesta tasca. Finalment, dedicarem un espai als dos conceptes més importants en la gestió de qualsevol cartera, l'anomenat binomi rendibilitat-risc, així com a les diferents aproximacions que ens permeten mesurar aquests dos conceptes des d'un punt de vista matemàtic. Un dels objectius essencials d'aquest material és fugir de la complexitat matemàtica, de manera que s'ha reduït al màxim la formulació matemàtica, i s'ha confinat a l'annex informació addicional que pot ser necessària per entendre algunes de les fórmules o conceptes presentats en aquest material.

1.1 Inversió: conceptes bàsics

1.1.1 Inversió: un punt de vista macroeconòmic

Segurament el lector ha tingut l'oportunitat de trobar-se en ocasions anteriors amb l'equació econòmica bàsica que es relaciona a continuació, i que forma part de qualsevol curs o manual dedicat a macroeconomia [Mankiw (2007)]. Concretament, en un moment temporal (t), tenim que el consum (C_t) i la inversió productiva (I_t) han d'igualar la renda o producció total (Y_t), és a dir, que tot el que es produeix en un país o societat (Y_t) va dedicat al consum o, per contra, forma part de béns d'inversió.

$$Y_t = C_t + I_t$$

Analitzant l'expressió anterior,[1] trobem tres conceptes d'extrema importància que ens agradaria recordar aquí, ja que són la base per entendre a què ens referim quan parlem d'inversió i de crear i gestionar carteres.

- Renda o producció total (Y_t): considerem en primer lloc tota la riquesa (o producció) que es genera en un país o societat i l'agreguem. Aquesta renda total sumada s'expressa en l'equació a través de (Y_t).
- Consum (C_t): en segon lloc, considerem consum aquella part de la renda (riquesa o producció) que es dedica a la compra d'actius que es gasten o es destrueixen en el seu ús, i que proporcionen la satisfacció immediata d'una necessitat.
- Inversió (I_t): finalment, en contraposició al concepte de consum, la inversió productiva suposa la compra d'actius que no es gasten o destrueixen amb el seu ús (almenys no de manera immediata), que poden ser utilitzats almenys durant diferents exercicis o períodes per a finalitats productives. Per exemple, l'adquisició de màquines per tal de produir, la construcció d'una nau industrial, l'adquisició de vehicles comercials, etc.

D'altra banda, també és ben coneguda una altra expressió econòmica que assegura que, a escala de país, tota la riquesa (Y_t)es dedica a consum (C_t) o a estalvi (S_t), de manera que podem escriure l'equació com:

$$Y_t = C_t + S_t$$

De les dues expressions anteriors en podem concloure que, necessàriament, $I_t = S_t$, és a dir, que tota la inversió productiva que es realitza en un país ha d'anar finançada per l'estalvi d'algun dels agents que formen part d'aquella economia (o d'una altra). La inversió (I_t) productiva, finançada a partir de l'estalvi (S_t), serà la generadora d'un conjunt de productes d'inversió (de renda variable i renda fixa) que seran la primera matèria per a la construcció d'una cartera.

1.1.2 Inversió productiva vs inversió financera

Arribats a aquest punt, ens agradaria recordar la definició que fa P. Massé del concepte «inversió», extensament coneguda a la literatura. Concretament, Massé parla d'«acte a través del qual es produeix un canvi d'una satisfacció immediata i certa a què renunciem contra una esperança que adquirim i de la qual el bé en què invertim és el suport».

1 Aquesta expressió es pot completar amb la introducció d'impostos, transferències, i fent referència a la renda disponible, modificació que es pot trobar en qualsevol manual d'economia.

De la definició anterior de P. Massé se'n pot extreure que en tot procés d'inversió existeixen una sèrie d'elements importantíssims que hem de tenir molt en compte:

1. *Subjecte (inversor):* és la persona física o jurídica que pren la decisió d'invertir (renunciar a la satisfacció immediata) i que ha de subministrar els recursos líquids. Hi ha diferents entitats o subjectes que realitzen inversions de manera habitual.

a) Persones físiques: que disposen d'estalvi suficient i desitgen rendibilitzar-lo (individus, empresaris, autònoms que creen la seva empresa, etc.).

b) Persones jurídiques: empreses o societats (públiques o privades) que disposen de capacitat d'inversió i que participen en el mercat (real i financer) i corporacions governamentals (estat, comunitats autònomes, entitats locals, etc.).

2. *Objecte:* bé o béns sobre els quals es materialitza la inversió.

3. *Cost:* que inclou la despesa realitzada per adquirir l'actiu en qüestió i que és, com a mínim, la renúncia a la satisfacció present (cost d'oportunitat).

4. *Esperança:* «estat d'ànim que ens presenta com a possible el que desitgem». Hi ha, per tant, una esperança de recompensa en un futur (expectatives), que és essencial en tot procés d'inversió, ja que, si no existís, ningú no renunciaria a una satisfacció certa a canvi d'un risc.

5. *Temps:* període temporal durant el qual es produeixen els diferents cobraments i pagaments derivats de la inversió. Hem de recordar aquí que, en l'àmbit de l'estructura financera, era interessant fer l'anàlisi dels projectes d'inversió a través de l'estudi dels fluxos nets de caixa [Borràs i Cámara (2009)].

6. *Risc:* entenem risc com a «proximitat d'un dany», «possibilitat o probabilitat que les expectatives no es materialitzin i que es produeixin fets perjudicials per a la nostra posició». En l'àmbit econòmic, els fets perjudicials poden comprendre pèrdues, avantatges menors dels esperats, costos superiors.

Segons aquesta definició, la compra per part d'una empresa de maquinària, de patents, d'immobles, per produir és una inversió. També ho és la compra d'accions, o la subscripció d'un fons d'inversió per part d'una persona determinada, i fins i tot casos més extrems com el següent: imaginem que a una persona li encanta el golf, i que va a jugar dues vegades la setmana al camp que hi ha situat a la ciutat de Reus. Les despeses de compra de pals, el pagament de l'abonament de soci del camp, ho podem considerar una inversió? Segons la definició de Massé, la resposta és no. En canvi, si aquesta persona va al camp de golf per conèixer magnats i empresaris amb els quals pot entaular amistat per després convèncer-los que ha de ser el seu assessor financer, llavors, sí que podem considerar-ho una inversió, ja que aquesta persona està dedicant uns diners (que es podria gastar en pastes o en pujar al Dragon Khan per obtenir una satisfacció immediata) a adquirir una esperança de rendiment en un futur.

Veiem, per tant, que la definició de Massé permet entendre com a processos d'inversió moltes situacions. Dins de totes aquestes possibles inversions, ens agradaria ara parlar de dos grans grups, en funció de la finalitat i els instruments que s'utilitzin per realitzar-les:

Inversió real (inversió productiva): consisteix a vincular actius líquids (diners) a l'adquisició d'actius reals (materials o immaterials), que seran incorporats (en certa manera) a tasques productives concretes. Suposa, per tant, participar en l'economia real. Es poden posar diversos exemples, com la compra d'una determinada maquinària per produir, la inversió en patents, la compra o construcció i manteniment d'una fàbrica, etc. Aquest tipus d'inversions són les pròpies d'anàlisi en la branca de direcció financera, gestió financera o finances empresarials [Borràs i Cámara (2009)].

Inversió financera: consisteix a vincular els actius líquids (diners) a l'adquisició d'actius financers. Suposa participar en els mercats financers (i no en el mercat real) i posar els excedents de renda no consumits (l'estalvi) en actius que prometen un rendiment determinat en el futur. Podem posar com a exemple l'adquisició de títols emesos per institucions deficitàries (accions, obligacions, participacions preferents, quotes participatives, pagarés) o altres actius (futurs, opcions, *warrants*, etc.) Aquest tipus d'inversions seran les que analitzarem a fons en aquest material.

1.1.3 Característiques de les inversions financeres

Les inversions financeres presenten una sèrie de singularitats o particularitats respecte a les productives que ens agradaria ressaltar, ja que són essencials per entendre'n la seva importància dins de l'economia capitalista en què tots vivim:

- *Fraccionabilitat (divisibilitat):* mentre les inversions productives difícilment són fraccionables, les inversions financeres es poden considerar, a la pràctica, perfectament fraccionables. Encara que no puguem comprar una fracció d'un títol (no és possible comprar 0,3 accions de Telefónica), els actius financers solen tenir un reduït valor nominal, fet que permet més divisibilitat de les inversions financeres.[2] Al gràfic 1 es pot veure un cas d'aquesta realitat, amb els preus en dòlars de 15 accions que formen part del Dow Jones Industrial. A la taula, l'acció més barata val tan sols 10,79 $, mentre que la més cara arriba als 165,68 $. Per tant, la característica de divisibilitat permet treballar amb models i tècniques que consideren els actius, els preus, els rendiments, com a variables contínues, i no es cometen per això grans errors de càlcul ni d'aproximació.

2 Sempre hi ha excepcions. Per exemple, alguns actius de renda fixa a llarg termini presenten nominals molt importants (a partir de 50.000 euros). El fet que aquests actius vagin dirigits a grans inversors institucionals que disposen de milions d'euros fa que puguem considerar aquests actius com a fraccionables o divisibles per a aquest tipus d'inversor.

Gràfic 1. Components del Dow Jones Industrial

Acciones DOW JONES

Hoy | Semanal

TKR	Último	Dif.	Dif. %
AA	15,29	-0,10	-0,65
AXP	49,85	0,30	0,61
BA	72,12	-1,86	-2,51
BAC	10,79	-0,04	-0,37
CAT	100,15	-1,24	-1,22
CSCO	15,36	-0,16	-1,00
CVX	101,07	-0,52	-0,51
DD	51,32	-0,40	-0,77
DIS	38,31	-0,47	-1,21
GE	18,56	-0,25	-1,33
HD	34,93	-0,50	-1,41
HPQ	35,11	-0,20	-0,57
IBM	165,68	-0,54	-0,32
INTC	21,40	-0,27	-1,22
JNJ	66,07	-0,42	-0,63

Nota: 10 accions de l'índex Dow Jones Industrial. Gràfic extret d'Invertia.com.

- *Liquiditat:*[3] els actius financers són extremadament líquids, gràcies al fet que tenen a la seva disposició mercats secundaris[4] (o de negociació) on els inversors poden intercanviar els actius sense necessitat d'esperar que vencin. Si aquests mercats secundaris són desenvolupats (o molt desenvolupats), podem considerar que els actius financers són (en condicions normals)[5] totalment líquids, ja que són convertibles en diners al cap de pocs segons. A més, l'existència dels mercats de negociació permet al posseïdor d'una cartera d'actius financers conèixer en qualsevol moment el valor de realització (venda), fet que afavoreix un seguiment més continu de la inversió.

  Aquesta característica diferencia clarament les inversions financeres (altament líquides) i les productives, que presenten una liquiditat molt més reduïda (que obliga de vegades a vendre actius pel seu preu de liquidació si es vol fer la desinversió ràpida). Paradoxalment, uns dels elements més importants per a la liquiditat d'un actiu financer són els agents inversors (i especuladors) que

3 Facilitat que té un actiu per ser convertit en diners a través de la venda, sense que es produeixi pèrdua significativa del valor.

4 Mercats on els actius financers són negociats una vegada han estat emesos al mercat primari.

5 De nou hi ha excepcions, com els problemes de liquiditat i fixació de preus dels actius de renda fixa als quals es va assistir durant les diferents fases evolutives de la crisi *subprime*, amb la «desaparició *de facto*» del mercat interbancari i part del mercat de renda fixa davant la falta de confiança dels agents, fet conegut com a *credit crunch*.

negocien amb ell, ja que de la seva activitat en depèn la profunditat del mercat, així com la possibilitat de liquidació ràpida d'actius financers.

- *Diversificabilitat:* com a conseqüència de la característica de fraccionament, l'inversor que disposa d'un cert volum de recursos pot invertir-los en diferents actius i no només en un. Aquest fet permet realitzar i valorar diverses combinacions abans de seleccionar una determinada cartera i permet «no apostar tots els diners a un únic cavall», o «no posar tots els ous al mateix cistell». La diversificació és molt fàcil amb actius financers. Així, per exemple, un inversor podria gastar-se els 10.000 euros que té estalviats en accions de Telefónica (2.000 euros), en accions d'Apple.Inc (5.000 euros), i la resta en obligacions d'alguna petrolera o empresa d'energia, la qual cosa faria que els seus diners «s'escampessin» en diferents sectors, activitats empresarials, etc. La diversificació presenta avantatges clars des del punt de vista de rendibilitat ajustada al risc, ja que permet crear carteres menys arriscades mantenint un nivell determinat de benefici esperat, argument en el qual aprofundirem més endavant. La diversificació és un concepte clau en qualsevol procés d'inversió (i en finances) i permet diferenciar clarament una inversió financera i una de productiva. Així, en el cas exposat en aquest mateix punt, el nostre inversor pot distribuir fàcilment els seus diners en actius de diferents sectors econòmics, mentre que en les inversions productives, l'empresari es veu obligat a vincular una quantitat ingent de diners en una sola aposta empresarial.
- *Flexibilitat temporal:* la gran flexibilitat temporal que presenten les inversions financeres està relacionada directament amb la liquiditat. Les inversions financeres són molt més flexibles temporalment que les productives, fet que permet planificar-les, realitzar-les i ajustar-les a les necessitats temporals del subjecte inversor. D'aquesta manera es poden fer inversions financeres a curt termini (segons, minuts o hores, com ho fan els especuladors intradia), mitjà termini (mesos) o llarg termini (anys). D'altra banda, les inversions productives acostumen a comprometre a l'empresa per un període llarg de temps (vida útil de l'actiu), encara que és cert que es poden liquidar o vendre, situació que podria provocar certs problemes de liquidació. Posem un cas per acabar: un inversor pot comprar una acció del Banco Santander pensant de vendre-la al cap d'uns minuts si puja; doncs es pot comprar fàcilment al mercat secundari en pocs segons i tornar-se a vendre uns quants segons després si calgués, mentre que l'empresari que instal·la una fàbrica de tractament de residus no sol estar pensant en segons o minuts d'inversió, sinó més aviat en anys, ja que la vida útil dels actius l'obliga així.

1.2 Carteres d'inversió

1.2.1 Definició, components i objectius

El següent pas en el nostre procés d'aproximació a la teoria de la inversió serà determinar què entenem per *cartera d'inversió*. Podem definir cartera com «valors o actius que formen part de l'actiu, del patrimoni d'una persona (física o jurídica)». Una persona determinada pot posseir, per exemple, un pis que consisteix en el seu primer habitatge, un apartament a la platja, un fons de pensions per a quan es jubili, un conjunt de 5 accions que formen part de l'IBEX, un compte corrent en una entitat financera, un dipòsit a 2 anys, unes lletres del tresor, uns lingots d'or dipositats en una caixa forta... Tots aquests actius formen la cartera d'aquest inversor.

Com que en aquest material l'objectiu és centrar-nos en les inversions financeres, podem restringir la definició anterior i parlar de *cartera d'inversió financera*. Així, utilitzant Suárez (2005), definim cartera d'inversió financera (o cartera de valors) com «una determinada combinació de valors mobiliaris, adquirits per una persona física o jurídica, que passen a formar part del seu patrimoni».

Els actius que pot contenir una cartera d'inversió són molts i diversos (primeres matèries o *commodities* —petroli, or, plata—, actius financers —bons, obligacions, pagarés, accions, participacions preferents, divises, futurs, opcions—, actius immobiliaris, actius alternatius —béns de col·lecció, obres d'art—), però en aquest material ens centrarem en carteres d'inversió financera i, per tant, en tots els actius de naturalesa financera que podem incorporar a una cartera. A continuació, presentem una classificació molt coneguda i tradicional que ens permet entendre una mica a quin tipus d'actius ens referim quan parlem d'**actius, productes o instruments financers.** Seguint aquesta classificació, podem trobar tres grans grups d'actius financers:

1. *Actius de renda variable:* es parla d'actius de «renda variable» perquè no es coneix *a priori* el rendiment que aportaran a la cartera. Aquest tipus d'actiu atorga al comprador el dret a participar en l'entitat emissora de l'actiu a través de la figura de *soci* o *copropietari* (passa a formar part dels fons propis de l'entitat). L'inversor, com a soci, rebrà una renda variable (dividends) que depèn de la marxa, del bon o mal funcionament de l'entitat. Un cas típic són les accions. Així, si jo adquireixo accions de l'empresa Repsol, em converteixo en soci d'aquesta companyia, i el rendiment que obtindré d'aquesta inversió dependrà directament del funcionament de l'empresa i de la seva activitat econòmica.
2. *Actius de renda fixa:* es parla d'actius de «renda fixa» ja que es coneix *a priori* el rendiment que aportaran (o, almenys, es coneix la base que generarà aquest

rendiment).[6] En aquest cas, les unitats emissores d'actius de renda fixa donen a l'inversor la posició de *creditor* (i no de propietari). L'inversor presta diners a l'emissor de l'actiu i rep a canvi el títol justificatiu del préstec. En el moment de realitzar el préstec, els inversors coneixen els fluxos que generarà, uns fluxos que procedeixen bàsicament de l'interès pactat i de la devolució del nominal (que inclou les possibles primes amb les quals s'emeten els títols). Exemples típics d'aquest tipus d'actius són els bons i obligacions, lletres del tresor, pagarés, etc. Així, si jo com a inversor compro bons del tresor a 3 anys amb un rendiment del TIR = 4%, estic prestant-li a l'Estat espanyol uns diners (un préstec) i es compromet a remunerar-me'ls al 4% anual, i a tornar-me'ls al cap de 3 anys.

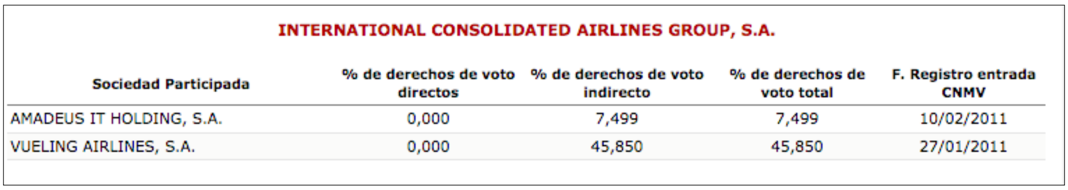
3. *Actius derivats:* no són actius financers purs, sinó que es construeixen sobre un actiu financer denominat *subjacent*. Són contractes (entre dues parts) que regulen una operació de compravenda sobre un actiu de referència (subjacent), operació que es farà en un futur. En el moment de formular el contracte, les parts determinen les característiques i condicions de l'intercanvi que s'haurà de realitzar en el futur. Aquest tipus d'actius apareixen amb la voluntat de permetre a les parts cobrir els diferents riscos que patien amb les seves operacions, però el desenvolupament ingent d'aquests actius i dels mercats en què cotitzen fan que avui en dia esdevinguin instruments clau en tot tipus de cobertura, inversió o especulació. Són actius derivats els futurs, les opcions, els *warrants*, els *swaps*, etc. Finalment, per acabar d'entendre el concepte de derivat, posem un exemple. L'agent A i l'agent B contracten un futur sobre el petroli a 3 mesos. L'agent A es compromet a comprar petroli d'aquí a 3 mesos, mentre que l'agent B es compromet a vendre-li aquest petroli. A més de la posició (compravenda) de cada agent, en el moment de realitzar el contracte a futur, s'estableixen també altres condicions: així, agent A i B es comprometen a intercanviar ni més ni menys que 100 barrils de petroli Brent, i intercanviar-los a un preu de 130 $ el barril. Acaben d'aquesta manera de contractar un futur sobre el Brent a 3 mesos.

Hem vist en la classificació anterior els diferents tipus d'actius financers que podem incorporar a la nostra cartera de valors, però ens podem preguntar ara amb quins objectius un agent pot decidir crear una cartera determinada, i construir-la utilitzant uns actius determinats. Així, els **objectius** que un agent pot perseguir a l'hora de construir una cartera d'inversió financera són:

6 Existeixen actius de renda fixa que contenen moltes característiques que podríem atribuir als actius de renda variable, de manera que podríem parlar-ne com a *actius de renda mixta*. Així, hi ha actius de renda fixa que, passat un període determinat, es converteixen en accions (per exemple, els bons convertibles), o que, tot i ser de renda fixa, tenen vinculada la remuneració dels inversors que han adquirit l'actiu a índexs de referència (Euribor, IPC, etc.) o, fins i tot, als beneficis de l'empresa (per exemple, les participacions preferents). D'aquesta manera, una classificació complementària a la proposada parlaria de títols de renda variable, renda fixa, *renda mixta* i derivats.

1. *Control (cartera de control):* en aquest cas, la compra d'actius financers té per finalitat aconseguir el control (o una participació important o significativa) dels òrgans de decisió de l'entitat que ha emès els actius. Un exemple clar seria l'adquisició del 51% del capital d'una empresa amb l'objectiu de disposar de la majoria absoluta de vots en el Consell d'Administració, fet que permet controlar les decisions que es prenen al si d'aquest consell. Al gràfic 2 s'estableixen les participacions significatives, és a dir, la cartera de control que l'empresa International Consolidated Airlines (ICA) té en Amadeus i Vueling. Com es pot veure, l'empresa ICA és propietària ni més ni menys que d'un 45,85% de Vueling, amb la qual cosa posseeix una part molt important dels vots i del control d'aquesta companyia.

Gràfic 2. Participacions significatives a l'empresa ICA



INTERNATIONAL CONSOLIDATED AIRLINES GROUP, S.A.

Sociedad Participada	% de derechos de voto directos	% de derechos de voto indirecto	% de derechos de voto total	F. Registro entrada CNMV
AMADEUS IT HOLDING, S.A.	0,000	7,499	7,499	10/02/2011
VUELING AIRLINES, S.A.	0,000	45,850	45,850	27/01/2011

Nota: Informació extreta de la CNMV.

2. *Rendibilitat i liquiditat:* l'objectiu principal de la majoria de carteres d'inversió financera no és influir en els òrgans de direcció d'una empresa, sinó canalitzar l'estalvi o tresoreria existent (evitant disposar de recursos monetaris ociosos) cap a actius financers que permetin obtenir un rendiment determinat, mantenint en la mesura del possible la liquiditat i evitant la pèrdua de poder adquisitiu que la inflació provoca. Podem parlar de diferents tipologies de cartera en funció del subobjectiu que persegueixin:
   a) *Carteres d'immunització davant la inflació:* es tracta de carteres que persegueixen rendibilitat i liquiditat però amb el propòsit principal d'eliminar els efectes erosius que genera la inflació, buscant aquells actius que evitin la pèrdua de poder adquisitiu i deixant en segon lloc, potser, actius que suposin més risc (i, per tant, més possibilitat de rendiment en el cas d'una inversió encertada). Són, per tant, carteres construïdes amb l'única preocupació d'aconseguir rendiments anuals que siguin iguals o superiors a la inflació.
   b) *Carteres de renda:* es tracta de carteres que persegueixen rendibilitat i liquiditat però amb visió a llarg termini, buscant la inversió duradora i continuada en el temps de l'estalvi de què es disposa. També hauríem d'exigir a aquestes carteres que igualin o vencin la inflació, ja que en cas contrari, l'inversor a llarg termini estaria perdent poder adquisitiu. La rendibilitat en

aquest tipus de carteres s'aconsegueix, bàsicament, amb una bona *estratègia d'asset allocation* (SAA) i amb actius financers que generin bon rendiment a través de cupons (interessos pagats) o dividends. També juguen un paper essencial en aquest tipus de carteres les cobertures de posicions a través de productes derivats, en estar la cartera exposada als moviments continus que suposa la inversió a llarg termini.

c) *Carteres especulatives:* es tracta de carteres que persegueixen rendibilitat i liquiditat però amb perspectiva de curt termini. La font principal de rendibilitat és la inversió (compra) i desinversió (venda) ràpida dels excedents monetaris amb l'objectiu d'aprofitar els preus volàtils i canviants dels diferents actius financers aprofitant l'operativa en mercats secundaris (o de negociació). Solen ser carteres que busquen rendibilitat a través de guanys de capital més que a través de rendes.

3. *Col·leccionisme:* era relativament habitual que alguns agents disposessin de carteres d'inversió financera únicament amb un esperit col·leccionista, com hi ha agents que col·leccionen cromos, segells, monedes, etc. Això derivava del fet que els actius financers eren representats per títols timbrats o segellats i amb una aparença realment atractiva per a col·leccionistes i curiosos. Aquest tipus de carteres s'han reduït extraordinàriament, si no han desaparegut totalment, des que la majoria d'actius financers ja no tenen suport paper, sinó que existeixen únicament virtualment a través d'anotacions en compte.
4. *Altres:* qualsevol altre objectiu que porti un inversor a confeccionar una cartera de valors. Podem anomenar l'objectiu d'*estar a la moda* (en moments de bombolla on tothom té cert actiu financer o no financer), *herència* (construir un patrimoni per a les generacions futures), etc.

1.2.2 Fases de construcció d'una cartera de valors

En el procés de formació d'una cartera de valors, podem establir diferents fases amb l'objectiu bàsic i final d'ajudar a construir la millor cartera possible per a un inversor en funció d'uns criteris establerts prèviament. La millor cartera pot significar coses diferents segons quin criteri s'hagi escollit: amb màxim rendiment, amb mínim risc, més diversificada, etc. La literatura financera tradicional, a partir de les idees de Markowitz (1952) i la seva teoria moderna de carteres (*modern portfolio theory*), convé considerar les millors carteres com aquelles que generen més rendiment per a un nivell de risc determinat (carteres eficients). Cada inversor, en funció de les seves característiques i tolerància al risc, escollirà entre totes les carteres eficients la que més s'adeqüi a les seves

necessitats i li ofereixi més satisfacció (cartera òptima). D'aquesta manera, i seguint l'aproximació de Markowitz i les ampliacions de la seva teoria fetes per Tobin, Sharpe, Mossin, Ross i Roll, entre d'altres, podem parlar que la *construcció d'una cartera d'inversió òptima* hauria de seguir les fases següents:[7]

1. *Anàlisi global* dels diferents actius financers existents, disponibles al mercat i susceptibles de ser adquirits. L'objectiu d'aquesta anàlisi no és altre que determinar quins actius poden ser incorporats a la cartera de valors i realitzar-hi una primera recerca d'informació. En aquest sentit, són de molta utilitat fonts d'informació com els webs dels diferents mercats financers, d'agents intermediadors (*brokers* o *dealers*), diaris, fonts d'informació especialitzats, organismes oficials, etc. Aquesta fase també ens serà útil per determinar quin model serà o és aplicable en la situació que hem d'analitzar i gestionar.
2. *Classificació dels títols (per risc i rendibilitat)*: aquest segon pas és essencial, ja que permet classificar la gran quantitat d'actius disponibles en grups atès el seu risc i rendibilitat (recompensa pel risc assumit). Una aproximació senzilla que ens pot ser molt útil és la ja presentada amb anterioritat (actius de renda fixa, variable i derivats), tot i que és recomanable representar els actius en l'eix esperança de rendiment–variància, marc d'estudi del model de Markowitz tradicional que s'analitzarà a fons més endavant en aquest material, i que ens ajudarà a tenir un mapa dels actius disponibles i del rendiment i risc que tenen associat.
3. *Combinació de títols i generació de carteres alternatives:* es tracta de combinar actius utilitzant diferents ponderacions i construir carteres d'inversió alternatives, cadascuna amb un rendiment i risc concret. Aquesta fase en la construcció d'una cartera òptima permet crear i representar l'univers d'inversió o conjunt de possibilitats d'inversió (CPI).
4. *Selecció de les millors carteres (determinació de la frontera eficient):* la fase anterior permet construir una multiplicitat de carteres alternatives que poden ser representades en el tradicional marc esperança-variància. Dins el conjunt de possibilitats d'inversió (CPI), és possible determinar aquells actius o carteres que són millors, que són eficients, és a dir, que ofereixen el rendiment més alt per a un nivell de risc concret. Les carteres que compleixen aquestes característiques (carteres eficients) se situen en una paràbola que Markowitz va anomenar *frontera eficient*.
5. *Selecció de la cartera «òptima» per a l'inversor:* en aquesta fase es presenta la necessitat d'escollir entre les diferents possibilitats «desitjables» situades dins la frontera eficient, aquella combinació que satisfà millor les peticions de ren-

7 Vegeu els models de Markowitz, Tobin, Sharpe i CAPM per a una aproximació completa i exemples de construcció d'una cartera òptima (capítols 3, 4, 5).

dibilitat-risc del client, les seves preferències, límits temporals i monetaris. Es tracta, per tant, d'escollir la cartera que se situï a la frontera eficient i que ofereixi la satisfacció més elevada a l'inversor. Això es fa, com veurem en el desenvolupament complet del model de Markowitz, a través de la utilització de funcions d'utilitat (corbes d'indiferència).

6. *Liquidació de la cartera:* finalment, l'últim pas en el procés de construcció d'una cartera d'inversió òptima és el de materialitzar la cartera, és a dir, realitzar totes les activitats i negociacions (compres, vendes, subscripció de fons, cobertures, etc.) necessàries per construir «físicament» la cartera, i passar del disseny teòric a la realitat pràctica.

Encara que l'aproximació de la *modern portfolio theory* és francament important i va permetre un gran avanç i sistematització del procés de construcció de carteres, en el moment històric en què vivim, caracteritzat per una gran globalització i incertesa, totalment dominat per la societat de la informació i el coneixement i la pressió competitiva salvatge del sistema capitalista, hem de reconsiderar les diferents fases de construcció d'una cartera, tot tenint en compte que existeixen dues grans aproximacions a l'hora d'invertir (gestió activa i passiva), i que s'han d'incorporar com a possibilitats en el procés de construcció d'una cartera d'inversió. A més, al nostre entendre, el client és el centre sobre el qual ha de pivotar la construcció i gestió de qualsevol inversió. Per tant, ens agradaria parlar de les següents fases en la construcció d'una cartera:

1. *Determinació del perfil de l'inversor (investor profile):* en aquest sentit, el perfil de l'inversor està definit per tres elements bàsics:
   a) Preferències: bàsicament de risc (σ) i, associada ineludiblement al risc, la rendibilitat esperada (E).
   b) Límits: bàsicament temporals (t) (és a dir, horitzó temporal) i financers (q), quantitat d'estalvis disponible per invertir.
   c) Altres característiques importants per al rendiment i risc final de la cartera d'inversió, com pot ser el component fiscal (f).

   D'aquesta manera, el perfil d'inversió d'un agent i la utilitat que una cartera li pot oferir (U) hauria de ser en funció d'aquests paràmetres:

$$U=f(\sigma, E, t, q, f)$$

2. *Anàlisi global (global analysis):* en aquesta fase es realitza l'anàlisi dels actius existents i realment disponibles en els mercats financers. Aquest estudi s'ha de fer guiat pel perfil de l'inversor, ja que les seves preferències de risc i rendibili-

tat, així com les seves limitacions temporals i financeres poden permetre acotar i excloure alguns mercats o actius. L'objectiu bàsic d'aquesta fase, de nou, és determinar quins actius estan disponibles i són més apropiats per a l'inversor. Hi ha una infinitat d'actius i mercats, així com ingent informació disponible i accessible a través d'Internet, diaris especialitzats, empreses proveïdores de dades i notícies, organismes oficials, etc. Un inversor o gestor ha de realitzar a consciència aquesta anàlisi inicial.

3. *Classificació de títols (asset classification)*: aquesta fase permet classificar la gran quantitat d'actius disponibles en diferents grups. Existeixen molts i variats criteris de classificació. Per exemple, es pot classificar segons el tipus d'actiu (renda fixa, variable i derivats), segons la capitalització (*small, medium, large capitalization*), segons procedència de l'actiu (emergents vs desenvolupats, per països, etc.), segons liquiditat (alta o baixa liquiditat), perspectives de creixement (*growth* vs *value*), etc. Les empreses especialitzades en inversió i banca privada solen tenir especialistes i departaments per tipus o classes de productes (taula de renda fixa, renda variable, traders en futurs, etc.). L'objectiu d'aquesta fase és disposar d'un *pool* d'actius catalogats i classificats en grups per a un ús posterior en la construcció de la cartera d'inversió.
4. *Definició de l'estratègia d'inversió (investment strategy definition)*: un cop es disposa de les característiques del client i dels actius disponibles (classificats convenientment), cal determinar l'estratègia d'inversió que guiarà la construcció i manteniment de la cartera. Aquesta decisió és clau i essencial i determina en gran manera el rendiment i risc que obtindrà i patirà un inversor. Podem parlar de dues grans aproximacions a l'hora d'invertir:
   a) Gestió passiva: si el gestor o inversor combrega amb la idea que els mercats presenten una eficiència informacional important,[8] creurà que és impossible batre'n el rendiment mitjà i apostarà per una estratègia passiva (de compra i manteniment de la cartera de mercat). És a dir, un inversor pot creure que és incapaç amb els seus coneixements d'obtenir més rendiment que l'S&P500, índex de referència del mercat americà, de manera que el que hauria de fer és «copiar» aquest índex. Aquest és el cas de molts fons d'inversió o plans de pensions, que segueixen una estratègia d'indexació o seguiment de mercats i índexs de referència. Encara que aquest tipus de gestió rep el nom de passiva, hem d'advertir que no ho és tant, ja que exigeix reponderacions i rebalanceig de la cartera d'inversió i el tractament correcte de la liquiditat, dels palan-

8 Vegeu el punt 2.3, dedicat a eficiència i hipòtesis del mercat eficient (HME).

quejaments, dels canvis de components de l'índex[9] i dels fets corporatius que són habituals (fusions, adquisicions, *splits*, dividends, etc.).

b) Gestió activa: si, per contra, l'inversor o gestor creu que l'eficiència informacional dels mercats no és total i que es presenten amb més o menys assiduïtat anomalies i distorsions de preus que poden ser aprofitades, apostarà per una estratègia d'inversió activa que tingui per finalitat superar el rendiment de la cartera de mercat. En aquest cas, és necessari i imprescindible establir i definir clarament l'estratègia o estratègies actives que pretenen ser executades i realitzar o disposar (si és possible) d'una anàlisi clara dels rendiments i riscos que aquestes estratègies suposen. Hem recalcat, en la frase anterior, el «si és possible», ja que moltes d'aquestes estratègies no disposen d'«historial de rendiment i risc» per la seva novetat, o perquè no s'han realitzat ni provat a una escala determinada. La gestió activa suposa sempre dipositar la confiança en les habilitats d'un inversor o gestor que creu poder vèncer el mercat amb una o diverses estratègies d'inversió concretes, més o menys comprovades i testejades estadísticament. Com menys fiabilitat estadística o de resultats presenti una estratègia, més suposarà una «aposta», encara que hem de recordar aquí que «rendiments passats no asseguren rendiments futurs», i que l'habilitat d'un bon gestor / inversor actiu es basa precisament en la capacitat d'adaptació de les seves estratègies a l'entorn canviant i complex en què ens movem. A la pràctica hem de ressenyar que la majoria d'inversors individuals (per desconeixement i per pressió comercial dels intermediaris financers), molts gestors professionals (potser per ego) i la majoria de fons d'inversió lliure (per definició) creuen possible vèncer el mercat i apliquen processos actius en la construcció de les seves carteres de valors, tot i que les estadístiques demostren que la majoria hauria d'aplicar una gestió passiva a la vista dels resultats obtinguts.

5. *Ponderació d'actius o strategic asset allocation (SAA):* una vegada s'ha escollit l'estratègia d'inversió, és el moment de determinar la ponderació que assignem a cadascun dels grups d'actius generats a la fase 3. Aquesta ponderació té una importància cabdal en els resultats que obtindrà la cartera, ja que un 80% del rendiment i el risc de qualsevol cartera es pot explicar per la SAA. En paraules més senzilles: la resta de fases de formació d'una cartera poden fer-se malament o francament malament, però si la ponderació d'actius s'ha efectuat correctament, el resultat obtingut per la cartera serà gairebé òptim. En carteres de gestió passiva, el perfil de l'inversor i el CPI determinaran les ponderacions que han de ser aplicades durant la fase SAA. Concretament, les ponderacions

9 Per a una introducció a la indexació, vegeu el punt 5 de l'Annex.

vindran determinades per la cartera òptima (aquella que se situï en el punt de tangència entre la frontera eficient —o la *capital market line* en el CAPM— i la funció d'utilitat que suposi més satisfacció per a l'inversor). En carteres de gestió activa, a més del perfil de l'inversor i el CPI, apareixen dos elements addicionals que són clau en la determinació de les ponderacions: l'estratègia concreta que aplica el gestor o inversor partint de les seves habilitats d'inversió, i el moment del cicle econòmic en el que ens trobem. Així, en carteres gestionades activament, el percentatge del patrimoni dipositat en actius de renda fixa o renda variable pot estar extremament influenciat per les perspectives d'evolució de l'economia o les capacitats de *market timing* del gestor.

6. *Selecció de títols (asset selection)*: una vegada s'han determinat les ponderacions que cada grup d'actius ha de tenir a la cartera, cal seleccionar els títols concrets que «omplen» la ponderació que estableix el *strategic asset allocation*. Es tractarà, per tant, d'escollir els títols que presenten millors característiques per ser utilitzats en el «farciment» de la cartera. Els «millors títols» ho són en funció de l'estratègia d'inversió que apliqui el gestor. En la gestió passiva, aquesta fase (que es realitza simultàniament amb l'anterior) consisteix a analitzar els títols concrets que permeten construir la cartera òptima. En la gestió activa, l'estratègia concreta d'inversió que apliqui el gestor determinarà quins actius es consideren millors. Així, en estratègies d'inversió basades en anàlisi fonamental seran els criteris de rendibilitat per dividend, PER o ROE els que permetran seleccionar els millors títols, mentre que en estratègies d'inversió basades en criteris tècnics, les mitjanes mòbils, l'RSI o els patrons gràfics ajudaran a definir el rànquing de favorits. Acabada aquesta fase, disposem de les ponderacions exactes que cada actiu ha de tenir dins de la cartera i de les ponderacions que cada grup d'actius ha de tenir-hi.
7. *Liquidació de la cartera (portfolio construction)*: un cop s'ha determinat des d'un punt de vista teòric la cartera idònia per a un inversor, és el moment de materialitzar totes les operacions que permetin construir a la pràctica aquesta cartera. Serà el moment de realitzar tots els tràmits legals, administratius i burocràtics que facilitin les adquisicions o alienacions d'actius, subscripcions, provisió de fons, etc.
8. *Seguiment del comportament de la cartera (performance measurement)*: un cop s'ha construït a la pràctica la cartera, no ha d'acabar aquí el procés. És essencial fer un seguiment de l'evolució de la cartera, tant en termes de rendiment com en termes de risc, seguiment que ens permetrà detectar possibles errors, així com adaptar la cartera als nous entorns i perspectives econòmiques o a noves circumstàncies personals de l'inversor. Juga un paper importantíssim tenir una referència que no

és altra que l'índex (en la inversió passiva) o una cartera de referència determinada o *benchmark* (per a la gestió activa), que sigui reflex no solament del mercat, sinó també de les característiques de rendiment i risc que té la cartera de l'inversor.

Exemple 1: Una vegada hem analitzat les diferents fases de construcció d'una cartera, és el moment de posar-les a la pràctica. Imaginem un inversor amb tolerància al risc baixa, amb necessitats dels seus estalvis d'aquí a dos anys, amb 10.000 euros per invertir, i cap característica especial en termes de fiscalitat. Creu fermament en nosaltres com a gestors, i en la nostra capacitat de batre el mercat, de manera que vol que realitzem una gestió activa de la seva cartera d'inversió financera. Amb aquestes dades és possible determinar el perfil de l'inversor (*investor profile*). El pas següent consisteix a analitzar els diferents actius disponibles en els mercats financers, i determinar quins actius poden ser més apropiats per a l'inversor. En funció del perfil i del període d'inversió hauríem de decantar-nos cap a la renda fixa, preferiblement a curt termini, i tal vegada una petita part de renda variable (en el nostre mercat existeixen els 5 actius de la taula següent). És el moment de classificar els actius detectats al mercat en funció d'un o diferents criteris. Imaginem que realitzem aquesta classificació en funció dels criteris que decidim més convenients i obtenim els resultats següents:

Actiu	*Tipus d'actiu*	*Rendiment esperat*	*Venciment*
Bons tresor	Renda fixa	TIR = 3%	3 anys
Lletres tresor	Renda fixa	TIR = 2%	1 any
Pagarés empresa	Renda fixa	TIR = 2,3%	1 any
TIMFON, SA	Renda variable	5% (per dividends)	No en té
FUCLANDS, SA	Renda variable	7% (per dividends)	No en té

Arribats a aquest punt, i tenint en compte que el client vol que li facin una gestió activa, és el moment de determinar quines estratègies concretes s'aplicaran en aquest cas. El gestor decideix que respecte a la renda fixa, s'invertirà bàsicament a llarg termini, ja que s'espera que baixin els tipus d'interès, fet que podria afavorir les posicions a llarg termini, i una part del patrimoni en actius de renda variable, part que no serà gaire important perquè l'economia no passa pel seu millor moment, i els preus de les accions se'n poden ressentir. Dins la renda variable, el gestor decideix premiar aquells actius amb més rendiment per dividend. Així, el gestor, després de fer els seus càlculs, decideix que la SAA apropiada per a l'inversor hauria de ser 80% de l'estalvi en renda fixa, i 20% en renda variable. Arribats a aquest punt, el gestor decideix que la selecció concreta d'actius que farà, en funció de la seva experiència, estudis estadístics i estratègies d'inversió concretes, és la següent:

Actiu	*Tipus d'actiu*	*Rendiment esperat*	*Venciment*	*Ponderació*
Bons tresor	Renda fixa	TIR = 3%	3 anys	70%
Lletres tresor	Renda fixa	TIR = 2%	1 any	10%
Pagarés empresa	Renda fixa	TIR = 2,3%	1 any	0%
			TOTAL	80%
TIMFON, SA	Renda variable	5% (per dividends)	No en té	2%
FUCLANDS, SA	Renda variable	7% (per dividends)	No en té	18%
			TOTAL	20%

Determinada la cartera que es considera òptima per a aquest inversor, és el moment d'obrir compte a un intermediari financer que ens permeti comprar els actius que desitgem per a la nostra cartera. Fet això, realitzarem les compres, pagarem les comissions corresponents, i serà tasca del gestor fer un seguiment periòdic del comportament de la cartera del client (*performance measurement*), per tal d'ajustar les ponderacions o canviar els actius, si cal.

1.3 El binomi rendibilitat-risc

Rendibilitat i risc són els dos paràmetres més importants de qualsevol cartera d'inversió, i de qualsevol cartera d'inversió financera. Abans, però, de començar l'anàlisi completa d'aquests dos paràmetres essencials, ens agradaria fer algunes reflexions prèvies:

La primera reflexió fa referència a la realitat que s'oculta darrere de l'aplicació i ús d'aquests dos conceptes. Analitzant els *estats possibles de la natura* als quals un inversor pot enfrontar-se a l'hora d'estudiar el binomi presentat, parlem de *tres estats* (o situacions) possibles:

1. *Certesa:* situació en què es coneixen els estats possibles d'una realitat (es coneix l'espai mostral) i es coneix, de tots els estats possibles, quin es donarà en el futur, ja que estem en un ambient pronosticable, cert i estable. Així, per exemple, si observem un caminant cec a punt de posar un peu en un clot del carrer, podem determinar amb certesa quin serà l'estat o resultat futur d'aquesta situació (caiguda). Si, per exemple, tirem una pedra a l'aire, sabem del cert quin serà el resultat o l'estat de la naturalesa, ja que les lleis de la física són certes i conegudes. En aquest mateix sentit, si realitzem una inversió en un ambient cert, coneixem amb exactitud quina serà la rendibilitat obtinguda.
2. *Aleatorietat (risc o probabilitat):*[10] situació en què es coneixen els possibles estats de la naturalesa però no és possible determinar quin estat concret es donarà en el futur, encara que es poden establir les probabilitats d'ocurrència de cada un dels estats de la naturalesa. Un exemple típic d'aquest tipus de situacions seria

10 Vegeu manuals d'estadística bàsica com Ruiz-Maya i Martin (2001), Martin-Pliego (2004), Martin-Pliego (2005) o Llorente *et alii* (2001) per a informació completa del tractament estadístic de l'aleatorietat.

el llançament d'un dau, d'una moneda, o la selecció d'una carta d'entre les que hi ha en una baralla de pòquer: no podem assegurar quin número (de l'1 al 6), quina cara (cara-creu) o quina carta sortirà, però es coneixen els diferents estats[11] possibles, així com les probabilitats associades a cadascun d'aquests resultats.[12] Són d'ús comú en aquesta situació variables aleatòries i funcions de distribució de probabilitat,[13] que ens ajuden a entendre la major o menor probabilitat de cada un d'aquests estats, i són aplicables els desenvolupaments estadístics de tractament clàssics com ara la variància, l'esperança, els contrastos d'hipòtesis. De la mateixa manera, si considerem que una inversió en borsa és equivalent a tirar una moneda a l'aire, podem determinar els resultats possibles (que pugi o que baixi un 10%, p. ex.) i les probabilitats d'ocurrència de cada estat (50-50%). Podríem modelitzar de manera més elaborada els rendiments procedents d'una inversió en borsa utilitzant una funció de distribució més complexa, per exemple una normal o una *t-student* (amb els seus paràmetres característics, així com la seva forma, asimetria i curtosi),[14] de manera que coneixeríem els resultats possibles, així com les probabilitats que es produeixi cadascun dels estats possibles. En aquest tipus de situacions, l'inversor obtindrà un rendiment en funció de l'estat de la naturalesa que es produeixi, estat que per definició és desconegut fins que es materialitza; desconeixement que genera, per tant, un risc.

3. *Incertesa:* situació en la qual no es coneixen els estats possibles, no es coneix quin estat es donarà en el futur, no es disposa d'informació suficient per establir probabilitats d'ocurrència o aquestes probabilitats són subjectives. Es tracta, sens dubte, de la situació més complicada d'analitzar. Aquest tipus de situacions, encara que poden existir com a tals, solen ser estats que no han estat prou investigats i que allò que els converteix en fets de naturalesa incerta sol ser, precisament, una manca d'anàlisi exhaustiva. Posem un exemple, si és possible extrem, d'aquesta situació. Imaginem un boig amb una pistola passejant-se pel carrer de qualsevol ciutat. Aquesta situació seria una situació incerta, ja que no es coneix quins estats són possibles (es dispararà ell, dispararà algú, es menjarà les bales, etc.), es desconeix quin estat es donarà i, fins i tot, si

11 Els resultats possibles d'una situació aleatòria es coneixen amb el nom d'espai mostral, que se sol representar amb la lletra omega (Ω). En el cas del dau solament són possibles els resultats $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$; en la moneda, solament són possibles els resultats $\Omega = \{\text{cara, creu}\}$; en la baralla de cartes, solament són possibles cadascuna de les cartes dels quatre pals existents. Els diferents estats de la naturalesa en aquests tres experiments són totalment coneguts.

12 Si considerem que ni el dau, ni la moneda, ni les cartes estan trucades, podem considerar que les probabilitats d'ocurrència de l'estat A, en cada cas, són les que estableix la regla de Laplace. D'aquesta manera, en el dau, la probabilitat de qualsevol cara serà $p(A) = 1/6$, o la probabilitat de cara o creu en la moneda serà $p(A) = 1/2$. Finalment, respecte a la probabilitat que surti una carta determinada de la baralla, podem assegurar que serà 1 partit pel nombre de cartes de la baralla.

13 Vegeu el punt 6 dedicat a les variables aleatòries dins l'Annex.

14 Vegeu el punt 2 dedicat a l'anàlisi estadística amb una variable a l'Annex.

s'intentés establir probabilitats d'ocurrència de cada estat, aquesta determinació de probabilitats seria totalment subjectiva. En aquesta situació extrema, si es disposés de més informació sobre el subjecte (historial mèdic, tractaments rebuts, crisis anteriors…), si es disposés, per tant, d'una anàlisi més elaborada, es podria, potser, convertir la situació en aleatòria.

Un cop presentades les diferents situacions amb les quals un inversor o gestor s'ha d'enfrontar, ens agradaria concloure suposant que en el món financer ens trobem amb situacions o estats aleatoris (o, en el pitjor dels casos, incerts convertibles a través d'una anàlisi exhaustiva en aleatoris), de manera que aquest ha de ser el nostre ambient natural de treball i, per tant, seran necessàries i essencials les eines estadístiques clàssiques per enfrontar-nos a aquesta realitat aleatòria.

La segona reflexió que volem exposar aquí fa referència al fet que, davant d'aquesta realitat aleatòria (o convertible en aleatòria), emergeix com a essencial el binomi que dóna nom a aquest punt del llibre, format per dos conceptes clau en l'anàlisi d'actius en general i en actius financers en particular. La importància i interrelació entre aquests dos conceptes és tal que se sol parlar de binomi rendibilitat-risc com un ens indissoluble i interdependent. Entrem més a fons en aquesta relació bàsica però fonamental. Quan parlem del binomi rendibilitat-risc, fem referència a la suposició que, en un mercat financer que funcioni correctament, a un risc més elevat hi ha de correspondre una esperança més alta de beneficis (més rendibilitat). Un inversor no col·locarà els seus diners en un actiu que suposi més risc llevat que li plantegi la possibilitat d'aconseguir més benefici. Els inversors, que, com veurem més endavant, solen ser aversius al risc, demanen que una inversió més arriscada estigui remunerada amb una prima, és a dir, amb un rendiment addicional per assumir aquest risc.[15] L'inversor, per tant, es troba pressionat per dues forces contraposades, que l'estiren en direccions contràries. D'una banda, existeix i s'apodera d'ell el desig (fins i tot el pecat de l'avarícia) d'obtenir més rendiment. De l'altra, sap que optar a més rendiment suposa assumir més risc, amb la incomoditat (gairebé odi) que provoca aquesta situació davant la possibilitat que el risc es materialitzi en una situació adversa (en una situació dolorosa).

La tercera reflexió fa referència al fet que rendiment i risc, binomi clàssic i essencial en el món financer, són i continuaran sent dos conceptes essencials sobre els quals es desenvoluparà la ciència financera. D'aquesta manera, l'enfocament sobre risc i rendibilitat que presentem aquí intenta ser ampli i englobador, recull aproximacions i anàlisis tradicionals, així com noves propostes fetes en els últims anys, i també deixa lloc a les que es poden presentar en el futur. Com a mostra d'aquest enfocament, presentem defi-

15 Empíricament hi ha estudis que posen en dubte la realitat d'aquesta afirmació bàsica i essencial en el cos doctrinal de les finances. Així, la hipòtesi racional «com més risc més rendiment» sobre la qual es basa en gran part la ciència financera, no sembla del tot clara a la llum dels estudis d'Ilmanen *et alii* (2004).

nicions generals i àmplies de rendiment i risc, contraposades a la majoria de definicions taxatives i restrictives que fan servir molts manuals financers:

- El rendiment (o rendibilitat) que genera un actiu determinat el definim com la «renda o fluxos generats per aquest actiu en termes absoluts o relatius». El rendiment d'un actiu financer en particular pot estar format per dos elements clau:
  - Fluxos derivats de la cessió (préstec) de diners que suposen la majoria d'actius financers: interessos (en els actius de renda fixa), dividends i rendiments assimilats (en els actius de renda variable).
  - Fluxos derivats de la compravenda de l'actiu financer: reben el nom de *guanys patrimonials* o *pèrdues patrimonials* i apareixen de la diferència entre el preu de compra i el preu de venda.
- El risc que suposa un actiu financer determinat es defineix com la «proximitat d'un dany» o «possibilitat o probabilitat que les expectatives no es materialitzin i que es produeixin fets perjudicials per a la nostra posició». Existeixen diferents tipus i classificacions de risc en funció de les fonts que el generen, classificació en la qual ens entretindrem més endavant en aquest material.

Posem un exemple que ens permeti acabar d'entendre les definicions que acabem de donar. Suposem que una inversora compra bons del tresor a 2 anys i accions de l'empresa CERSA en una ampliació de capital. En primer lloc, hem d'entendre que comprar bons del tresor suposa deixar uns diners al govern a canvi d'un rendiment promès, diners que seran retornats a la inversora en el termini de dos anys. En segon lloc, comprar accions de l'empresa CERSA suposa deixar a l'empresa uns diners perquè els inverteixi com li convingui, sense que el retorn dels diners s'hagi pactat en un principi. En tercer lloc, hem de preguntar-nos com obtindrà rendiment la compradora d'aquests actius financers. Fent cas de la definició, tota renda que provingui de la compra i possessió d'aquests actius serà considerada part de la rendibilitat. Per la cessió dels diners al govern, els bons del tresor paguen uns interessos que solen ser anuals, mentre que per la cessió dels diners a CERSA, aquesta empresa té per costum repartir part dels beneficis entre els accionistes en forma de dividends i, a més, enviar-los una cistella de Nadal cada 24 de desembre i un bitllet d'avió a Tenerife cada 24 de juny. Els fluxos derivats de la cessió del diner, és a dir, els fluxos que l'inversor obté pel fet d'haver deixat diners al govern i a CERSA, es componen dels interessos dels bons del tresor, dels dividends de l'empresa CERSA i de la valoració monetària de la cistella i el bitllet d'avió. Imaginem que els bons del tresor van costar 980 euros i que ara hi ha la possibilitat de vendre'ls per 990, mentre que les accions van costar 500 euros i ara tan sols en valen 495. Si la inversora vengués els actius financers, tindria uns guanys de capital de 10 euros dels bons i unes pèrdues de 5 euros de les accions. En total, el rendiment que prové

de la compravenda seria de 5 euros. En quart lloc, quins són els riscos que assumeix la compradora dels actius? La definició ens indica que podem considerar riscs totes les expectatives que poden no materialitzar-se. Així, per exemple, si el govern no paga els interessos, o no torna el nominal del bo al cap de dos anys, o si l'empresa no paga els dividends, o si CERSA fa fallida, es produirà una situació adversa i contrària a la nostra posició; es tracta, doncs, de diversos riscos que assumim i que aprendrem a classificar i valorar més endavant.

L'última reflexió que volem fer aquí fa referència al tipus d'anàlisi que es pot aplicar als conceptes de rendibilitat i risc. Així, ens agradaria distingir entre les anàlisis o estudis *exante* (*a priori*) i els *expost* (*a posteriori*), que suposen problemàtiques i aproximacions relativament diferents:

- *Exante* significa que no es coneixen les «dades reals» (preus o rendiments) de l'actiu que volem analitzar, ja que aquestes dades es refereixen al futur. Per exemple, si volguéssim fer l'estudi de la rendibilitat i risc d'un actiu per als anys 2050-2070, estaríem davant d'una aproximació *exante* o *a priori*, ja que en tractar-se de dades futures no se'n disposa encara. És, per tant, una estimació, una predicció, una previsió, una esperança. En aquestes situacions, la utilització de variables aleatòries o models matemàtics és necessària i adequada,[16] amb la relativa complexitat que això suposa. Així, aquí pren el màxim sentit la utilització d'eines com esperances, variàncies, variables aleatòries (normals, exponencials, Bernoulli, t-Student, etc.), contrast d'hipòtesis, models de regressió, moviments brownians, etc. Pel que fa a les aproximacions *exante* en economia i en finances en particular, una eina molt utilitzada i acceptada (en l'àmbit històric, teòric i pràctic) ha estat la suposició que la distribució de rendiments de les accions es podia considerar una distribució normal. Aquesta hipòtesi ha permès avenços importantíssims en la ciència econòmica, ja que la utilització de la funció de distribució normal simplifica els càlculs i presenta grans avantatges, en tractar-se d'una distribució molt coneguda, definible únicament amb dos paràmetres i amb variància finita. Tot i les innegables aportacions que ha suposat aquesta hipòtesi, hem de desconfiar d'aquesta suposició, i prendre-la com a punt de partida per a models molt més complexos. Empíricament, i més encara en els darrers anys, s'ha vist la dificultat de continuar assumint com a certa aquesta hipòtesi, i es treballa en l'ús d'hipòtesis més complexes i properes a la realitat de les sèries estadístiques financeres.[17]

16 Vegeu la relació de variables aleatòries més comunes a l'apartat 6 de l'Annex.

17 Hi ha molta literatura que afirma que els rendiments dels actius financers s'aparten significativament de la funció de distribució normal, i presenten cues llargues (*fat tails*), asimetries i curtosis importants [Rachev *et alii* (2005)].

- *Expost* significa que es disposa de «dades reals», de dades històriques o passades, ja que l'estudi es realitza una vegada ha acabat el període que es vol analitzar. Per tant, la utilització de preus o rendiments reals, d'informació efectivament realitzada o rebuda, permet un tractament més directe de la informació a través d'eines d'estadística descriptiva, encara que pot ser utilitzada també per confirmar models teòrics o contrastar l'aplicabilitat de variables aleatòries determinades. La disponibilitat de dades permet tant una anàlisi descriptiva com una estimació de «paràmetres poblacionals».

1.3.1 Rendibilitat

S'ha vist amb anterioritat que la rendibilitat que ofereix una inversió financera o una cartera d'inversió financera prové de dues fonts bàsiques: dels fluxos de la cessió (préstec) de diners i els fluxos derivats de la compravenda de l'actiu financer. Presentem a continuació una anàlisi més completa dels diferents elements que participen de les dues fonts de rendibilitat citades.

- Fluxos de la cessió de diners. Podem parlar que el rendiment estricte d'un títol o d'una cartera prové dels elements següents:
  - *Ingressos:* la possessió d'un actiu financer suposa, habitualment, la cessió de diners a l'emissor, diners pels quals s'ha de cobrar un preu. Així, el posseïdor d'una cartera d'actius financers tindrà ingressos derivats d'aquesta cessió com poden ser els cupons i interessos (en actius de renda fixa), i dividends, drets de subscripció preferent, primes d'assistència i altres fluxos assimilats (en actius de renda variable). Hem inclòs en aquesta definició totes aquelles rendes generades pels actius financers que tenen per objectiu remunerar el tenidor per la cessió del capital.
  - *Despeses:* la possessió o tinença d'una cartera genera, a part d'ingressos, una sèrie de despeses i pagaments que cal tenir en compte, ja que influeixen de manera important en la rendibilitat que obtindrà l'inversor. A continuació presentem alguns pagaments i costos derivats de la tinença d'actius financers, com a exemple dels pagaments i despeses més habituals:
    - *Despeses de manteniment i custòdia:* la cartera d'inversió està dipositada en una institució financera que té la seva custòdia, raó per la qual sol cobrar comissions de manteniment i custòdia.
    - *Comissions per operacions derivades de la possessió d'actius:* l'entitat que ostenta la custòdia també sol cobrar comissions per realitzar operaci-

ons de cobrament de dividends o cupons, primes d'assistència, drets de subscripció, etc.

- *Despeses de gestió:* si l'administració i gestió de la cartera la fan professionals, solen cobrar comissions i honoraris, o imputar una sèrie de despeses per la realització d'aquesta activitat. Aquest fet és molt clar en la gestió de productes d'estalvi i inversió com són els fons d'inversió o plans de pensions, però també són importants i s'apliquen en la gestió discrecional de certes carteres o en la banca privada.

- *Impostos:* un cost molt important que pateix tota cartera de valors és l'impacte de la fiscalitat. Els diferents règims fiscals i diferents trams tributaris s'han de tenir en compte, ja que tenen un impacte importantíssim en la rendibilitat final (neta) que l'inversor obtindrà del seu posicionament financer. Els cobraments de dividends, interessos, poden tenir retencions fiscals, fet que suposa un impacte fiscal important. Hi ha, d'altra banda, actius que presenten avantatges fiscals, o que són premiats en alguns moments des d'un punt de vista impositiu (fons de pensions, deduccions per habitatge habitual, etc.).

- Fluxos derivats de la compravenda de l'actiu financer (guanys/pèrdues patrimonials):
  - *Guanys o pèrdues patrimonials (plusvàlua o minusvàlua):* l'activitat de compravenda dels actius financers pot generar guanys o pèrdues patrimonials a causa de diferències entre el preu de compra (en mercat primari o secundari) i el preu de venda (mercat secundari). Si el preu de venda de l'actiu en un mercat secundari és superior al d'adquisició, es generen guanys de capital. En cas contrari, es produeixen pèrdues. Els guanys o pèrdues patrimonials són un element essencial en tota cartera, i poden suposar un gran impacte si la selecció d'actius no ha estat correcta o si cal liquidar les posicions abans del període temporal estimat.
  - *Despeses d'adquisició i venda d'actius:* les institucions financeres, en el seu paper d'intermediadores en els mercats financers, cobren comissions i cànons per l'activitat d'intermediació (compra/venda). Així, la majoria d'aquestes comissions i cànons presenten una part fixa (o mínims) més una part variable que depèn del volum econòmic de l'operació. En alguns actius financers (sobretot en actius derivats) i en estratègies d'inversió més complexes, el mercat o els intermediaris financers poden demanar garanties, diners que queden bloquejats mentre l'operació està oberta.
  - *Impostos:* igual que els fluxos derivats de la cessió de diners, les pèrdues i guanys patrimonials també estan afectats per la realitat d'un sistema fiscal

determinat. Cal tenir en compte l'impacte que la fiscalitat produeix o produirà sobre els rendiments derivats de la compravenda.

En l'àmbit matemàtic, hem de calcular la rendibilitat tenint en compte, precisament, les diferents fonts de cobraments i pagaments que s'han presentat en els paràgrafs anteriors. Deixant de banda, de moment, l'efecte de la fiscalitat en les operacions d'inversió,[18] podem calcular la rendibilitat utilitzant els elements ja presentats. Concretament, per a la determinació dels fluxos nets de caixa o *cash flows* utilitzarem:

- A: fluxos durant el període $[(t-1), t]$ derivats de la cessió de capital (del «préstec» a l'emissor).
- D: cobraments durant el període $[(t-1), t]$ derivats de la cessió del capital en actius de renda variable (dividends, drets de subscripció, primes d'assistència, etc.).
- I: cobraments durant el període $[(t-1), t]$ derivats de la cessió del capital en actius de renda fixa (cupons, interessos).
- C: pagaments durant el període $[(t-1), t]$ derivats de la possessió d'actius financers i del cobrament de D i I.
- $P_{(t-1)}$: pagament o preu d'adquisició de l'actiu en el moment $(t-1)$.
- P_t: preu d'amortització o preu de venta (o cotització) de l'actiu en el moment (t).
- $P_t - P_{(t-1)}$: guany o pèrdua patrimonial en (t). Els costos, comissions, cànons i despeses derivades de les operacions de compravenda d'actius els suposem inclosos en $P_{(t-1)}$ (major preu de compra al sumar els costos) i en P_t (menor ingrés per la venda a l'afegir els costos), respectivament.

Així, el *cash flow* derivat de la cessió del diner es pot calcular com: $A=D+I-C$, mentre que el *cash flow* derivat de la compravenda de l'actiu el podem resumir en: $P_t - P_{(t-1)}$.

Un cop definits aquests fluxos, és possible determinar la viabilitat (i la rendibilitat) d'una inversió a través dels criteris de valoració i selecció d'inversions clàssics. Així, els criteris estàtics i els criteris dinàmics[19] són d'especial utilitat en la determinació del benefici o pèrdua que genera una inversió financera. Encara que aquestes eines són plenament aplicables, en finances de mercat s'han desenvolupat algunes aproximacions específiques que tractarem en el següent punt.

18 Vegeu el tractament de fluxos en projectes d'inversió des d'un punt de vista financer a Borràs i Cámara (2009) o Suárez (2005).

19 Estàtics: flux net de caixa (FNC), flux net de caixa unitat invertida (FNCUI), flux net de caixa anual unitat invertida (FNCAUI) i *payback*. Dinàmics: valor actual net (VAN), taxa interna de rendibilitat (TIR) i valor final net (VFN) [vegeu Suárez (2005), Borràs i Cámara (2009)].

1.3.2 Càlcul de la rendibilitat

En el punt anterior s'ha fet referència a tècniques i eines per determinar la rendibilitat d'una inversió financera fent cas als conceptes i coneixements que el lector ja té d'altres assignatures. En l'àmbit de finances de mercat s'han desenvolupat algunes aproximacions pròpies i altres que ja són conegudes prenen noms o nomenclatura específica. En aquest punt presentem amb detall aquestes variacions, i també ens preocupem de vincular-les i relacionar-les amb tècniques, nomenclatura i conceptes que són tractats en mòduls de Direcció Financera o Gestió Financera. L'objectiu final no és altre que crear un marc global d'anàlisi i veure que les eines aplicades en la valoració de projectes d'inversió són plenament aplicables en l'anàlisi d'inversions financeres.

Abans de començar amb això ens agradaria fer dues puntualitzacions: la primera és que, per simplicitat, la majoria de manuals menyspreen l'efecte del terme (A) o no el tenen en compte en els càlculs de rendibilitat quan tracten de carteres d'inversió financera (aquest fet és especialment evident en el tractament d'actius de renda variable). Aquest menyspreu es deriva de la suposició que els costos de transacció són irrellevants, que la cartera no rep dividends (per tractar-se d'una anàlisi a curt termini) o que aquests són implícits (el preu de l'actiu «inclou» el dividend a mesura que s'acosta el pagament). En aquest material hem optat per presentar les dues versions: sense el terme (A) en la formulació inicial per tal que sigui comparable amb els manuals clàssics i amb el terme (A) en la versió completa. La segona puntualització és que, en les fórmules que es presenten a continuació, es considera que es realitza el càlcul de la rendibilitat d'una cartera en un moment (t) per a un període concret $[(t-1), t]$, fet que genera un rendiment amb una periodicitat (p) determinada. Així, $R_{c,t,(m)}$ és la rendibilitat aritmètica de la cartera (c), en el moment (t) amb periodicitat (p) i freqüència (m), periodicitat i freqüència[20] que venen donades pel període analitzat $[(t-1), t]$. Per simplificar la nomenclatura, el subíndex c no s'explicita a partir d'ara en la majoria del material.

Posem un exemple. Si una cartera de renda variable i fixa obté un rendiment aritmètic del 32% del juny del 2010 al gener del 2011, aquest rendiment es pot expressar de la manera següent:

$R_{c,\ t,\ (m)}=R_{c,01/2011,\ (2)}=32\%$, on t=01/2011 indica el moment temporal al qual es refereix la rendibilitat, i la rendibilitat obtinguda és de periodicitat semestral, ja que en un any hi ha dos períodes com els analitzats (m = 2).

Un segon exemple. Si una cartera de renda variable obté un rendiment logarítmic del 8% de l'1 de gener a l'1 de febrer del 2011, aquest rendiment es pot expressar de la manera següent:

20 Vegeu l'apartat 7 de l'Annex per a més informació.

$r_{c,\ t,\ (m)}=r_{c,01/02/2011,\ (12)}=8\%$, on t = 01/02/2011 indicaria el moment temporal en què es calcula la rendibilitat, i m = 12 indica els períodes analitzats que caben en un any, de manera que la periodicitat del rendiment és mensual.

Feta aquesta presentació, podem parlar de *4 mesures de rendibilitat*:[21]

1. *Rendiment absolut o rendibilitat absoluta:* es defineix com la diferència entre els valors (preus) d'una cartera en dos moments temporals diferents. Es tracta, doncs, d'una taxa de variació absoluta. Normalment, aquests valors fan referència al valor de compra o d'adquisició i al valor d'alienació o de mercat:

$$\Delta P_{t,(m)} = P_t - P_{(t-1)}$$

Com podem veure, aquesta *mesura de rendibilitat* és equivalent al *flux net de caixa (FNC) presentat en les assignatures de Direcció o Gestió Financera. Concretament:*

$$\Delta P_{t,(m)} = P_t - P_{(t-1)} = FNC_{t,(m)} = \sum_{j=0}^{j=1} Q_{(j+(t-1))}$$

I permet incloure de manera senzilla el terme (A) si cal. Així:

$$\Delta P_{t,(m)} = P_t - P_{(t-1)} + A$$

2. *Rendiment relatiu o rendibilitat relativa (rate of return):* fa referència a mesures de rendibilitat que comparen el valor de la cartera (o el rendiment absolut aconseguit) amb la inversió realitzada (o el valor de la cartera a l'inici de la inversió). Es tracta, doncs, d'una taxa de variació relativa. Existeixen diferents maneres de calcular aquesta taxa:

a) Índex de variació respecte al període anterior o rendiment brut (gross return):

$$GR_{t,(m)} = \frac{P_t}{P_{(t-1)}}$$

o incorporant el terme (A):

$$GR_{t,(m)} = \frac{P_t + A}{P_{(t-1)}}$$

b) Taxa de variació en el moment (t) o rendibilitat aritmètica (arithmetic return):

$$R_{t,(m)} = \frac{P_t - P_{(t-1)}}{P_{(t-1)}} = \frac{\Delta P_{t,(m)}}{P_{(t-1)}} = GR_{t,(m)} - 1$$

21 Veure taxa de variació a l'apartat 5 de l'Annex.

Aquesta taxa de variació és equivalent al FNCUI, criteri estàtic que és comú en la Direcció Financera,[22] i permet incorporar amb facilitat el terme (A).

$$R_{t,(m)} = \frac{A + \left(P_t - P_{(t-1)}\right)}{P_{(t-1)}} = FNCUI_{t,(m)} = \frac{\sum_{j=0}^{j=1} Q_{(j+(t-1))}}{Q_{(t-1)}}$$

La rendibilitat aritmètica és una de les mesures de rendibilitat més importants i utilitzades per la seva facilitat d'ús i interpretació. Tot i això, aquesta mesura presenta un inconvenient bàsic: no és una mesura additiva directament, ja que la rendibilitat presenta periodicitat (diària, mensual, setmanal, etc.). Si ens interessa una rendibilitat amb una periodicitat determinada, cal canviar de periodicitat a través de la fórmula coneguda habitualment gràcies a l'interès compost. Així, per exemple, per canviar d'una rendibilitat amb periodicitat (p) i freqüència (m) a una rendibilitat amb periodicitat (q) i freqüència (n), ho hem de fer així:

$$(1+R_{(m)})^{\mathrm{m}}=(1+R_{(n)})^{n}$$

Si disposem d'una rendibilitat mensual (freqüència $m = 12$) i volem passar a una rendibilitat anual (freqüència $n = 1$) ho haurem de fer com:

$$(1+\mathrm{R}_{(12)})^{12}=(1+R_{(1)})^{1}$$

c) Taxa de variació logarítmica en el moment (t) o rendibilitat logarítmica o geomètrica (logarithmic return):

$$r_{t,(m)} = \ln\left[\frac{P_t}{P_{(t-1)}}\right] = \ln P_t - \ln P_{(t-1)} = \ln\left[GR_{t,(m)}\right] = \ln\left(1 + R_{t,(m)}\right)$$

Incloent el terme (A) i tenint en compte que $GR_{t,(m)}$ i $R_{t,(m)}$ a la fórmula també hi inclouen el terme:

$$r_{t,(m)} = \ln\left[\frac{P_t + A}{P_{(t-1)}}\right] = \ln P + A_t - \ln P_{(t-1)} = \ln\left[GR_{t,(m)}\right] = \ln\left(1 + R_{t,(m)}\right)$$

La rendibilitat logarítmica és una mesura de rendibilitat molt utilitzada, sobretot en recerca financera, ja que presenta una sèrie de propietats que ajuden al seu ús matemàtic encara que la interpretació no sigui tan intuïtiva. Així, aquest tipus de rendibilitat permet el canvi de periodicitat de manera molt senzilla. Per tal de canviar d'una rendi-

22 Vegeu Suárez (2005).

bilitat logarítmica de periodicitat (p) i freqüència (m) a una altra rendibilitat logarítmica de periodicitat (q) i freqüència (n), es pot fer de la manera següent:

$$r_{(m)} = n \cdot r_{(n)}$$

Imaginem que disposem de les rendibilitats logarítmiques mensuals ($r_{(12)}$) i volem calcular l'anual ($r_{(1)}$). N'hi haurà prou de multiplicar la taxa mensual per 12 (nombre de mesos que hi ha en un any).

$$r_1 = 12 \cdot r_{12}$$

Per acabar aquest punt dedicat al càlcul de la rendibilitat, ens agradaria fer una petita reflexió i un exemple de càlcul de les diferents metodologies presentades. La reflexió fa referència a l'ús de l'arsenal matemàtic presentat en estudis *exante* i *expost*. La metodologia presentada pot ser utilitzada en estudis *expost*, amb una mostra determinada de dades reals d'un actiu o cartera. Per a estudis *exante* caldrà tractar els elements constituents de la rendibilitat com a variables aleatòries (si no es coneixen amb certesa), i aplicar l'aproximació estadística correcta per a l'anàlisi de la variable aleatòria resultant; l'esperança poblacional és normalment l'estimador adequat per al rendiment, aproximable a partir de la mitjana mostral.

I, finalment, l'exemple. Imaginem que fa un any (2009) vam comprar accions de Telefónica per valor de 10 euros l'acció. Durant el període en el qual hem mantingut les accions, han generat un dividend de 0,60 euros l'acció, i la companyia, actualment, està valorada en 16 euros (2010). En segon lloc, l'empresa dipositària de les accions ens ha cobrat 0,10 euros en concepte de dipòsit anual per cada acció. Ens proposem aleshores calcular la rendibilitat obtinguda per aquesta operació a través de les diferents aproximacions presentades. Concretament:

1. Rendiment o rendibilitat absoluta:

$$\Delta P_{2010,(1)} = P_{2010} - P_{2009} + A = 16 - 10 + (-0{,}1) = 5{,}9$$

2. Rendiment o rendibilitat relativa:

   i. Rendiment brut: $GR_{2010,(1)} = \dfrac{P_{2010} + A}{P_{2009}} = \dfrac{16 - 0{,}1}{10} = 1{,}59$

   ii. Rendibilitat aritmètica:

$$R_{2010,(1)} = \frac{A + \left(P_t - P_{(t-1)}\right)}{P_{(t-1)}} = \frac{-0{,}1 + (16 - 10)}{10} = 0{,}59 = 59\%$$

   iii. Rendibilitat logarítmica:

$$r_{2010,(1)} = \ln\left[\frac{P_t + A}{P_{(t-1)}}\right] = \ln\left[\frac{16 - 0.1}{10}\right] = 0{,}46$$

El que hem presentat fins ara és especialment útil en estudis *expost*, quan es disposa d'una mostra de dades a partir de les quals podem calcular les fórmules anteriors. En el cas dels estudis *exante*, és necessari tractar les mesures de rendibilitat com a variables aleatòries i, per tant, caldrà estimar-ne els paràmetres característics.[23] Com ja s'ha comentat alguna vegada, sol ser habitual en l'anàlisi de carteres i d'actius de renda variable suposar que el rendiment segueix una distribució estadística normal, de manera que els dos paràmetres essencials hauran de ser estimats (esperança i variància). Així, per determinar el «rendiment» de la cartera, haurem de calcular-ne el rendiment esperat. Per exemple, ens podria interessar calcular la rendibilitat aritmètica esperada $E(R_{t,(m)})$ d'una cartera determinada en un moment concret (t). Com ja se sap, l'estimació més adequada d'aquest paràmetre es fa a través de la mitjana mostral de la variable de la qual volem calcular l'esperança, concretament:

$$E(R_{t,(m)}) \approx \overline{R} = \frac{\sum_{t=1}^{t=n} R_{t,(m)}}{n}$$

1.3.3 Risc

En el punt anterior hem vist que hi ha moltes tècniques i eines per determinar la rendibilitat d'una inversió financera. En aquest punt tractarem les fonts de risc i com la seva classificació, encara que sigui conceptualment, permet separar i entendre els riscos als quals estem subjectes com a inversors. El risc és el segon element clau del binomi rendibilitat-risc i es converteix en un paràmetre essencial quan es tracta de la formació, selecció o gestió de carteres de valors. Podem entendre risc, com ja s'ha vist anteriorment, com «la proximitat d'un dany» o com «la probabilitat que les expectatives no es materialitzin i que es produeixin fets perjudicials per a la nostra posició», en aquest cas, financera. Existeixen *diferents fonts de risc*, de manera que se sol parlar de *diferents tipus o classes de risc:*

1. *Risc de mercat:* risc produït per fluctuacions en el valor de mercat d'una posició, és a dir, el fet que un actiu ara estigui a 10 euros i pugui baixar a 3 suposa un risc de mercat. Aquest tipus de risc deriva de la incertesa o aleatorietat respecte al futur que porta els agents a no coincidir en el preu que ha de tenir un actiu, fet que es tradueix en moviments de preus a l'alça i a la baixa. El risc de

23 Vegeu l'apartat 6 dedicat a les variables aleatòries dins l'Annex.

mercat, en actius de renda variable, podem considerar que està format per dos elements clau:

a) *Risc sistemàtic* (o anomenat també *risc de mercat*): provocat per canvis en el valor de mercat produïts per fluctuacions generalitzades en els mercats. Aquestes fluctuacions solen basar-se en factors globals, com a factors macroeconòmics, d'entorn, polítics, etc.

b) *Risc específic:* risc derivat de canvis en el valor de mercat d'un actiu causats per factors que afecten específicament aquell actiu. Dins d'aquest risc, podríem incloure-hi el risc operatiu de l'empresa (derivat de la seva activitat comercial) i el risc financer (derivat de la situació de palanquejament financer). També com a fonts de risc específic podem trobar el risc d'errades tècniques o humanes (risc operatiu),[24] el risc d'errades de sistemes informàtics (risc operatiu tecnològic) i el risc d'errades humanes «a propòsit» o risc ètic (fraus, actuacions irregulars, etc.). Exemples de factors específics que afecten un títol en concret són la cúpula directiva i modificacions que se'n facin, errades en els processos productius, canvis en l'entorn microeconòmic, modificacions de l'accionariat, notícies referents a judicis, multes o penalitzacions a l'empresa.

2. *Risc de tipus d'interès:* risc derivat de les fluctuacions en el valor de mercat d'una posició de renda fixa, fluctuacions que han de ser causades per canvis en els tipus d'interès. Hem de recordar que una modificació de tipus d'interès afecta el preu d'un actiu de renda fixa i, per tant, la rendibilitat que s'obté en cas de venda.[25] Un exemple és la caiguda del preu dels bons del tresor d'un país quan les seves autoritats monetàries anuncien i apliquen una pujada del tipus d'interès oficial.
3. *Risc creditici:* risc derivat de l'incompliment de l'obligació de pagament per part de la contrapartida en actius de renda fixa, és a dir, per part de qui ha rebut els diners de l'inversor. Aquest tipus de risc és analitzat per les empreses de qualificació creditícia o de ràting, que estableixen una «nota» en funció de la bondat de l'emissor o, el que és el mateix, la major o menor probabilitat que l'emissor sigui incapaç de complir els pagaments pactats per la cessió del capital. Un exemple d'aquest risc seria el cas que l'empresa Hipofonixa, SA, que ha emès obligacions a 10 anys de nominal 10.000 euros, no torni aquests diners als inversors que hi han dipositat la confiança i els estalvis passats els 10 anys d'inversió pactats. Aquest risc es pot dividir en dos grans conceptes:

24 Compte de no confondre'l amb el risc operatiu comentat anteriorment, ja que presenten el mateix nom però fan referència a conceptes diferents.

25 Vegeu l'apartat dedicat a la valoració de rendes financeres dins el punt 7 de l'Annex.

a) *Risc d'impagament o default:* risc derivat de l'incompliment de pagament per part de la contrapart, tant si és en el temps com en la forma o en la quantitat.

b) *Risc de disminució de la qualitat creditícia o downgrading:* risc produït per una caiguda en el preu de l'actiu a causa d'un empitjorament de la qualitat creditícia de l'emissor de l'actiu. El mercat, davant l'increment del risc percebut, exigeix una taxa de descompte més alta, és a dir, un rendiment superior a l'actiu, fet que s'aconsegueix amb la conseqüent caiguda del preu.

4. *Risc país:* risc derivat de l'incompliment de l'obligació de pagament per part de la contrapartida (risc de crèdit) quan aquesta contrapartida és el govern d'un estat. Aquest risc va agafar més importància en els casos d'impagament del deute argentí (2001) i la possibilitat d'impagament del deute grec i altres països de l'Eurozona (2010-2011).
5. *Risc de canvi (o risc divisa):* risc derivat de les fluctuacions en els preus de les divises d'actius (emesos en divisa) que formen part de la nostra cartera. Un exemple seria el fet que la baixada del dòlar penalitza la valoració d'unes accions d'Apple (en dòlars) que vam comprar al mercat americà, independentment del que hagi fet l'empresa en aquest mercat.
6. *Risc polític:* fa referència al fet que un país, govern o regió determinada canviï les seves polítiques, amb el perjudici econòmic que això pot produir en les empreses que hi inverteixen i en els inversors que posseeixen interessos al país. Aquest risc es pot traslladar ràpidament a fluctuacions del tipus de canvi, de manera que es podria entendre també com una font de risc de canvi. Un exemple de risc polític podrien ser les inestabilitats de govern, de legislació, cops d'estat, guerres, etc.
7. *Risc de liquiditat:* risc derivat del cost de tancar una posició en períodes curts de temps.
8. *Risc operatiu (en una cartera):* risc derivat d'errors en els sistemes informàtics (a vegades es parla de risc operatiu tecnològic), en els sistemes de control de risc o errors humans en l'execució de les transaccions o en el control de la cartera. Posem un exemple: al juliol del 2010 un operador borratxo, Steven Perkings, operador a la societat PVM Oil Futures, va decidir comprar en dues hores 7.125.000 barrils de petroli, una quantitat equivalent a un terç de la producció de l'Organització de Països Exportadors de Petroli (OPEP). Va ser durant la nit del 29 al 30 de juny, fet que va provocar una pujada del barril dels 71 dòlars als 73,5 $. En desfer la posició, el preu va caure a 69 dòlars i l'operador va ser acomiadat.

9. *Risc legal:* risc derivat de l'incompliment dels termes del contracte per part de la contrapartida. Imaginem que contractem amb un altre operador una operació a futur (actiu derivat) sobre 100 barrils Brent de petroli. En aquest cas, nosaltres ens comprometem a vendre 100 barrils a un preu determinat d'aquí a 3 mesos, i l'altre agent a comprar aquests actius al preu pactat. Passats els 3 mesos, l'operador amb el qual tenim signat el contracte a futur diu que és incapaç de fer front a l'obligació pactada, ja que s'ha arruïnat. Es tractaria, doncs, d'un incompliment dels termes del contracte, i el risc legal s'hauria materialitzat.
10. *Risc d'imatge:* risc derivat d'una disminució de la reputació de certa entitat. La pèrdua de credibilitat o d'imatge és molt important en qualsevol empresa, fet que es pot traduir en pèrdues de valor en els mercats, o fins i tot en crisis de confiança que poden portar a la ruïna certes empreses. Així, per exemple, les entitats financeres i bancàries han de tenir molt en compte aquest risc, ja que una pèrdua d'imatge important pot portar els seus clients a retirar en massa diners de l'entitat, la qual cosa en provocaria la caiguda i fallida.
11. *Risc d'inflació:* relacionat amb l'impacte negatiu que té la inflació sobre la nostra cartera. Com ja s'ha indicat anteriorment en aquest mateix material, la inflació provoca una pèrdua de poder adquisitiu que un inversor ha de tenir en compte com a risc.

1.3.4 Mesures de risc

Un cop entesos els diferents tipus de risc, no és difícil intuir que hi ha diversos instruments de mesura depenent del risc que vulguem analitzar. Així, les eines per gestionar el risc de crèdit o de tipus d'interès en actius de renda fixa són molt diferents de les utilitzades per mesurar el risc de mercat en actius de renda variable, o per delimitar el risc legal o operacional. En aquest punt, farem una breu introducció a algunes de les mesures de risc de mercat més habituals i més utilitzades en la literatura i en la pràctica financera:

1. La variància (desviació estàndard): és la mesura de risc clàssica i més utilitzada, i s'aplica principalment amb l'objectiu de mesurar riscos de mercat (en sentit ampli). El seu ús s'ha generalitzat per la suposició (ja presentada amb anterioritat) que els rendiments dels actius financers de renda variable segueixen una variable aleatòria normal i, per tant, són analitzables a través de dues mesures bàsiques (esperança i variància). La variància mesura la dispersió dels valors d'una variable respecte a la seva mitjana. En el nostre cas, s'utilitzarà per mesurar la dispersió de les rendibilitats respecte a la rendibilitat mitjana. D'aquesta manera, s'entén que aquell actiu que presenta més variabilitat

en els seus rendiments és més arriscat, ja que genera més incertesa sobre quin serà el seu rendiment final. La relativa senzillesa de càlcul i la seva interpretació intuïtiva han fet de la variància la mesura més utilitzada en l'àmbit teòric i empíric, i una peça essencial en qualsevol model econòmic. Com tota eina, presenta limitacions o inconvenients. Així, la variància perd potència en si mateixa si ens allunyem de les distribucions normals, i conceptualment tracta de manera idèntica les «dispersions positives» (que generen beneficis) i les «dispersions negatives» (que generen pèrdues).

En l'àmbit d'*estadística descriptiva* (aproximació mostral, útil en estudis *expost*), la variància mostral[26] (S^2) de la rendibilitat aritmètica ($R_{t,(m)}$) d'un actiu o cartera es defineix com:

$$S^2 = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\left(R_{t,(m)} - \overline{R}\right)^2$$

i la desviació estàndard mostral (S) com l'arrel quadrada de la variància mostral ($S=\sqrt{S^2}$), en què:

- (n): nombre de dades de rendibilitat de la mostra analitzada.
- ($R_{t,(m)}$): rendibilitat aritmètica de l'actiu (o cartera) en el moment t, amb freqüència m, i amb $t = 1 \ldots n$.
- $\overline{R}$: mitjana aritmètica de les rendibilitats aritmètiques del període analitzat.

En l'àmbit d'*inferència estadística* (aproximació poblacional, útil per a estudis *exante*), la variància que s'utilitza és la variància poblacional σ^2 i la seva desviació estàndard associada ($\sigma=\sqrt{\sigma^2}$). Aquests paràmetres han de ser estimats a través de les dades mostrals, i per això el millor estimador és la quasivariància. Recordem que se suposa que existeix, a escala poblacional, una variable aleatòria que regeix els rendiments, i que els rendiments concrets de la mostra no són més que realitzacions concretes d'aquesta variable. A escala matemàtica, estimarem la variància poblacional a través de la quasivariància així:

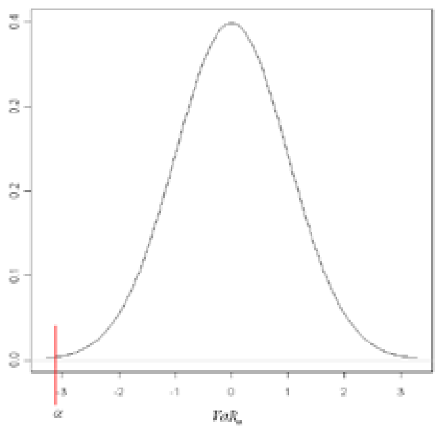
$$\sigma^2 \approx S^{*2} = \frac{1}{n-1}\sum_{t=1}^{n}\left(R_{t,(m)} - \overline{R}\right)^2$$

i la desviació estàndard associada: $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

2. El VaR (*value at risk*): es tracta d'una mesura de risc desenvolupada en els darrers anys a partir del RiskMetrics de JP Morgan [Riskmetrics (1996)]. A causa de la gran acceptació d'aquesta mesura per la comunitat financera i els acords de Basilea, s'ha convertit en habitual i molt coneguda tant en l'àmbit acadèmic com professional. Tot i

26 Per a més informació, vegeu l'anàlisi estadística amb una variable, punt 2 de l'Annex.

així, en els darrers anys, i a causa de la crisi financera derivada de les hipoteques *subprime*, el seu ús i fama han disminuït de manera important, ja que les regulacions bancàries derivades d'aquesta mesura no van ser capaces d'evitar el col·lapse financer mundial. El *value at risk* determina les pèrdues esperades màximes en un horitzó temporal en condicions normals de mercat amb un nivell de significació donat. D'aquesta manera, l'enfocament del VaR és conceptualment diferent del de la variància, ja que es fixa més en les pèrdues que en la dispersió. Posem un exemple: un VaR setmanal $VaR_{\alpha=0,05} = 6\%$ significa que, en l'horitzó temporal d'una setmana, i en condicions normals (és a dir, en un 95% dels casos), la pèrdua màxima que pot patir la cartera (o actiu) és del 6%. Imaginem que es disposa d'un actiu (o cartera) i s'estableix la distribució de les seves rendibilitats (logarítmiques o aritmètiques) en forma d'histograma, i s'utilitzen per a la construcció del gràfic dades reals. Si el nombre de rendibilitats de què disposem és prou ampli, l'histograma presentarà gairebé un relleu continu que representarà (estimarà) la funció de distribució de probabilitat que hi ha darrere els rendiments analitzats. Així, l'histograma es podria assemblar a la figura que presentem a continuació. El VaR (Value at Risk) és el valor que deixa a la seva esquerra un α% determinat dels pitjors resultats (rendiments) i a la seva dreta la resta $(100 - \alpha\,\%)$ dels millors rendiments que l'actiu ha obtingut en el període analitzat (o pot obtenir, si estimem els valors poblacionals a través de les dades mostrals). El VaR és, per tant, un quantil[27] de la distribució (mostral o teòrica). En la majoria de manuals es presenta el VaR com un quantil de la funció de distribució de probabilitats; per tant, es defineix de manera teòrica en el camp de les variables aleatòries i de la inferència estadística. Suposant que els rendiments $(r_{t,(m)})$ són rendibilitats logarítmiques (també seria possible amb aritmètiques), que (α) és el nivell de significació, $f(x)$ la funció de densitat de probabilitat de la rendibilitat logarítmica i F la funció de distribució acumulativa, definim VaR formalment com:



$$P\left(r_{t,(m)} < -VaR_{\alpha}\right) = \alpha = \int_{-\infty}^{-VaR} f(x)dx = F\left(-VaR_{\alpha}\right)$$

27 Vegeu l'apartat 2 de l'Annex.

Per entendre una mica millor l'aproximació al risc que ens permet el VaR, posem de nou un altre exemple. Un banc d'inversió té una cartera amb un VaR diari del 10% a un nivell de significació de l'1%, és a dir, $VaR_{\alpha=0,01}=10\%$. Què indica aquesta informació? Com s'ha vist anteriorment, el VaR és aquell valor (quantil) que deixa a la seva esquerra l'1% dels pitjors resultats que la cartera pot obtenir en un dia (període temporal de referència). Aquesta mesura de risc ens indica, per tant, que la pèrdua màxima diària que pot patir la cartera en «condicions normals» és del 10%. Però compte, ja que aquesta pèrdua màxima únicament és vàlida per al 99% dels casos, és a dir, per a l'interval de confiança que ens representa en aquest cas les «condicions normals». Hi ha d'haver llavors dies (únicament l'1% si el VaR està ben calculat i aplicat) en què la pèrdua de la cartera serà superior a aquest 10%.

Els *avantatges* que suposa el VaR i que l'han convertit en una eina molt utilitzada són els següents:

i. És una mesura que se centra en les pèrdues; per tant, complementària a la variància.
ii. Permet calcular el risc global d'una cartera, per molt complexa que sigui, i és una mesura englobadora de les diferents fonts de risc que la cartera pot contenir (mercat, tipus d'interès, divisa, etc.).
iii. Permet el seguiment i la comparació del risc a través del temps.
iv. Introdueix la noció de probabilitat i horitzó temporal en la definició de risc.

És fàcilment comunicable i interpretable.

Com qualsevol mesura, té *inconvenients o punts foscos:*

i. El VaR, en la majoria dels casos, no és una *mesura coherent*. Que no sigui coherent vol dir que, si no hi ha normalitat, el VaR no recull bé la diversificació. Així, podria ser que, en incrementar actius en una cartera intentant obtenir els avantatges de la diversificació, el VaR creixés en lloc de decréixer.
ii. El VaR és una mesura massa aglutinadora i, per tant, simplificadora.
iii. No presenta el pitjor escenari possible, de manera que no és una mesura fiable en condicions extremes de mercat.

Un cop s'ha comentat la definició de VaR, els avantatges i inconvenients, és moment de preocupar-nos de com hem de calcular aquesta mesura en l'àmbit financer. Encara que no és l'objectiu d'aquest material aprofundir en aquest aspecte,[28] assenyalarem que existeixen *quatre mètodes bàsics*:

a) *Mètode paramètric o analític (VaR normal):* basat en la hipòtesi bàsica de normalitat dels rendiments dels actius. Encara que aquesta aproximació és relati-

28 Vegeu Peña (2002) o Jorion (2001) per a una anàlisi completa del Value at Risk.

vament senzilla, presenta bons resultats en carteres simples que no contenen actius derivats ni posicions palanquejades. És una de les aproximacions més generals i utilitzades, encara que presenta alguns problemes derivats de la hipòtesi de partida. Com a avantatges podem destacar la simplicitat de càlcul; com a inconvenients, que no és una mesura fiable en contextos de no-normalitat.

b) *Mètode de la simulació històrica:* Aquest mètode estudia les pèrdues i guanys que hauria experimentat un actiu o cartera si l'haguéssim posseït en el passat utilitzant dades històriques. Si, per exemple, es vol determinar el VaR diari d'una cartera d'accions americanes amb un nivell de significació del 5%, es procediria de la manera següent. En primer lloc, es calcularia la rendibilitat que hauria tingut la cartera en el passat, prenent, per exemple, les dades diàries dels anys 2000-2005. En segon lloc, es representarien gràficament els rendiments a través d'un histograma. Finalment, es buscaria el valor que acumulés a l'esquerra el 5% dels valors (nivell de significació). Aquest valor seria el VaR. Com a avantatges podem destacar que no s'han de fer supòsits ni hipòtesis de partida; com a inconvenient principal, que el mètode suposa probabilitat d'ocurrència zero per a les pèrdues superiors a la pèrdua màxima històrica, i subestima, per tant, el risc real.

c) *Simulació estocàstica o de Montecarlo:* podem interpretar aquest mètode com a combinació dels mètodes anteriors. Així, partint d'uns supòsits sobre la distribució dels rendiments, es generen milers d'escenaris hipotètics i es calculen els rendiments de la cartera en aquests escenaris. El segon pas consisteix a generar l'histograma i determinar-hi el VaR. Com a avantatges del mètode, podem destacar la potència de simulació d'escenaris; com a inconvenients, el «risc de model», en suposar un comportament per als paràmetres que pot ser fals.

d) *Mètodes híbrids:* aquest tipus de mètodes combinen els tres anteriors, intentant utilitzar els avantatges de cada un i limitar-ne els inconvenients. Podem destacar la simulació per Montecarlo i històrica conjuntament o la simulació històrica ponderada.

3. *Altres mesures de risc:* en els punts anteriors hem fet referència a dues mesures de risc de mercat (variància, i VaR) i a una mesura que pot servir per mesurar el risc global d'una cartera (VaR). Aquestes mesures són aplicables també a la mesura d'altres riscs, però la quantitat de mesures de risc existents i que no citem aquí és immensa. Així, hi ha eines i models específics per mesurar riscs operatius, de divisa o de crèdit, com es veurà més endavant en aquest material, eines que van molt més enllà dels objectius d'aquest material. En els últims anys s'han desenvolupat simultàniament al VaR altres mesures com la teoria del valor extrem, el *conditional value at risk* (CVaR)

o l'*expected shortfall*, que val la pena citar aquí. En general, podem dir que qualsevol mesura de dispersió[29] d'una variable és susceptible de ser considerada com una mesura de risc, encara que algunes mesures de dispersió puguin no ser del tot adequades per mesurar riscs d'actius financers. Per a una anàlisi exhaustiva de les diferents mesures de risc existents, pensem que és interessant consultar Pedersen i Satchell (1998), així com qualsevol manual de gestió de riscos.

1.3.5 Diversificació: repercussions sobre una cartera d'inversió financera

En punts anteriors es va comentar que una de les característiques essencials de tota inversió financera era les possibilitats de diversificació que permetia. Diversificar, si fem cas del diccionari, significa «fer diversa una cosa». D'aquesta manera, aplicant el concepte als nostres propòsits, diversificar una cartera de valors consistirà a fer-la diversa, heterogènia, variada. El procés de diversificació genera avantatges importants que ens remeten de nou al binomi rendibilitat-risc que ja ha estat analitzat. Diversificar té un impacte essencial en aquest binomi, com veurem a continuació.

Comencem per un exemple. Imaginem un castell assetjat per tropes enemigues. Aquest castell, per mantenir adequadament els soldats que hi combaten i el defensen amb dents i ungles, ha de rebre aliments. Però els combats fan difícil l'abastament de la fortificació, que resisteix a la part alta d'un turó. Arribat el moment, es plantegen dues estratègies per fer enviar les provisions necessàries al castell.

La primera opció consisteix a preparar un únic comboi amb tots els queviures de què disposem i fer-lo passar per una ruta lateral, que, encara que sigui perillosa, sembla que podria servir per arribar al castell. El comboi sortirà a les 3 de la matinada perquè s'estima que la probabilitat de ser interceptat baixa fins al 40%. D'aquesta manera juguem totes les nostres opcions a una carta: o tot, o res. La segona opció consisteix a dividir el comboi en cinc o sis combois diferents, que sortirien a diferents hores i que intentarien arribar al castell per rutes totalment oposades. Un dels camins proposats arriba al castell pel nord, mentre que la segona ruta ho fa pel sud, la tercera és la lateral per on volíem enviar el comboi únic, etc. La probabilitat que un comboi sigui interceptat en cadascuna de les rutes depenent de l'hora de sortida és diversa, del 10% al 50%. Quina és la solució òptima al problema si volem reduir al màxim el risc que l'enviament no arribi a bon port i assegurar-nos un determinat abastament?

Sembla que el més sensat seria dividir el comboi en diferents caravanes, de manera que, en cas que una fos assaltada o atacada, els enemics no capturarien tots els queviures de què es disposa. L'estratègia que es considera més adequada seria la de «no posar tots els ous al mateix cistell». Formalment, seria possible establir una combinació de combois que permetés reduir al màxim la probabilitat que el carregament fos interceptat mentre

29 Vegeu les mesures de dispersió dins el punt 2 de l'Annex.

es manté un proveïment correcte. Aquesta idea simple és, precisament, la que persegueix i desenvolupa la diversificació d'una cartera de valors. L'únic que separa l'exemple de l'aplicació financera és una demostració matemàtica i unes quantes definicions.

Arribats a aquest punt, cal puntualitzar que una diversificació òptima no consistirà a crear una cartera variada a tort i a dret, sinó que una bona diversificació exigeix cert coneixement matemàtic i estadístic. No es tracta únicament de comprar pantalons i samarretes de diferents colors, patrons i estils, sinó d'adquirir una varietat adequada que s'adapti a les nostres necessitats i que ens afavoreixi. Tot i això, també és cert que fins i tot una mala diversificació sempre és millor que una concentració excessiva en actius concrets.

Classes de diversificació

Hi ha diferents maneres de fer variada una cartera de valors. Podem optar per construir aquesta cartera combinant accions de diferents indústries, de diferents empreses o, fins i tot, incorporant altres actius com lletres o bons del tresor (en la fase del *strategic asset allocation*). Diversificant s'aconsegueix reduir la variabilitat dels resultats d'una inversió; per tant, el risc. Això es deu al fet que els preus dels actius individuals no es comporten de manera idèntica, ja que en un moment concret un actiu pot pujar, mentre que un altre baixa. Aquesta relació entre preus se sol estudiar a través de dos paràmetres d'anàlisi bivariant molt coneguts: la covariància i el coeficient de correlació.[30] Es poden classificar *les estratègies de diversificació* en *dos grups* clarament diferenciats:

1. *Diversificació vertical:* consisteix a fer variada una cartera utilitzant diferents *tipus o classes d'actius* (actius financers, immobles, *commodities*; centrant-nos en actius financers: actius de renda variable, fixa, derivats, etc.). És l'objectiu bàsic perseguit en la fase del *strategic asset allocation*. Així, una cartera de renda variable pot ser diversificada verticalment incorporant lletres del tresor, bons, futurs sobre l'or o el petroli, etc. Aquest tipus de diversificació permet reduir el risc específic de la cartera, i també modular l'impacte del risc sistemàtic d'un mercat (o classe d'actiu) determinat en variar les ponderacions dels components de la cartera.
2. *Diversificació horitzontal:* consisteix a fer heterogènia una cartera utilitzant actius d'una classe similar. Així, per exemple, si es vol diversificar una cartera de renda variable es poden incorporar accions de diferents empreses, sectors o països. La difersificació horitzontal d'una cartera de renda fixa s'aconsegueix incorporant actius de diferents emissors, venciments, ràtings, etc. Aquest tipus de diversificació permet disminuir el risc específic, en substituir instruments financers concrets per altres de similars o equiparables en algunes característiques.

30 Vegeu l'apartat 3 d'anàlisi estadística amb dues variables dins l'Annex.

1.3.6 Diversificació: desenvolupament estadístic

En aquest punt analitzem amb detall els avantatges de tot procés de diversificació, avantatges que ja s'han començat a presentar en aquest material. Des d'un punt de vista estadístic, i a peu de fórmula, és fàcil entendre com la diversificació produeix reduccions de risc i permet un control adequat del rendiment obtingut per una cartera.

Com s'ha presentat amb anterioritat, una manera de mesurar el risc d'un actiu o cartera és a través de la variància (o la desviació estàndard). S'ha optat per utilitzar aquesta mesura a partir d'ara per realitzar el desenvolupament matemàtic d'aquest punt, ja que és l'aproximació clàssica, encara que es podrien utilitzar altres mesures de risc de manera similar. Les rendibilitats utilitzades en el desenvolupament són les aritmètiques, que també són les rendibilitats que s'han utilitzat habitualment en els desenvolupaments clàssics. El desenvolupament seria similar amb rendibilitats logarítmiques sempre que tendissin a les aritmètiques. De vegades, a curt termini, aquesta convergència pot no produir-se, però a llarg termini sí que sol ser habitual.

En el desenvolupament que presentem a continuació, se suposa que la cartera està formada per n = N classes o tipus d'actius, encara que també presentarem el cas particular en què està formada per n = N = 2. En aquesta situació simplificadora, els actius seran els actius A i B, amb els rendiments aritmètics associats a cada actiu en el moment (*t*) representats per $R_{A,t}$ i $R_{B,t}$. S'ha optat per no incloure la periodicitat ni la freqüència en les rendibilitats, en un intent de simplificar la nomenclatura, tot i que sabem que la nomenclatura completa hauria de ser $R_{A,t,(m)}$, $R_{B,t,(n)}$. Se suposa que es desconeixen els preus que han donat lloc a aquests rendiments (*exante*), de manera que es poden considerar les rendibilitats dels actius en general, i de A i B en particular, com a variables aleatòries.

Es defineix $W_{i,t}$ com la quantitat invertida en l'actiu (*i*) en tant per unitat respecte al total de la cartera en el moment (*t*), $W_{A,t}$ és la quantitat invertida en l'actiu A (en tant per unitat) en el moment (*t*), i $W_{B,t}$ la quantitat invertida en l'actiu B en el moment (*t*).

Així, podem suposar que en una cartera determinada tenim 1.000 accions de Telefónica, SA i 10.000 accions del Banco Santander. Si, per exemple, el preu de les accions de Telefónica és de 18 euros i el preu de les accions del Banco Santander és de 8 euros, podem dir que disposem de dues tipologies d'actius (Telefónica = actiu A; Banco Santander = actiu B), i de les ponderacions següents:

$$w_{A,t} = \frac{1.000 \cdot 18}{(1.000 \cdot 18 + 10.000 \cdot 8)} = 0{,}18\,;\ w_{B,t} = \frac{10.000 \cdot 8}{(1.000 \cdot 18 + 10.000 \cdot 8)} = 0{,}82$$

Respecte a una cartera, es pot concloure que el rendiment de la cartera $R_{c,t}$ formada per diferents actius en les proporcions $w_{i,t}$ és la que es presenta a continuació.

$$R_{c,t} = \sum_{i=1}^{N} w_{i,t} R_{i,t} = w_{1,t} R_{1,t} + w_{2,t} R_{2,t} + \ldots + w_{N,t} R_{N,t}$$

amb $\sum_{i=1}^{N} w_{i,t} = 1$

Concretament, si suposem que solament tenim dos actius (A i B) amb les ponderacions $w_{A,t}$ i $w_{B,t}$:

$$R_{c,t} = \sum_{i=1}^{N} w_{i,t} R_{i,t} = \sum_{i=1}^{2} w_{i,t} R_{i,t} = w_{1,t} R_{1,t} + w_{2,t} R_{2,t} = w_{A,t} R_{A,t} + w_{B,t} R_{B,t}$$

s'interpreta la fórmula de la manera següent. El rendiment d'una cartera no és més que la suma de les rendibilitats de cada actiu ponderades pels diners invertits en cada actiu (en tant per unitat). En el cas particular que la cartera es compongui únicament dels actius A i B, serà la suma ponderada de la rendibilitat dels dos únics actius de què disposem.

Cal recordar aquí que $\sum_{i=1}^{N} w_{i,t} = 1$, és a dir, que la suma de les ponderacions dels diferents actius dins de la cartera ha de ser u. És a dir, que si disposem d'una cartera de 3 actius (A, B, C), si l'actiu A suposa un 0,25 (25%) de la cartera i l'actiu B un 0,5 (50%), l'actiu C ha de suposar necessàriament el 0,25 (25%) restant.

Com que parlem de variables aleatòries,[31] té tot el sentit parlar de la rendibilitat esperada, o esperança, és a dir:

$$E[R_{c,t}] = \sum_{i=1}^{N} w_{i,t} \cdot E[R_{i,t}] = w_{1,t} \cdot E[R_{1,t}] + w_{2,t} \cdot E[R_{2,t}] + \ldots + w_{N,t} \cdot E[R_{N,t}]$$

Per la seva banda, el risc que tindria aquesta cartera mesurat per la variància seria:

$$\sigma^2(R_{c,t}) = \sigma^2\left(\sum_{i=1}^{N} w_{i,t} R_{i,t}\right) = \sum_{i=1}^{N} w_{i,t}^2 \, \sigma^2(R_{i,t}) + 2 \cdot \sum_{i=1}^{N} \sum_{j>1}^{N} w_{i,t} \, w_{j,t} \, \sigma(R_{i,t}, R_{j,t}) = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} w_{i,t} \, w_{j,t} \, \sigma(R_{i,t}, R_{j,t})$$

En el cas de posseir únicament dos actius (A i B):

$$\sigma^2(w_{A,t} R_{A,t} + w_{B,t} R_{B,t}) = w_{A,t}^2 \cdot \sigma^2(R_{A,t}) + w_{B,t}^2 \cdot \sigma^2(R_{B,t}) + 2 w_{A,t} w_{B,t} \sigma(R_{A,t}, R_{B,t})$$

on $\sigma(R_{i,t}, R_{j,t})$ és la covariància entre els rendiments dels diferents actius, i $\sigma(R_{A,t}, R_{B,t})$ la covariància de l'actiu A i B en particular.

Una formulació alternativa és en funció del coeficient de correlació lineal (ρ):

$$\sigma^2(w_{A,t} R_{A,t} + w_{B,t} R) = w_{A,t}^2 \cdot \sigma^2(R_{A,t}) + w_{B,t}^2 \cdot \sigma^2(R_{B,t}) + 2 \cdot w_{A,t} \cdot w_{B,t} \cdot \rho_{A,B} \cdot \sigma \;(R_{A,t}) \cdot \sigma \;(R_{B,t})$$

31 Vegeu l'apartat 6 dedicat a les variables aleatòries dins l'Annex.

Es pot observar en la formulació que el risc de la cartera no és únicament la suma dels riscos dels diferents actius, sinó que hi ha, a més, la influència d'un paràmetre que no havíem esmentat fins ara, la covariància (o, en la formulació alternativa, el coeficient de correlació lineal). Això té un efecte importantíssim en la diversificació. Quan parlem de diversificació correcta, fem referència a la necessitat de combinar els diferents tipus d'actius dins d'una cartera tenint en compte la covariància que mantenen entre si, és a dir, com es comporten simultàniament els preus dels actius en qüestió.

L'ideal, vist aquest resultat, seria combinar actius que presentessin una covariància negativa de manera que el risc global de la cartera disminuís en aparèixer aquest sumand amb signe negatiu. Encara que tot és possible, en la realitat no és gens fàcil trobar actius que estiguin negativament correlacionats. Llavors serà adequat combinar actius que mantinguin la menor covariància possible (si pot ser, zero o propera a zero).

Des d'un punt de vista operatiu, arribats a aquest punt, cal recordar que haurem d'estimar les variàncies i covariàncies dels actius a través de les diferents metodologies existents, per tal d'intentar determinar empíricament les variàncies i covariàncies poblacionals a partir d'una anàlisi descriptiva de les dades d'una mostra concreta. Vegem-ho amb un exemple.

Exemple 2.

Imaginem una cartera composta per dos tipus d'actius (A i B). La rendibilitat esperada per a l'any 200x per a cadascun dels actius és la següent: $E\left[R_{A,200x}\right] = 30\%$ i $E\left[R_{B,200x}\right] = -2\%$. En segon lloc, sabem que les ponderacions que suposa cada actiu dins de la cartera són $w_{A,200x} = 0{,}2$ i $w_{B,200x} = 0{,}8$. Respecte al risc, s'han estimat les variàncies i covariàncies següents: $\sigma^2(R_{A,200x}) = 0{,}02$, $\sigma^2(R_{B,200x}) = 0{,}042$ i $\sigma\ (R_{A,200x}, R_{B,200x}) = 0{,}0025$. En aquesta situació, l'esperança de rendiment de la cartera i la seva variància serà:

$$E\left[R_{c,200x}\right] = \sum_{i=1}^{N} w_{i,t} \cdot E\left[R_{i,t}\right] = 0{,}2 \cdot E\left[R_{A,200x}\right] + 0.8 \cdot E\left[R_{B,200x}\right] = 0{,}044$$

$$\sigma^2(R_{c,200x}) = 0{,}2^2 \sigma^2(R_{A,200x}) + 0{,}8^2 \sigma^2(R_{B,200x}) + 2 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}8 \cdot \sigma(R_{A,200x}, R_{B,200x}) = 0{,}02848$$

Exemple 3.

S'analitza a continuació un exemple per entendre adequadament el concepte de rendiment i risc d'una cartera utilitzant algunes dades reals. Es disposa de dos actius (A i B) i dels seus preus mensuals durant l'any 2001. Es demana determinar el rendiment i el risc d'una cartera formada per un 30% de l'actiu A i un 70% de l'actiu B per a l'any 2001.

Pas 1. Anàlisi de la informació bàsica

Sabem que la quantitat invertida en l'actiu A és $w_{A,t}=0{,}3$ (30% del valor de la cartera), mentre que la invertida en l'actiu B és $w_{B,t}=0{,}7$ (el 70% que queda).

Pas 2. Càlcul de la rendibilitat de la cartera

Per al càlcul de la rendibilitat de la cartera, cal determinar el rendiment de cada títol en el període analitzat. El fet que tinguem dades reals (*expost*) simplifica el càlcul, ja que podem tractar-les directament sense necessitat de recórrer a variables aleatòries. Les rendibilitats aritmètiques mensuals, així com la rendibilitat anual del títol, es calculen com:

$$R_{A,2001}=\frac{20{,}6-11{,}3}{11{,}3}=0{,}823\ (82{,}3\%)$$

ACTIU A

Any	*Mes*	*Preu*	*Rendibilitat aritmètica (mensual)*
2001	Gener	11,30 €	
2001	Febrer	13,40 €	0,186
2001	Març	14,50 €	0,082
2001	Abril	15,50 €	0,069
2001	Maig	16,30 €	0,052
2001	Juny	18,50 €	0,135
2001	Juliol	18,70 €	0,011
2001	Agost	17,90 €	−0,043
2001	Setembre	22,30 €	0,246
2001	Octubre	22,10 €	−0,009
2001	Novembre	19,30 €	−0,127
2001	Desembre	20,60 €	0,067
			Rendibilitat anual
			0,823

ACTIU B

Any	*Mes*	*Preu*	*Rendibilitat aritmètica (mensual)*
2001	Gener	5,30 €	
2001	Febrer	5,90 €	0,113
2001	Març	4,80 €	−0,186
2001	Abril	5,30 €	0,104
2001	Maig	6,40 €	0,207
2001	Juny	6,90 €	0,078
2001	Juliol	6,20 €	−0,101
2001	Agost	7,20 €	0,161

2001	Setembre	6,20 €	−0,139
2001	Octubre	5,90 €	−0,048
2001	Novembre	6,90 €	0,169
2001	Desembre	5,60 €	−0,188
			Rendibilitat anual
			0,057

$$R_{B,2001} = \frac{5{,}6 - 5{,}3}{5{,}3} = 0{,}057 \ \ (5{,}7\%)$$

En rendiment de la cartera serà llavors:

$$R_{c,2001} = \sum_{i=1}^{N} w_{i,t} R_{i,t} = w_{A,t} R_{A,t} + w_{B,t} R_{B,t} = 0{,}3 \cdot 0{,}823 + 0{,}7 \cdot 0{,}057 = 0{,}287 \ \ R_{c,2001} = 28{,}7\%$$

Pas 3. Càlcul de variàncies i covariàncies

Un cop determinada la rendibilitat de la cartera, podem realitzar el càlcul de les variàncies (i desviacions estàndard) dels diferents actius tal com és habitual.

ACTIU A

Rendibilitat mitjana	0,06
Variància	0,0099
Quasivariància	0,0109
Desv. estàndard	0,0997

$$\sigma_A^2 = \frac{1}{11}\left[(0{,}186 - 0{,}06)^2 + (0{,}082 - 0{,}06)^2 + \cdots + (0{,}067 - 0{,}06)^2\right] = 0{,}0099$$

ACTIU B

Rendibilitat mitjana	0,02
Variància	0,0206
Quasivariància	0,0227
Desv. estàndard	0,1437

$$\sigma_B^2 = 0{,}0206$$

Si calculem la covariància entre les rendibilitats dels actius A i B utilitzant la fórmula habitual, hem de fer:

$$\sigma_{A,B} = \frac{1}{11}\left[(0{,}186 - 0{,}06) \cdot (0{,}113 - 0{,}02) + \cdots + (0.067 - 0{,}06) \cdot (-0.188 - 0{,}02)\right] = -0{,}0047$$

Pas 4. Càlcul de la variància de la cartera

Tal com s'ha vist anteriorment, és el resultat d'aplicar la fórmula següent:

$$\sigma^2(w_{A,t}R_{A,t} + w_{B,t}R) = w_{A,t}^2 \cdot \sigma^2(R_{A,t}) + w_{B,t}^2 \cdot \sigma^2(R_{B,t}) + 2 \cdot w_{A,t} \cdot w_{B,t} \cdot \sigma(R_{A,t}, R_{B,t})$$

$$\sigma^2(R_{c,t}) = 0{,}3^2 \cdot (0{,}0099) + 0{,}7^2 \cdot (0{,}0206) + 2 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}7 \cdot (-0{,}0047) = 0{,}0090 \,.$$

$$\sigma\ (R_{c,t}) = 0{,}0949 \,.$$

Es pot observar com la desviació de la cartera és d'un 9,49%, cartera obtinguda combinant un actiu (A) amb una desviació del 9,97% amb un actiu (B) amb una desviació del 14,37%.

Un cop s'ha entès com es combinen els riscos dels diferents actius per formar el risc d'una cartera, cal fer un pas més en l'anàlisi de la diversificació i l'anàlisi del risc. Per a això farem alguns comentaris:

1. Una de les raons per les quals se sol utilitzar la variància per mesurar el risc d'una cartera és perquè la variància d'una cartera d'actius que no estan correlacionats (covariància = zero) és simplement la suma de variàncies dels diferents actius de la cartera.

$$\sigma^2(R_{c,t}) = \sigma^2(\sum_{i=1}^{N} w_{i,t}R_{i,t}) = \sum_{i=1}^{N} w_{i,t}^2\, \sigma^2(R_{i,t})$$

2. Si la *covariància* entre els actius d'una cartera és *zero, els actius tenen la mateixa variància* (σ^2), les mateixes *correlacions* (ρ) i estan presents en igual proporció (1/N), es pot demostrar que la variància d'una cartera és:

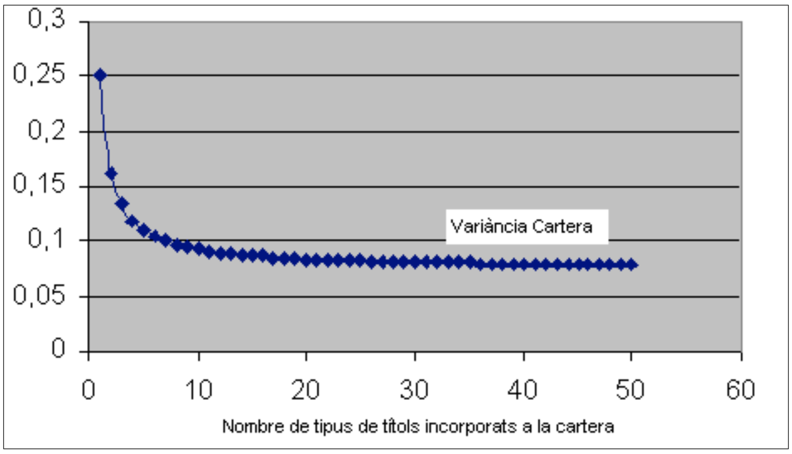
$$\sigma^2(R_{c,t}) = \frac{1}{N}\sigma^2 + \left(1 - \frac{1}{N}\right) \cdot \rho \cdot \sigma^2$$

En aquest cas, si $N \rightarrow \infty$, és a dir, incrementem nombre de tipus de títols que formen la nostra cartera, es demostra que:

$$\sigma^2(R_{c,t}) = \rho \cdot \sigma^2$$

Si analitzem detalladament el resultat, es veu que *augmentant el nombre de tipus de títols* ($N \rightarrow \infty$) *es redueix el risc de la cartera fins a* $\rho \cdot \sigma^2$. Gràficament, el poder de la diversificació s'observa en el gràfic següent:

Variància Cartera. Variància



Bibliografia

Borràs, X.; Cámara, X. (2009): *Introducció a la direcció financera*. URV-Cossetània.

Domingo, C.; Allepús, J.; Andreu, J.; Casas, R.; Corbella, T.; Fibla, M. T.; Masip, J. (2006): *Exercicis d'estadística empresarial*. Col·l. Eina. Publicacions URV.

Ilmanen, A.; Byrne, R.; Gunasekera, H.; Minikin, R. (2004): «Which risks have been best rewarded?», *Journal of Portfolio Management*, 30 (2).

Jorion, P. (2001): *Value at Risk*. McGraw & Hill.

Llorente, F.; Marín, S.; Torra, S. (2001): *Inferencia estadística aplicada a la empresa*. Editorial Centro de Estudios Ramón Areces.

Mankiw, G. (2007): *Principles of economics*. Thomson.

Markowitz, H. (1952): «Portfolio selection», *The Journal of Finance*, vol. 7, n. 1., p. 77-91.

Martín-Pliego, F. J. (2004): *Introducción a la estadística económica y empresarial*. Thomson.

Martín-Pliego, F. J. (2005): *Problemas de inferencia estadística*. Thomson.

Pedersen, C. S.; Satchell, S. E. (1998): «An Extended family of financial-risk measures», *The Geneva papers on Risk and Insurance-Theory*, 23 (2), p. 89-117.

Peña, J. I. (2002): *La gestión de riesgos financieros*. Financial Times / Prentice Hall.

Rachev, S.; Menn, F. J.; Fabozzi, C. (2005): *Fat-tailed and skewed asset return distributions*. Wiley.

Riskmetrics, TM (1995): *Technical document*. Morgan Guarantee Trust Company/ Global Reseach.

Ruiz-Maya, L.; Martín, F. J. (2001): *Estadística II: Inferencia*. Thomson.

Suárez, A. (2005): *Decisiones óptimas de inversión y financiación en la empresa*. Pirámide.

2. Eficiència i gestió de carteres

La *teoria financera*, les *finances* i, per descomptat, les *finances de mercat*, tant en l'àmbit teòric com empíric, han crescut a l'ombra de 4 idees fonamentals. Aquestes idees, que determinen i estableixen les bases teòriques sobre les quals s'han desenvolupat les finances que coneixem avui en dia, són la idea de *mercat*, *joc de suma zero*, el *concepte d'eficiència*, i la *gestió passiva* [Andreu (2010)].

En aquest punt, realitzarem una breu presentació i anàlisi d'aquests conceptes, ja que l'estudi detallat d'aquestes 4 idees permet entendre la necessitat de gestió de carteres com un element essencial en el procés d'inversió financera. En primer lloc, dedicarem un espai a reflexionar sobre el concepte de mercat, i quins usos té aquest vocable en finances. En segon lloc, parlarem dels jocs de suma zero, i com han estat utilitzats per entendre i modelitzar de manera senzilla el procés d'inversió financera. En tercer lloc, presentarem la idea d'eficiència d'un mercat a través de la coneguda *hipòtesi del mercat eficient*, i parlarem de les diferents tipologies d'eficiència que es poden trobar al mercat. Finalment, els tres conceptes presentats anteriorment ens permetran desembocar en la gestió passiva, estratègia fonamental per entendre la gestió de carteres d'inversió financera.

Un cop arribats a aquest punt, serà el moment de reflexionar sobre les hipòtesis subjacents a aquestes idees, i com el fet d'incomplir-les genera una sèrie de biaixos que han de ser tinguts en compte i que ens poden portar a defensar estratègies de gestió activa o d'aprofitament d'anomalies a l'hora de gestionar una cartera d'inversió.

2.1 Mercat

El **mercat** és el pare del nostre sistema econòmic. La paraula *mercat* es troba fàcilment en tots els llibres, articles, revistes i webs dedicats a finances. Però què és el mercat? De què estem parlant quan diem mercat? En primer lloc, hem de dir que la paraula *mercat* prové del llatí *mercatus*, que podria haver evolucionat del vocable *mercari* ('comprar'), vocables directament relacionats amb el déu romà del comerç, el conegut déu Mercurius.

En segon lloc, hem de reconèixer que el terme *mercat* és, en l'àmbit financer, una *paraula polisèmica*. L'ús, de vegades despreocupat, que fan professionals i acadèmics d'aquesta paraula fa que el lector es pugui confondre sobre el significat real d'aquest mot. Per aquesta raó, al nostre entendre, el vocable *mercat* s'usa amb *tres significats bàsics:*

Significat 1: lloc físic (o electrònic) on es negocien actius. Per fer referència a aquest significat és molt millor utilitzar el concepte *MFO* (mercat físic o electrònic) o *POE market* (*physical or electronic market*). Així, per exemple, un *mercat* en el sentit físic podria ser l'edifici de la Borsa de Barcelona, situat al passeig de Gràcia; un *mercat* en el sentit electrònic és, per exemple, la plataforma SIBE (Sistema de Interconexión Bursátil), que permet operar en el mercat continu espanyol. Ambdós exemples són casos de mercats físics o electrònics; per tant, es tracta de dos MFO o *POE markets*.

Significat 2: mecanismes o mitjans mitjançant els quals es produeix *l'intercanvi* d'actius financers per la *interacció* de compradors i venedors, directament o a través d'agents o institucions mediadores. En aquest sentit, la paraula *mercat* és *equivalent* (sinònim) a *sistema financer*, concepte molt més concret i que evita confusions. És el moment d'aprofundir breument en què entenem per sistema financer, ja que la importància d'aquest concepte fa inevitable aquesta pausa en el camí. Considerem que tot sistema financer està format per:

a) *Estalviadors (prestadors) i inversors productius (prestataris)*: definim els *prestadors o estalviadors* com els agents amb excés d'efectiu (superàvit) que decideixen intervenir en el sistema financer prestant diners a les entitats amb dèficit o necessitats de finançament (prestataris). Així, Antoni Castells, metge de professió, que ha estalviat 30.000 euros (superàvit) i decideix comprar 15.000 euros de bons del tresor i 15.000 euros d'accions d'una companyia telefònica, està actuant com a prestador de diners, deixant diners a diferents entitats (Estat i empresa telefònica) que necessiten finançament per a les seves activitats. Els *inversors productius* o *prestataris* són els agents que utilitzen el sistema financer per aconseguir efectiu (finançament) que volen aplicar a inversions productives (són entitats deficitàries, normalment empreses o governs). Així, l'empresa telefònica a la qual el senyor Castells ha «deixat» 15.000 euros dedicarà aquests recursos a dur a terme inversions productives en satèl·lits, o a comprar

antenes que li permetran continuar realitzant la seva activitat empresarial. Ens agradaria acabar amb una petita reflexió: tots dos agents, tant prestadors com prestataris, s'han de considerar *individus heterogenis*, amb diferents objectius, necessitats, coneixements, aptituds, en contraposició amb l'agent homogeni que s'ha utilitzat tradicionalment en els models financers clàssics. Així, és del tot incorrecte (encara que pugui ser molt útil i simplificador) considerar que tots els estalviadors es comporten igual, o que tots els prestataris segueixen els mateixos patrons de decisió i finançament.

b) Productes (actius/instruments) financers: actius *intangibles* generats pels agents que necessiten finançament (prestataris) i que són adquirits per agents amb excés de líquid (prestadors), que els adquireixen amb la finalitat de col·locar el seu estalvi i aconseguir un rendiment determinat. Així, els productes financers són els vehicles a través dels quals es «materialitza o es concreta» l'intercanvi de diners. En funció de les característiques que el títol o actiu financer confereixi al seu comprador (prestador), ens trobarem davant d'una tipologia diferent d'actiu. Així, per exemple, si el títol dóna la condició de propietari d'una empresa al comprador de l'actiu, ens trobem davant d'una acció, mentre que si dóna la condició de creditor, estem davant d'alguna tipologia de renta fixa (pagaré, bo, obligació, etc.). En el nostre exemple, el senyor Castells s'havia convertit en soci o copropietari d'una empresa telefònica a través de la compra de les seves accions, i s'havia convertit en creditor de l'Estat amb l'adquisició de bons del tresor; i aquestes inversions les havia fet amb l'esperança d'obtenir un rendiment determinat per la col·locació dels seus estalvis: espera el cobrament d'uns interessos a través dels bons i desitja una revaloració important del valor de les accions de la companyia telefònica.

c) MFO o POE markets: lloc o plataforma (física o electrònica) on *s'intercanvien actius financers*. Sempre que existeixin dos agents que negocien actius financers, parlem d'un MFO. D'aquesta manera, amb aquesta definició, el nostre ventall és molt ampli, i engloba els mercats primaris d'emissió, els secundaris de negociació i els mercats directes (OTC). Una de les *característiques* actuals més destacables d'un mercat financer és la *immaterialitat*, perquè molts actius financers ja no existeixen físicament (són una referència alfanumèrica o anotació en compte) i moltes vegades no es fa ni l'intercanvi físic dels diners (les operacions es realitzen a través d'abonaments i càrrecs en comptes bancaris). Aquesta immaterialitat s'ha generalitzat bàsicament per la lliure circulació de capitals entre països i el desenvolupament tecnològic que han permès les TIC. Així, és molt difícil rebre un document en paper que representi la nostra par-

ticipació en una empresa, com també és poc habitual fer els pagaments de les nostres compres/vendes en el mercat a través de pagaments en metàl·lic.

d) *Tècniques*: conjunt de *procediments, recursos i metodologies* de les quals se serveix la ciència econòmica per realitzar la valoració i anàlisi dels diferents productes financers. Les tècniques s'han de preocupar bàsicament d'intentar mesurar els termes d'un binomi essencial que coneixem ja molt bé: la rendibilitat i el risc. Totes les tècniques de valoració, de càlcul de rendibilitats, models de risc, són metodologies de les quals se servirà un sistema financer per determinar elements tan importants com el valor d'un actiu, el seu preu o el seu risc. Així, per exemple, la matemàtica financera és una tècnica útil a un sistema financer, l'estadística i les seves funcions de distribució de probabilitat en són una altra, però també ho poden ser (encara que més estrambòtiques i probablement no igualment fiables) regles d'inversió en funció de les cares/creus d'una moneda, o en funció de la posició dels astres.

e) *Intermediaris financers*: conjunt *d'institucions o agents* que participen en la interacció i intercanvi que es produeix entre els agents amb superàvit (prestadors) i amb dèficit (prestataris). Aquestes institucions participen com a intermediaris o comissionistes; gestionen, controlen o regulen els MFO; actuen com a agents o assessors; transformen actius financers, etc. De nou, la nostra definició és molt àmplia i inclou no solament *brokers* (agències de valors i borsa) i *dealers* (societats de valors i borsa), sinó tots els agents que actuen en el mercat d'una manera o una altra i que no juguen el paper de prestataris ni prestadors. Així, per exemple, les societats gestores de la borsa, la Comissió Nacional del Mercat de Valors, el Banc d'Espanya, una EAFI o els assessors financers de qualsevol empresa dedicada a la venda de productes financers es consideren intermediaris financers en la definició que presentem aquí.

Significat 3: conjunt format per tots els productes financers que es negocien en un MFO. En aquest sentit, la paraula *mercat* significa 'mercat total'. Per exemple, les 230 empreses que cotitzen a la borsa de Zimbabwe són el mercat total de renta variable d'aquest país.

2.2 Jocs de suma zero

El joc de suma zero és un concepte essencial en finances. Tradicionalment, s'ha considerat que la inversió financera en un sistema financer és un joc de suma zero, ja que les *pèrdues d'un inversor coincideixen exactament amb els beneficis d'un altre*. En qualsevol sistema financer hi participen diversos inversors que utilitzen diferents estratègies, ob-

jectius, tècniques d'anàlisi, i que obtenen una varietat immensa de resultats. Així, uns inversors obtindran molts beneficis, mentre que, per contra, existiran uns altres que obtindran beneficis inferiors i, fins i tot, pèrdues. El punt clau de l'aproximació tradicional és considerar que aquesta distribució entre guanyadors i perdedors és totalment aleatòria, és a dir, que el fet que uns inversors tinguin beneficis molt alts o pèrdues extremes no té res a veure amb la seva capacitat ni coneixements, sinó que és fruit únicament de la sort. La raó bàsica d'aquesta conclusió és que les finances tradicionals consideren que els preus dels actius són aleatoris i, per tant, és impossible pronosticar-ne l'evolució futura, de manera que és impossible aprofitar-se de cap previsió fiable de preus.

Un pas endavant en aquesta aproximació consisteix a entendre que els inversors passius (que copien el *mercat total*) obtenen, com a grup, exactament el mateix rendiment que els inversors actius, que com a grup també han comprat el tros de mercat que queda lliure [Sharpe (1991)]. Posem un exemple. Imaginem un mercat total format per 3 tipus actius (A, B, C) amb les proporcions següents: A = 100 unitats, B = 100 unitats, C = 200 unitats, i que en aquest mercat hi ha 4 inversors. L'inversor 1 i l'inversor 2 són inversors passius, de manera que han comprat unes quantes unitats d'A, B i C per tal de copiar el *mercat*. En canvi, els inversors 3 i 4 són inversors actius i creuen en les seves capacitats per detectar títols que evolucionaran més bé que la resta. Així, l'inversor 3 ha comprat únicament actiu C, ja que creu que aquest serà el que més rendiment generarà en el futur. Mentrestant, l'inversor 4 ha comprat únicament actius A i B. La pregunta és la següent: quin rendiment obtindran els inversors? Els inversors 1 i 2 obtindran exactament el mateix rendiment que obtingui en conjunt el mercat total, perquè l'estan copiant; i els inversors 3 i 4, encara que individualment tindran el seu rendiment particular, com a grup, és a dir, conjuntament, obtindran també el rendiment del mercat total, ja que entre els dos han comprat aquella part del mercat que els han deixat els inversors passius.

En paraules de Sharpe, «abans de despeses, el rendiment mitjà dels diners gestionats activament iguala el rendiment mitjà dels diners invertits de manera passiva; després de despeses, el rendiment dels diners gestionats activament serà menor que el rendiment dels diners gestionats passivament».

2.3 Eficiència i hipòtesi del mercat eficient (HME)

El concepte d'*eficiència* és essencial en finances i deriva del concepte de *competència perfecta*. Si imaginem un mercat en competència perfecta amb molts participants de manera que cap pugui exercir influència notable sobre els preus i hi sumem informació completa, gratuïta i perfecta, la deducció de l'eficiència de mercat és gairebé immediata. Encara que ja un matemàtic francès va presentar aquest concepte a principis del segle

xx [Bachelier (1900)], i que el mateix concepte és desenvolupat per autors tan importants com [Kendall (1953)] o [Samuelson (1965)], hem de reconèixer que la idea d'eficiència és coneguda bàsicament a partir dels anys setanta pels estudis d'Eugene Fama i la seva *hipòtesi del mercat eficient*. En general, es pot parlar de *dues grans classes d'eficiència:*

1. Eficiència operacional: relacionada directament amb el *funcionament del mercat* (*POE market*) o del sistema financer en si mateix. El millor o pitjor funcionament d'un mercat o sistema financer depèn de diversos factors, entre ells els costos de transacció (comissions, *spreads*) i la *competència* entre agents i institucions. Sense un nivell adequat i suficient d'eficiència operacional és impossible aconseguir una eficiència informacional. Així, un mercat financer serà eficient des del punt de vista operacional si té un recinte adequat perquè es trobin compradors-venedors, una seguretat correcta, un mínim d'informatització, unes normes legals clares, etc.

2. Eficiència informacional: relacionada directament amb l'ús de la informació per part del sistema financer i dels agents que hi participen, i particularment amb l'ús d'aquesta informació en la *determinació dels preus*. Un mercat financer serà eficient des del punt de vista informacional si els agents disposen d'informació correcta, adequada en temps i forma, de manera que puguin prendre decisions coherents amb aquesta informació.

Timmermann i Granger (2004) descriuen un *mercat com a eficient* si és *impossible aconseguir beneficis d'una estratègia d'inversió derivada de models de predicció* (M_t) definits utilitzant un *conjunt d'informació* (Ω_t) i seleccionats utilitzant *tecnologies de recerca* (S_t) entre diferents models possibles. Si tenim un mercat en què és possible preveure les pujades i baixades dels preus dels actius (i, per tant, aconseguir beneficis a partir d'aquesta previsió) utilitzant els comentaris que fa per Twitter el ministre de finances espanyol (conjunt d'informació), utilitzant per a aquesta tasca un iPhone (tecnologia), ens trobaríem davant d'un mercat ineficient.

Com ja s'ha comentat, l'extensió i difusió del concepte d'eficiència les devem a Eugene Fama (1970). Aquest autor centra la seva anàlisi en el conjunt d'informació (Ω_t) i proposa la *hipòtesi del mercat eficient (HME)* o *efficient market hypothesis* (EMH) en anglès. En el seu article original, parla de *tres classes d'eficiència informacional*, en funció dels *elements que contingui el conjunt d'informació* (Ω_t):

a) *Nivell feble (weak level):* aquesta classe d'eficiència s'aplica si el conjunt d'informació conté solament els preus passats i actuals dels actius. D'aquesta manera, un mercat és eficient en sentit feble si és impossible utilitzar el conjunt d'informació per obtenir beneficis per sobre de la mitjana del mercat. En aquest cas, qualsevol tècnica d'anàlisi de preus passats és inútil, com ara l'anàlisi tècnica, o els models estadístics o matemàtics basats en valors passats (regressió,

ARMA, ARIMA, anàlisi de sèries temporals, etc.). Es pot concloure llavors que *el mercat no té memòria*. En aquest cas, cap inversor no aconseguirà preveure l'evolució d'un actiu analitzant els seus preus passats, ja que aquests preus no contenen cap tipus d'informació útil des d'un punt de vista d'inversió.

b) Nivell semifort (semistrong level): aquesta classe d'eficiència s'aplica si el conjunt d'informació conté tota la *informació pública* disponible. D'aquesta manera, un mercat és eficient en el sentit semifort si és impossible utilitzar el conjunt d'informació per aconseguir beneficis per sobre del rendiment del mercat total. En aquesta situació, totes les tècniques d'anàlisi de la informació pública (incloent l'anàlisi econòmica, anàlisi fonamental o macroeconòmica) són inútils. En aquest tipus de mercat, l'anàlisi de la comptabilitat de les empreses, o la comptabilitat nacional, o de les perspectives econòmiques d'un país no generaran cap informació útil per prendre decisions d'inversió financera.

c) Nivell fort (strong level): aquesta classe d'eficiència s'aplica si el conjunt d'informació conté *tota la informació existent*, fins i tot la informació privada (privilegiada), o coneguda únicament pels *insiders* (o iniciats). De nou, el mercat és eficient en el sentit fort si és impossible utilitzar el conjunt d'informació per obtenir rendiments anòmals o per sobre del mercat. En aquesta situació d'eficiència, si la informació privada (o privilegiada) és revelada a tots els agents, no afecta els preus, perquè ja contenien aquesta informació. Així, en aquesta situació, el mercat no solament no es pot preveure a través de l'estudi de dades passades de preus o dades econòmiques en general, sinó que tampoc és possible predir el moviment dels preus dels actius partint d'informació únicament coneguda per directius, propietaris majoritaris, etc.

Aplicant l'HME podem concloure que, si el mercat és eficient, la *informació existent no té poder per impactar* en els preus, perquè ja s'hi troba «reflectida, recollida o descomptada». Únicament la **nova** informació té poder per alterar-los. Com que la nova informació (les noves notícies) apareix sobre «la marxa», és a dir, de manera aleatòria, aquesta aleatorietat es trasllada als preus i, per tant, es converteixen en aleatoris i no poden ser pronosticats. I si no són pronosticables, per què s'ha de dedicar temps i esforços a intentar-ho?

Aquesta és, sens dubte, la conclusió essencial del concepte d'eficiència que es basa en una sèrie d'hipòtesis subjacents que no són trivials. Així, encara que en la majoria de manuals no s'expliciten, les *hipòtesis sobre les quals se sustenta l'argument anterior* són les següents:

- *Racionalitat*: els agents del sistema financer (i especialment els inversors) són racionals. D'aquesta manera, els agents valoren els actius al preu correcte (in-

trínsec, adequat, fonamental o *fair value*). Encara més, els agents són capaços de fer aquesta valoració i determinar la inversió òptima després d'analitzar individualment les diferents alternatives disponibles i establir un rànquing de preferències entre elles. Aquest procés d'anàlisi, revisió i jerarquització es desenvolupa en els materials de valoració de projectes d'inversió i direcció financera, per exemple a Borràs i Càmara (2009) o Suárez (2005).

- *Aleatorietat d'irracionalitats*: si existissin agents o inversors no racionals (o no completament racionals), aquests agents actuarien al mercat de manera aleatòria, no correlacionant les seves activitats, i es compensarien i anul·larien entre si. És a dir, que si hi hagués cap inversor que no valorés adequadament un actiu, seria un cas excepcional, i la resta d'inversors s'adonarien del seu error i actuarien en conseqüència.
- *Arbitratge*: si la racionalitat falla o fins i tot si els inversors irracionals es correlacionen (actuen de manera equivocada a la vegada), apareix el paper imprescindible i essencial de l'arbitratge. Els arbitratgistes, inversors avançats, amb coneixements i diners suficients, són capaços de detectar que els preus són incorrectes i actuar per corregir-los. Amb la seva actuació pressionen els actius sobrevalorats a la baixa (venent-los) i els actius infravalorats a l'alça (comprant-los) i propicien que els preus dels actius valorats incorrectament s'apropin al seu valor intrínsec.

Exposades les diferents idees i hipòtesis sobre les quals es construeix el concepte d'eficiència, és important recordar la conclusió transcendental derivada de l'HME: *la impossibilitat d'utilitzar sistemes d'inversió (trading strategies) basats en la informació disponible per aconseguir rendiments superiors als que s'obtindria copiant el mercat total.* En paraules més senzilles, un inversor *no pot pronosticar els preus futurs i no pot vèncer* el rendiment del mercat total de manera consistent, ja que els preus són aleatoris i imprevisibles. Gestionar activament una cartera (fer previsions i actuar en funció d'elles) és una aposta, una loteria, que pot sortir bé o malament. En aquesta situació, l'estratègia d'inversió correcta és la inversió passiva (*buy and hold*), és a dir, comprar totes les accions que formen el mercat total en les proporcions adequades o construir la nostra cartera prenent com a referència un índex de mercat. D'aquesta manera, l'inversor que actua passivament obtindrà exactament el mateix rendiment que obtingui el mercat total o l'índex que ha copiat.

2.4 Gestió (o inversió) passiva

La conclusió bàsica del concepte de joc de suma zero, de la hipòtesi del mercat eficient i també del model clàssic del CAPM que es veurà en pàgines posteriors [Sharpe (1963, 1964), Lintner (1965*a*, 1965*b*) i Mossin (1966)] és que la *cartera de mercat és la combinació òptima d'actius* que ha de posseir tot inversor. Qualsevol inversor hauria de realitzar una inversió passiva (comprar i mantenir una cartera que repliqui el mercat total). Però, exactament, què és la cartera de mercat? La *cartera de mercat* (reflex del mercat total) és aquella cartera que inclou tots els actius disponibles al mercat en les *mateixes proporcions* que hi tenen. Posem un exemple per acabar d'entendre aquesta darrera frase:

Imaginem un mercat amb tres actius de renda variable A, B i C que tenen el mateix preu. En aquest mercat disposem de 10.000 unitats d'A, 20.000 de B, i 30.000 de C. Si compréssim les 60.000 unitats d'A, B i C, hauríem adquirit el 100% del mercat; hauríem comprat, per tant, el mercat total. Es pot observar que l'actiu A suposa 1/6 del mercat, que l'actiu B suposa 2/6 i el C, els restants 3/6. La *cartera de mercat*, que és la que representa aquest mercat total, estarà formada per les proporcions següents: (A, B, C) = (1/6, 2/6, 3/6).

La idea és semblant si els actius tenen preu diferent (com en la realitat). Imaginem el mateix mercat (10.000 unitats d'A, 20.000 de B, i 30.000 de C), però en una situació en la qual els preus d'A, B i C són, respectivament ($p_A = 10$; $p_B = 5$; $p_C = 2$). En aquesta situació, el mercat total estarà format per l'actiu A en (10 × 10.000 = 100.000 u. m.), per l'actiu B en (5 × 20.000 = 100.000 u. m.), i per l'actiu C en (2 × 30.000 = 60.000 u. m). Si compréssim el mercat total, hauríem d'invertir 260.000 u. m. i tindríem els tres actius en una proporció determinada. D'aquesta manera, la cartera de mercat, que ha de tenir en compte aquestes proporcions, estarà composta per:

(A, B, C) = (100.000 / 260.000, 100.000 / 260.000, 60.000 / 260.000) = (5/13, 5/13, 3/13).

La inversió passiva, *comprar i mantenir* (*buy and hold*) la cartera de mercat, pot convertir-se en una tasca difícil quan el mercat està compost per centenars i, fins i tot, milers d'actius financers. Per facilitar aquesta tasca i eliminar o pal·liar en la mesura del possible aquestes dificultats pràctiques, és interessant disposar *d'aproximacions (proxies) del mercat total* o de la cartera de mercat. Els *índexs de mercat* (i els conegudíssims índexs borsaris per a actius de renda variable) són precisament eines d'aproximació de mercats totals. Es converteixen, per tant, en *mostres* (més o menys representatives) d'un mercat determinat, i faciliten a l'inversor passiu prendre-hi decisions d'inversió. En aquest sentit, perquè la mostra (aproximació o *proxy*) sigui una bona representació del mercat ha de ser representativa, que en el nostre cas significa que inclogui totes les

possibilitats d'inversió (o una bona part), i que es calculi l'índex per reflectir el rendiment i el risc que sofriria un inversor que comprés la totalitat dels títols disponibles en aquest mercat.

Posem un exemple. Podem considerar ara (Taula 1) que el mercat està format pels actius A, B, C, D, E, F, i G, on *U* = unitats de cada actiu; *P* = preu de cada actiu; *Cap* = capitalització (calculada, com és tradicional, a través de la fórmula *Cap*=*U*×*P*); *CM (%)* és el % que suposa l'actiu dins la cartera de mercat, i *Acum* = % acumulat. A la taula següent es poden observar les ponderacions que dins del mercat total suposa cada tipologia d'actiu.

Taula 1. Exemple de composició d'un mercat total

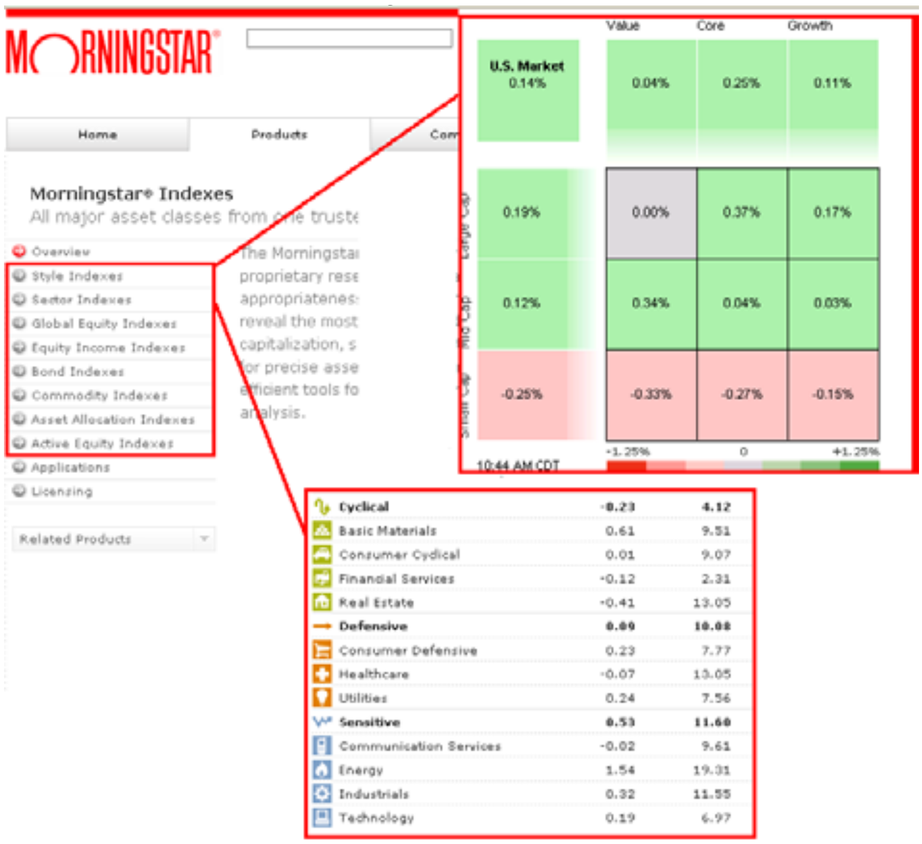
	U	P	Cap	CM(%)	Acum (%)
A	10.000	10	100.000 u.m	100.000/263.550=37,9	37,9
B	20.000	5	100.000 u.m	100.000/263.550=37,9	75,8
C	30.000	2	60.000 u.m	60.000/263.550=22,7	98,5
D	2.000	1	2.000 u.m	2.000/263.550=0,7	...
E	500	2	1.000 u.m	1.000/263.550=0,4	...
F	200	2	400 u.m	400/263.550=0,15	...
G	50	3	150 u.m	150/263.550=0,06	100
		TOTAL	263.550 u.m		

Podem observar la dificultat de comprar un 0,06% de l'actiu G per a un inversor passiu que vulgui invertir poques unitats monetàries, ja que els actius per comprar de la classe G podrien no arribar a la unitat. A part de les dificultats de contractació, hem de ser conscients també del petit impacte que tenen els actius D, E, F, i G sobre el total del mercat, perquè conjuntament només en representen un 1,5%. En aquest mercat es podria considerar la creació d'un índex de mercat de referència que representés la majoria del mercat, i que facilités la tasca a l'inversor passiu. Es podrien escollir els actius més representatius (A, B, C, que cobreixen el 98,5% del mercat total) com a mostra d'aquest mercat. D'aquesta manera, podríem construir una cartera de referència (índex) que estigués composta per (A, B, C) = (5/13, 5/13, 3/13), que eren les ponderacions utilitzades anteriorment, i negligir totalment l'efecte de la resta d'actius. Un inversor passiu trobaria més fàcil comprar solament aquests tres actius amb les ponderacions de l'índex i obtindria amb això el 98,5% del rendiment i risc del mercat aproximat per aquest índex.

Ens agradaria acabar dient dues coses. La primera, que hi ha milers d'índexs de mercat, que cobreixen, al seu torn, tot tipus d'actius, i no solament actius de renda variable. Així, existeixen índexs de mercat per a mercats borsaris, per a mercats de renda fixa, de futurs i altres derivats, *per commodities*, *hedge funds*, actius immobiliaris, etc. En

aquest sentit, a continuació es presenta el gràfic 1, extret del web de *Morningstar*, amb alguns exemples de la gran quantitat d'índexs que existeix.

Gràfic 1: Índexs de mercat de Morningstar



La segona és una petita reflexió: la utilització d'un índex de mercat de referència simplifica la tasca de l'inversor passiu, que, tot i així, ha de seguir el principi clau de la inversió passiva (comprar i mantenir la cartera de mercat). Com la majoria de decisions, la simplificació a través de la indexació no és una decisió innòcua, i pot provocar biaixos en rendiment i en risc, biaixos que s'han de prendre en consideració.

2.5 Crítiques als conceptes tradicionals

2.5.1 Revisant els conceptes fonamentals

En aquest punt se'ns fa necessari revisar les idees essencials de la realitat financera que hem presentat amb anterioritat. En primer lloc, la idea de *mercat com a joc de suma zero,* és com a mínim, discutible. El que un inversor perd no es converteix directament en guanys per a un altre inversor, ja que hi ha *comissions i despeses* que imposen *brokers, dealers* i societats de gestió en les operacions de compravenda que realitzen els diferents

agents. Així, André Kostolany, en el seu llibre *Estrategia bursátil*, diu: «cada *broker* és enemic del seu client sense saber-ho». Nosaltres podríem afegir «sabent-ho», ja que la majoria d'intermediaris financers basen el seu negoci en la quantitat i volum d'operacions, no pas en el resultat. A més d'aquesta realitat, hem de tenir en compte que existeixen *assessors, analistes, gestors de fons* o de carteres que viuen dels beneficis i pèrdues dels inversors, agents que drenen liquiditat del sistema. Realment el «trading» és un *joc de suma negativa*, preparat perquè la majoria d'inversors perdin diners [Elder (1993)]. En un joc de suma negativa hi ha «vencedors i vençuts», i podem assegurar que la distribució d'agents dins d'aquests dos grans grups *no és aleatòria* i que el raonament de [Sharpe (1991)] respecte als inversors actius i passius també és discutible.

En segon lloc, el concepte d'*eficiència* ha de ser matisat. L'*eficiència operacional* no és igual en tots els mercats, ja que hi influeixen aspectes com els costos de transacció, les comissions, l'organització del mercat, els agents participants, els gestors del mercat, etc. Mentre que en *mercats més desenvolupats* es pot suposar *eficiència*, aquest *no és el cas en mercats menys desenvolupats* (països emergents), en *mercats estrets* (on la negociació no és massa abundant), o fins i tot en aquells mercats que negocien productes no gaire coneguts o rígidament regulats. Com a exemple, es pot suposar eficiència operacional més que correcta al mercat americà del NYSE, però tal vegada no al mercat de renda variable de Xina (on existeixen grans controls, regulacions i impediments a moltes operacions tant per a inversors nacionals com internacionals). Els costos de transacció també són importants pel que fa a la eficiència operacional. Encara que aquests costos s'han reduït moltíssim en els últims 30 anys, i més des de la incorporació de les operacions a través d'Internet, encara queda un gran recorregut per fer en alguns mercats i respecte a alguns productes.

L'*eficiència informacional* també ha de ser matisada. Des d'un punt de vista teòric, l'eficiència informacional es basava en tres punts que ja es van presentar anteriorment. Aquí presentem algunes reflexions sobre aquests punts, que matisen (si no posen en dubte) l'eficiència informacional dels sistemes financers:

- *Racionalitat*: la racionalitat perfecta no existeix, com es demostra des de les aproximacions del *behavioural finance* [vegeu Shleifer (2000) com a introducció]. Els inversors cometen *errors de valoració constantment*; sobrevaloren i infravaloren els actius, i reaccionen a notícies bones, dolentes o fins i tot a notícies irrellevants. N'hi ha que són incapaços de vendre posicions perdedores a causa dels seus sentiments de culpa i n'hi ha que prenen decisions irracionals sense valorar adequadament el risc o guiats pels seus propis biaixos psicològics [DeBondt i Thaler (1985, 1987), Barber i Odean (2000) i Odean (1998)]. Encara que no és el lloc d'aprofundir en el fèrtil camp de les finances del comportament (mala traducció de *behavioural finance* que s'usa en molts

textos financers), ens agradaria enumerar **alguns** dels molts biaixos psicològics i errors de valoració que s'han detectat en el procés de decisió dels inversors:

- Comportament gregari (*bandwagon effect or herd behaviour*).
- Il·lusió de control (*illusion of control*).
- Biaix de confirmació (*myside bias or self-fulfilling prophecy*).
- Biaix de distinció (*distinction bias*).
- Aversió a les pèrdues (*loss aversion*).

- *No-correlació de les irracionalitats*: l'evidència psicològica sosté precisament el contrari. Les persones i, per tant, els agents que participen en el mercat, es desvien de la racionalitat de manera correlacionada, movent-se moltes vegades com una bandada d'ocells en moviments d'eufòria i pànic. Al contrari del que defensa la teoria financera, la psicologia (i el sentit comú) manté que no és probable que les activitats irracionals es compensin entre si. Posem alguns exemples per entendre la situació: en el moment de la bombolla de les tulipes, que es va produir a Holanda durant el segle xvii, tothom invertia en aquestes flors (s'arribaven a intercanviar fins i tot per cases), molts pocs van ser els que van decidir no entrar en aquesta dinàmica i defensar que els preus estaven arribant a extrems irracionals; durant la bombolla de les *.com*, la situació va ser molt similar, per no recordar la bombolla immobiliària espanyola que abraça des del 2000 fins al 2007, on qui deia que els preus eren ridículs i no es correlacionava amb la resta d'inversors era considerat un pessimista o un boig.
- *Arbitratge*: l'última arma de l'eficiència és l'arbitratge. En el cas hipotètic que en un mercat determinat existissin actius incorrectament valorats, els arbitratgistes reconeixerien aquest error i el corregirien amb les seves actuacions. Hem de reconèixer que aquesta arma no és infal·lible ni totpoderosa, de manera que pot ser que no sigui sempre capaç d'aproximar els preus dels actius al seu valor real. L'arbitratge, al món real, suposa l'assumpció de riscos i necessita una inversió econòmica; a més, existeixen restriccions legals que impedeixen algunes activitats d'arbitratge. En aquesta situació, tot i els esforços dels arbitratgistes per solucionar les valoracions incorrectes, aquests esforços poden ser insuficients per corregir la situació. Per exemple, si al mercat detecto que una acció determinada val 3 euros mentre que el seu valor real hauria de ser 8, puc no tenir prou capital per comprar totes les accions necessàries per forçar la pujada de preu fins al seu valor intrínsec. Fins i tot la situació de mala valoració pot empitjorar, i forçar els arbitratgistes a tancar posicions amb fortes pèrdues. En el nostre exemple, si l'acció caigués fins a 2,30 euros em veuria forçat tal vegada a tancar la posició per protegir-me de pèrdues més elevades. Aquest és el cas

del fons d'inversió Long Term Capital Management (LTCM), fons dedicat a activitats d'arbitratge, que tenia entre els seus directius Scholes i Merton (premis Nobel d'economia) i va fer fallida el 1990 després de ser incapaç de mantenir les posicions d'arbitratge en què tenia invertit el capital.

- *Informació aleatòria*: una de les suposicions d'HME és que la informació nova apareix de manera aleatòria, i que els encarregats de fer-la pública no tenen cap intenció ni pauta. A la llum de la realitat i del món altament informatitzat i informat en què vivim, i tenint en compte efectes psicològics tan importants com el conegut efecte Tom Sawyer, és difícil creure en aquesta aleatorietat. En empreses altament importants, amb gabinets de comunicació i premsa, és clar que aquesta comunicació no és aleatòria, i que s'estableixen estratègies i protocols molt clars d'informació que permetin beneficiar la imatge o la cotització de l'empresa. Al revés, també s'han vist casos de mala estratègia de comunicació de la informació que han portat greus perjudicis per a l'empresa o país que havia d'emetre aquesta informació.

2.5.2 Anomalies

Les raons teòriques presentades al punt anterior, així com la quantitat ingent d'anomalies empíriques que existeixen en la literatura (i que presentem a continuació), posen en evidència el concepte d'eficiència total i permeten que certes estratègies d'inversió no passives siguin profitoses. No és l'objectiu d'aquest material desenvolupar exhaustivament les diferents anomalies detectades, així que remetem el lector a l'article de Fama (1991). Tot i així, dedicarem les línies següents a una breu introducció d'aquesta temàtica.

En primer lloc, hem de fer una referència al concepte emprat per la literatura: *anomalia*. El diccionari defineix *anomalia* com a 'irregularitat, anormalitat, falta d'adequació al que és habitual'. Ja que el marc clàssic d'anàlisi ha estat (i continua sent en gran manera) el concepte d'eficiència, els casos en què aquesta eficiència era rebutjada es consideraven anormalitats, és a dir, anomalies. A mesura que avança el segle xx, les anomalies es van acumulant, de manera que Fama (1991), gran defensor i propulsor de l'eficiència [Fama (1970)], no té més remei que acceptar-les i classificar-les en tres grans grups:

1. Possibilitat de predir preus o rendiments futurs

Ha estat i és un dels temes més analitzats en la literatura financera, sens dubte. Des d'un punt de vista formal, la possibilitat de predicció s'ha comprovat per gran part de la literatura a través del contrast del conegut *passeig aleatori* o *random walk (RW)*.

Concretament, es considera que una variable $X(t)$ segueix un passeig aleatori si compleix que $X(t + \tau) = X(t) + \phi(\tau)$, on $\phi(\tau)$ és una variable aleatòria que descriu la probabilitat de prendre el següent pas i (τ) és l'interval de temps en què es realitzen els passos. En el cas que ens ocupa, la variable $X(t)$ sol ser el preu. Si una sèrie temporal no rebutja la hipòtesi del passeig aleatori, es considera que no és pronosticable, i que es compleix l'eficiència feble.

Existeixen moltes tècniques per contrastar la hipòtesi de l'RW i, per tant, acceptar o rebutjar l'eficiència feble. Ens agradaria destacar-ne només unes quantes, com els pioners tests de Cowles i Jones (1937) i metodologies més complexes com l'*augmented dickey-fuller* (ADF) o els tests GPH, LOMAC o *rang and sign* (RS).

Encara que l'aproximació del passeig aleatori és d'importància cabdal en la literatura, hi ha altres grups d'estudis que intenten determinar la capacitat de predicció futura de preus i rendiments a través d'altres metodologies i estudis, com poden ser els models ARIMA, les aproximacions GARCH, l'ús d'informació econòmica, etc. [Jegadeesh y Titman (1993), Blume *et alii* (1994), Chan *et alii* (1996), Arshanapalli *et alii* (2004), per exemple].

2. Possibilitat d'utilitzar esdeveniments especials

Una part molt important de la literatura financera ha analitzat l'efecte d'esdeveniments especials (*splits*, fusions, absorcions, etc.) en les cotitzacions dels diferents actius, i ha estudiat si els rendiments associats a aquest tipus de situacions poden ser explotats per establir estratègies d'inversió que generin rendiments anormalment positius, i es contradigui d'aquesta manera l'HME. Aquest tipus d'estudis es basen en la metodologia *event analysis*, de MacKinlay (1997), a la qual convé donar una ullada.

3. Ús d'informació privilegiada

En aquest punt, la literatura especialitzada realitza estudis utilitzant bases de dades que contenen els rendiments obtinguts per fons d'inversió o plans de pensions, així com per persones que puguin tenir accés a informació privilegiada per tal de determinar si aquesta informació té valor a la vista dels resultats obtinguts per aquests agents. Encara que els resultats són mixtos, sí que es reconeix que aquest tipus d'informació pot existir i pot generar rendiments anormalment alts.

Per finalitzar aquest punt, farem esment a certes situacions **anòmales** detectades en la literatura, que, per la seva especial importància o per l'impacte que van generar en la comunitat científica internacional, val la pena recordar. Així, analitzem una mica més a fons les *anomalies* següents:

- *Efecte calendari (calendar effect):* alguns estudis revelen que certs dies, mesos o moments de l'any presenten *rendiments per damunt* (o per sota) de la mitjana, fet que pot ser aprofitat per prendre decisions d'inversió actives, ja que «coneixem» quin serà el comportament estadístic d'un període concret. Dins d'aquest tipus d'efectes, podem parlar de l'*efecte gener*, de l'*efecte cap de setmana*, de l'*efecte octubre*, etc. Per exemple, l'*efecte gener* (*January effect*) indica que aquest mes (o una part) sol ser alcista en actius de renda variable (especialment en accions de petites empreses). Aquesta anomalia ha estat àmpliament contrastada de manera empírica, i crea una *oportunitat* per als inversors «actius», que poden aprofitar-se de preus baixos al desembre i més alts al gener. Es pot explicar aquest fenomen per la pressió de l'oferta (venda) el mes de desembre *per temes, bàsicament, fiscals*. L'*efecte octubre* (*October effect*) assegura que aquest mes tendeix a ser estadísticament dolent, i que es produeixen rendiments negatius de molta importància. Hem de recordar que el dijous, dilluns i dimarts negres del crac del 1929, el gran *crash* del 1987, i alguns dels pitjors dies de la crisi *subprime* (2007-2008) succeeixen durant el mes d'octubre.
- *Efecte petita empresa (small firm effect):* és una anomalia que es produeix en les empreses de petita capitalització borsària. Aquesta anomalia, que ha estat també analitzada àmpliament en la literatura, afirma que les empreses de petita capitalització presenten més bons rendiments i revaloracions que les empreses de gran capitalització. Aquesta anomalia s'utilitza per explicar els rendiments de les accions en el model Fama-French de tres factors (*market return, book-to-market ratios, small capitalization*).
- *Predicció utilitzant variables econòmiques*: existeixen diferents estudis que posen de relleu la possibilitat de predir amb certa garantia l'evolució de preus de diferents actius utilitzant per a això variables econòmiques com poden ser la inflació, els tipus d'interès, etc. En aquest sentit, l'anàlisi d'informació actual i passada podria generar valor, i l'anàlisi fonamental i econòmica tindria ple sentit. Aquesta afirmació és contrària a la idea d'eficiència en el sentit semifort, de manera que si en un mercat determinat es demostra que és possible predir el futur utilitzant variables econòmiques, ens trobem davant d'una anomalia.
- *Anàlisi tècnica (technical analysis):* la possibilitat de predir els preus futurs dels actius financers a través de l'anàlisi de les seves sèries temporals històriques ha estat contrastada per la literatura. La utilització d'eines heretades de l'anàlisi tècnica com poden ser els suports i resistències, les mitjanes mòbils o els indicadors tècnics podrien aportar valor en moments i mercats en els quals l'eficiència feble no es respecta.

- *Anàlisi d'esdeveniments especials (event studies):* els mercats financers semblen no tenir sempre la capacitat d'ajustar correctament els preus dels actius a les informacions que van apareixent. Així, en algunes ocasions, els preus semblen no ajustar-se ni ràpidament ni adequadament a la informació. Aquesta situació apareix especialment en moments en què les empreses estan afectades per esdeveniments especials (fusions, absorcions, presentació de resultats, *splits*, etc.) En aquestes situacions excepcionals, la literatura ha detectat errors de valoració importants, que no es corregeixen i que perduren en el temps.
- *Informació privilegiada*: no és res nou dir que **existeix** la informació privilegiada, i que el seu ús pot generar rendiments extraordinaris i anormals en relació amb els rendiments mitjans del mercat. En aquest sentit, alguns estudis intenten detectar si certs fons d'inversió, fons de pensions, *hedge funds* o inversors determinats (*insiders*) utilitzen informació d'aquest tipus. L'existència de normativa i legislació en contra de l'ús de la informació privilegiada, així com la important penalització i persecució de les activitats realitzades utilitzant aquest tipus d'informació, en posen de manifest la clara existència.

2.5.3 La necessitat de gestionar carteres

Després de revisar els conceptes fonamentals i d'analitzar les diferents anomalies existents als mercats financers, és possible concloure que un sistema financer real no presenta mai una eficiència perfecta. *L'eficiència perfecta* és una quimera, i hem de parlar d'*eficiència marginal* i d'*eficiència adaptativa* [Dimson i Marsh (1999), Zhang (1999), Timmermann i Granger (2004)]:

- *Eficiència marginal:* fa referència a una situació en la qual l'eficiència no és completa, no és al 100%. En aquesta situació, per tant, és possible trobar anomalies de manera més o menys puntual (marginal), anomalies que trenquen l'estat d'eficiència.
- *Eficiència adaptativa:* fa referència a la situació en la qual les diferents anomalies que es van presentant en un sistema financer són corregides, perquè eren espúries (falses, no autèntiques) o perquè, una vegada s'han fet públiques, atreuen prou capital d'inversors i arbitratgistes que les exploten i les eliminen.

En una situació d'*eficiència marginal adaptativa* sorgeix la necessitat de *gestionar carteres*. *Gestionar carteres de valors significa administrar, dirigir, organitzar* aquesta cartera, sobre la base de dos elements clau: el primer, una estratègia determinada; el segon, un conjunt de productes o instruments que seran utilitzats i aplicats seguint les directrius de l'estratègia.

En la *literatura* s'ha distingit entre *dues grans aproximacions* en la gestió de carteres:

1. Gestió passiva: si un inversor creu que les ineficiències (anomalies) són puntuals i, per tant, l'excepció, es decantarà per una gestió (o inversió) passiva. Aquest tipus d'inversió, com ja s'ha comentat en punts anteriors, consisteix a *comprar i mantenir* (*buy and hold*) la cartera de mercat, amb l'objectiu d'aconseguir el rendiment del mercat total com si es posseís de manera completa. La idea subjacent a aquesta estratègia és que, com és impossible determinar quins actius es comportaran millor per l'aleatorietat en els preus, l'inversor opta per aconseguir el rendiment global del mercat, i no realitzar apostes en favor d'un o diversos valors concrets. Si el mercat en el qual actua aquest inversor és perfecte, l'estratègia passiva serà *òptima* i la cartera de mercat es trobarà a la *frontera eficient del model de Markowitz*. Si, per contra, el mercat no és perfecte, o planteja anomalies més o menys puntuals, la inversió passiva no serà totalment òptima ni eficient des del punt de vista mitjana-variància (frontera eficient de Markowitz), però continuarà sent una bona estratègia d'inversió. Caldrà llavors tenir en compte quins són els biaixos que allunyen la cartera de mercat (i, per tant, la gestió passiva) de la situació òptima. Conèixer aquests biaixos i gestionar-los adequadament serà un punt essencial en el pla de treball de qualsevol inversor passiu. Concretament, es poden definir **5 biaixos** segons Andreu (2010), que de manera molt resumida es comenten a continuació (vegeu gràfic 2):

a) *Biaix de mostra (sample bias):* diferència entre el rendiment de l'índex i el rendiment del mercat total o de la cartera de mercat (*market portfolio*) a causa de la selecció de la mostra d'actius que formen l'índex.

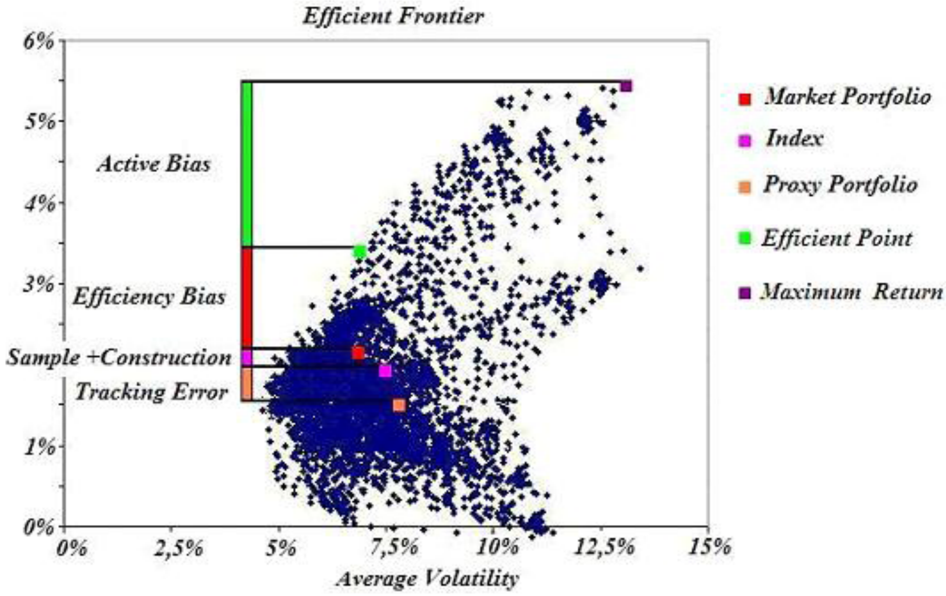
b) *Biaix de construcció (construction bias):* diferència entre el rendiment de l'índex i el rendiment del mercat total (o de la cartera de mercat) a causa dels criteris de ponderació i construcció que s'utilitzen en l'índex.

c) *Tracking error:* diferència entre el rendiment de l'índex i el rendiment obtingut per l'inversor passiu que intenta replicar l'índex. Aquesta diferència es basa principalment en l'estratègia de replicació de l'índex i en els costos de transacció que no es tenen en compte en la construcció de l'índex i que sí tenen impacte en la cartera de l'inversor.

d) *Biaix d'eficiència (efficiency bias):* diferència entre la cartera de mercat (que no és òptima en un mercat amb anomalies) i el rendiment que ofereix la frontera eficient pel risc assumit (*efficient point*).

e) *Biaix actiu (active bias):* diferència entre el rendiment del punt eficient (*efficient point*) i la millor oportunitat d'inversió (*maximum return*). És, per tant, un cost d'oportunitat.

Gràfic 2. Biaixos de la gestió passiva i la indexació



Font: Andreu (2010)

2. Gestió activa: la gestió activa inclou totes aquelles **estratègies** que **no són passives**, és a dir, el conjunt de totes les estratègies i aproximacions a la inversió que difereixen de comprar i mantenir el mercat. Les estratègies actives són realitzades pels inversors que creuen que el mercat és ineficient la major part del temps i que les anomalies poden ser explotades de forma contínua. La gestió activa ha de *perseguir*, per tant, l'objectiu de *vèncer el rendiment del mercat*, perquè si no fos així, seria inútil malgastar temps, diners i esforços en aquest tipus de gestió. Per determinar si una estratègia activa aconsegueix el seu objectiu, ha de comparar-se amb el mercat total, però tenint en compte no solament el rendiment, sinó el rendiment ajustat al risc. D'aquesta manera serà possible determinar si l'estratègia activa aporta realment valor o si, per contra, convé abandonar-la i aplicar una gestió passiva que suposi menys esforç i costos. Hem de recalcar que la *gestió o inversió activa juga un paper essencial* en el mercat i en la seva eficiència. Calen inversors i arbitratgistes que creguin en la possibilitat de predir el preu futur dels actius, que creguin possible la detecció de valors infravalorats o sobrevalorats i que actuïn en funció d'aquestes creences. L'actuació d'aquests agents millora la liquiditat dels actius i permet detectar i eliminar les ineficiències. Paradoxalment, l'eficiència informacional d'un sistema financer està relacionada directament amb aquells que no hi creuen i intenten treure partit de les anomalies que pugui haver-hi. Cal que existeixi, per tant, el senyor Canals, que es creu molt més intel·ligent i capacitat que la resta d'inversors i que està convençut que el Santander serà el millor valor de l'IBEX 35 i que aposta tots els seus diners únicament a aquesta empresa; és necessària la senyora Palau, que compra únicament accions del sector turístic i de distribució de roba perquè

creu en el brillant futur d'aquests dos sectors; calen molts inversors que creguin en les seves capacitats de detecció de bones oportunitats d'inversió i que hi apostin perquè el mercat sigui eficient. Existeixen moltes estratègies actives i literatura especialitzada que s'hi dedica [Grinold (1989)]. La nostra intenció aquí és presentar algunes eines i estratègies que poden ser utilitzades per realitzar aquest tipus de gestió. Concretament, podem parlar de:

a) *Tècniques i models matemàtics/estadístics/economètrics de predicció (tècniques quantitatives)*: en aquest apartat, podem incloure-hi tècniques matemàtiques d'anàlisi de sèries temporals, senyals i sistemes, models de predicció, com poden ser transformades de Fourier o Laplace, *wavelets*, anàlisis espectrals, anàlisis de passejos aleatoris, xarxes neuronals, algorismes genètics, sistemes socials… També podem parlar, dins d'aquest punt, de tècniques estadístiques o economètriques com la correlació lineal, models MQO (mínims quadrats ordinaris), tècniques d'anàlisi de sèries temporals com els ARIMA, GARCH, cointegració, etc.

b) *Strategic asset allocation (SAA)*: la determinació de les ponderacions que cada classe d'actiu ha de tenir en una cartera determinada és un aspecte essencial i d'influència cabdal en el seu rendiment i risc. El SAA és un element clau en qualsevol tipus d'estratègia, però més encara en estratègies actives d'inversió.

c) *Anàlisi financera clàssica o fonamental*: dins d'aquesta tècnica, podem incloure-hi les diferents eines d'anàlisi de variables econòmiques, tant en la versió macroeconòmica (PIB, inflació, tipus d'interès, tipus de canvi, etc.) com en la versió microeconòmica (balanços, comptes de pèrdues i guanys, estudis per sectors, etc.). Aquesta anàlisi permet fer la selecció dels actius més convenients per a una cartera determinada en funció de la relació preu-valor teòric.

d) *Anàlisi tècnica*: dins d'aquesta tècnica, hi incloem metodologies d'anàlisi com l'estudi de suports i resistències, tendències, mitjanes mòbils, indicadors tècnics borsaris, etc. Aquest tipus d'estudis permetrà realitzar, bàsicament, el *market timing*, és a dir, determinar el moment òptim de compravenda d'un actiu determinat, encara que pugui també utilitzar-se per seleccionar actius.

e) *Explotació d'anomalies*: dins d'aquest punt, hi podem incloure totes les estratègies que tinguin per objectiu utilitzar les diferents anomalies presentades amb anterioritat, així com qualsevol que pugui aparèixer i ser detectada en un futur. Podem citar, per exemple, l'actuació al mercat sobre la base d'efectes cap de setmana o gener, l'actuació en funció de l'anàlisi de cicles, dels biaixos psicològics dels agents, etc.

2.5.4 Models de gestió de carteres en mercats eficients i ineficients

Desenvolupar una gestió correcta en una cartera d'inversió és cabdal per als resultats de qualsevol inversor. En aquest sentit, i per determinar quina estratègia de gestió és l'adequada, cal conèixer les característiques dels actius que volem incorporar a la cartera, així com les característiques del mercat en què podem trobar aquests actius. Un dels elements essencials a tenir en compte en aquesta anàlisi del mercat és el concepte d'eficiència, tant operativa com informacional. Una alta eficiència arrossega el gestor de carteres o l'inversor cap a les proximitats d'una inversió passiva, estratègia que busca com a objectiu principal copiar i replicar amb la major fidelitat possible el mercat total. En canvi, una baixa eficiència operativa i informacional desemboca en anomalies que poden ser aprofitades per un estil de gestió activa que persegueix, per contra, aconseguir més rendibilitat per unitat de risc que la gestió passiva.

En els propers capítols es presenten diferents models i metodologies d'anàlisi que poden ser utilitzats en la gestió de carteres, tant des d'un punt de vista passiu com actiu. En aquest sentit, podem classificar aquests models i metodologies en dos grans grups:

a) *Models basats en l'eficiència del mercat:* en primer lloc es presenten quatre models bàsics que es fonamenten i són útils i aplicables en una situació d'eficiència o proximitat a l'eficiència. Així, els models clàssics que es comentaran no són altres que el model de Markowitz, el model de Tobin (una extensió del de Markowitz) i el model de Sharpe (una simplificació dels dos anteriors), que deriva en el *capital asset pricing model* (CAPM). Finalment, i per acabar aquest grup de models, es farà un breu comentari sobre el model APT i sobre el model Fama-French de tres factors. L'objectiu perseguit en aquest material és presentar i analitzar els models fugint d'una excessiva visió matemàtica, de manera que recomanem la lectura de manuals com Suárez (2005) per a un tractament exhaustiu dels tres models citats anteriorment.

b) *Models basats en la ineficiència del mercat:* en segon lloc, i amb l'objectiu de tancar les tècniques de gestió de carteres d'inversió financera (i en especial de carteres de renda variable) que es presenten en aquest material, dedicarem unes pàgines a eines d'inversió que es basen, precisament, en el contrari que el grup anterior: en la ineficiència. Encara que existeixen centenars d'estratègies, models i tàctiques de predicció que podrien ser considerades en aquest grup i que s'han presentat amb anterioritat en aquest capítol, dedicarem unes pàgines a dues metodologies d'inversió extraordinàriament conegudes i àmpliament tractades tant en l'àmbit acadèmic com professional, que són útils en ambients en què l'eficiència falla o en què les anomalies de mercat són realment importants. Ens referim a les tècniques d'anàlisi fonamental i anàlisi tècnica. De nou,

l'objectiu dels autors serà fer una aproximació prou profunda perquè el lector entengui la fonamentació de la tècnica, els objectius i l'aplicació que se'n fa, a la vegada que es familiaritza amb les seves eines bàsiques. Per a un tractament més profund de l'anàlisi fonamental, recomanem la lectura de Graham (1999), Mascareñas i Cachón (1998) o Santodomingo (1995). Per a un aprofundiment en l'anàlisi tècnica, recomanem la lectura del llibre que s'ha considerat la Bíblia de l'anàlisi tècnica: ens referim al manual de Murphy (2003).

Bibliografia

Andreu, J. (2010): *Market indices: bases, biases and beyond*. Lambert Academic Publishing.

Arshanapalli, B.; Switzer, L.; Hung, L. (2004): «Dynamic asset allocation for international investment: comparing active versus passive strategies for EAFE and S&P500», *Journal of Portfolio Management*, 30, p. 51-60.

Bachelier, L. (1900): *Theory of speculation: the random character of stock market prices*.

Barber, B.; Odean, T. (2000): «Trading is hazardous to your wealth: the common stock investment performance of individual investors», *The Journal of Finance*, 55 (2), p. 773-806.

Blume, I.; Easley, D.; O'Hara, M. (1994): «Market statistics and technical analysis: the role of volume», *Journal of Finance*, 49 (1), p. 153-182.

Borràs, X.; Cámara, X. (2009): *Introducció a la direcció financera*. URV-Cossetània.

Chan L.; Jegadeesh, N.; Lakanishok, J. (1996): «Momentum strategies», *The Journal of Finance*, 51 (5), p. 1681-1713.

Cowles, A.; Jones, H. (1937): «Some *a posteriori* probabilities in stock market action», *Econometrica*, 5 (3), p. 280-294.

DeBondt, W.; Thaler, R. (1985): «Does the market overreact», *Journal of Finance*, 40 (3), p. 793-805.

DeBondt, W.; Thaler, R. (1987): «Further evidence on investor overreaction and stock markets seasonality», *Journal of Finance*, 42 (3), p. 557-851.

Dimson, E.; Marsh, P. (1999): «Murphy's law and market anomalies», *Journal of Portfolio Management*, 25 (2), p. 53-69.

Elder, A. (1993): *Trading for a living: psycology, trading tactics, money management*. Wiley.

Fama, E. (1970): «Efficient capital markets: a review of theory and empirical work», *The Journal of Finance*, 25 (2), p. 383-417.

Fama, E. (1991): «Efficient capital markets II», *The Journal of Finance*, 46 (5), p. 1575-1617.

Graham, B. (1999): *El inversor inteligente*. Open Project.

Grinold, R. (1989): «The fundamental law of active management», *Journal of Portfolio Management*, 15 (3), p. 30-37.

Jegadeesh, N.; Titman, S. (1993): «Returns to buying winners and selling losers: implications for stock market efficiency», *The Journal of Finance*, 48 (2), p. 65-91.

Kendall, M. G. (1953): «The analysis of economic time series prices, part I», *Journal of the Royal Statistical Society*, 96, p. 11-53.

Kostolany, A. (1986): *Estrategia bursátil*. Planeta.

Lintner, J. (1965*a*): «Security prices, risk and maximal gains from diversification», *The Journal of Finance*, 20 (4), p. 587-615.

Lintner, J. (1965*b*): «The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets», *The Review of Economics and Statistics*, 47 (1), p. 13-37.

MacKinlay, A. C. (1997): «Event studies in economics and finance». *Journal of Economic Literature*, 35 (1), p. 13-39.

Mascareñas, J.; Cachón, J. E. (1998): *Análisis financiero: las acciones*. Madrid: Pirámide.

Mossin, J. (1966): «Equilibrium in a capital asset market», *Econometrica*, 35 (4), p. 768-783.

Murphy, J. (2003): *Análisis técnico de los mercados financieros*. Barcelona: Ediciones Gestión 2000.

Odean, T. (1998): «Are investors reluctant to realize their losses?», *The Journal of Finance*, 53 (5), p. 1775-1798.

Samuelson, P. A. (1965): «Proof that properly anticipated prices fluctuate randomly», *Industrial Management Review*, 6 (2), p. 41-49.

Santodomingo, A. (1995): *Manual de análisis fundamental*. Madrid: Inversor Ediciones, SL.

Sharpe, W. (1963): «Capital asset prices: a theory of market equilibrium under conditions of risk», *The Journal of Finance*, 19 (3), p. 425-442.

Sharpe, W. (1964): «A simplified model for portfolio analysis», *Management Science*, 9 (2), p. 277-293.

Sharpe, W. (1991): «The aritmetic of active management», *Financial Analysts Journal*, 47, 1 (gener/febrer), p. 7-9.

Shleifer, A. (2000): *Inefficient markets: an introduction to behavioural finance*. Oxford University Press.

Suárez, A. (2005): *Decisiones óptimas de inversión y financiación en la empresa*. Pirámide.

Timmermann, A.; Granger, C. W. J. (2004): «Efficient market hypothesis and forecasting», *International Journal of Forecasting*, 20 (1), p. 15-27.

Zhang, Y. (1999): «Toward a theory of marginally efficient markets», *Physica*, 269, p. 30-40.

3. El model de Markowitz

Amb anterioritat, en aquest material es va analitzar la importància de la diversificació i l'efecte que té sobre el rendiment i risc d'una cartera. Cal ara fer un pas endavant i preguntar-se si és possible (i com) realitzar una diversificació eficient (correcta, perfecta), que permeti crear una cartera òptima d'acord amb les característiques i necessitats d'un inversor concret. Harry Markowitz, premi Nobel d'economia l'any 1990, va ser el primer de plantejar aquesta reflexió i iniciar així la teoria de la selecció de carteres des d'una perspectiva moderna (*modern portfolio theory* en anglès). El seu paper pioner va ser tal que el tribunal de la seva tesi doctoral, cap al 1950, va bromejar sobre la possibilitat de no concedir-li el títol de doctor, ja que no existia en economia cap línia d'investigació com la plantejada per Markowitz, i ell optava al doctorat en economia. I és veritat, no existia aquesta línia, fet que va canviar després del seu fantàstic treball. La principal aportació de Markowitz va ser la d'incorporar en el seu model els trets fonamentals del que podem qualificar com a *conducta racional de l'inversor* mentre eixamplava l'arsenal d'anàlisi matemàtica aplicada a la valoració i tractament d'actius amb risc (accions). En aquest punt, presentem els trets fonamentals del model de Markowitz intentant premiar la intuïció del model més que la modelització matemàtica. Per a una versió completa i una anàlisi matemàtica exhaustiva del model, vegeu Suárez (2005).

3.1 Consideracions prèvies

Abans de començar amb el model de Markowitz (1952, 1959) pròpiament dit, es realitzen a continuació una sèrie de consideracions que són essencials per entendre'n el desenvolupament matemàtic:

1) Rendibilitat d'una cartera. Recordem que la rendibilitat d'una cartera la definíem de la manera següent:

$$R_{c,t} = \sum_{i=1}^{N} w_{i,t} R_{i,t} = w_{1,t} R_{1,t} + w_{2,t} R_{2,t} + \ldots + w_{N,t} R_{N,t}$$

amb $\sum_{i=1}^{N} w_{i,t} = 1$

On:

(N) és el nombre d'actius de la cartera.

$(R_{i,t})$ és el rendiment aritmètic de l'actiu (i) en el moment (t), rendiment que considerem que inclou el pagament de dividends i altres rendiments assimilats.

$(w_{i,t})$ és la proporció (en tant per u) del capital invertit en l'actiu (i) en el moment (t), és a dir, la proporció del pressupost que l'inversor destina a adquirir l'actiu (i).

$(R_{c,t})$ és el rendiment aritmètic de la cartera en el moment (t).

Aquesta situació general, per a dues accions, queda així:

$$R_{c,t} = \sum_{i=1}^{N} w_{i,t} R_{i,t} = w_{1,t} R_{1,t} + w_{2,t} R_{2,t}$$

2) Variables aleatòries (VA).[1] Si es vol calcular la rendibilitat esperada (esperança) i la variància poblacional d'una cartera *exante*, és a dir, abans que es materialitzen els rendiments dels actius, han de ser tractades les rendibilitats com a variables aleatòries. En l'àmbit conceptual i matemàtic, la diferència és substancial; en l'àmbit pràctic, s'ha d'entendre únicament com un petit canvi. En lloc de rendibilitat de la cartera, parlarem de rendibilitat esperada de la cartera (o esperança), i en lloc de variància mostral de la cartera, parlarem de variància poblacional. El càlcul d'aquests paràmetres serà similar al que s'ha presentat fins ara, en què:

$E[R_{c,t}]$ és l'esperança o rendiment esperat de la cartera en el moment (t).

$\sigma^2(R_{i,t})$ és la variància del rendiment de l'actiu (i) en el moment (t).

$\sigma^2(R_{c,t})$ és la variància de la cartera en el moment (t).

I, finalment, $\sigma(R_{i,t}, R_{j,t})$ és la covariància entre el rendiment de l'actiu (i) i l'actiu (j) en el moment (t).

El rendiment esperat es calcularà, doncs, com:

$$E\left[R_{c,t}\right] = \sum_{i=1}^{N} w_{i,t} E\left[R_{i,t}\right] = w_{1,t} E\left[R_{1,t}\right] + w_{2,t} E\left[R_{2,t}\right] + \ldots + w_{N,t} E\left[R_{N,t}\right]$$

Mentre que la variància, que s'utilitzarà com mesura de risc, es calcularà com:

1 Vegeu l'apartat 6 de l'Annex per a més informació sobre tractament estadístic bivariant i variables aleatòries.

$$\sigma^2(R_{c,t}) = \sum_{i=1}^{N} w_{i,t}^2\ \sigma^2(R_{i,t}) + 2\sum_{i=1}^{N}\sum_{j>i}^{N} w_{i,t}\ w_{j,t}\ \sigma(R_{i,t},R_{j,t}) = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} w_{i,t}\ w_{j,t}\ \sigma(R_{i,t},R_{j,t})$$

La diferència bàsica és que, en tractar-se de valors *exante*, caldrà estimar prèviament els valors de les esperances, les variàncies i les covariàncies necessàries per realitzar els càlculs. Això pot fer-se a partir de dades històriques si se'n disposa i si suposem que el passat pot servir-nos per explicar el futur. En aquest cas, les esperances, variàncies i covariàncies poblacionals s'estimen a partir dels corresponents valors mostrals corregits. S'ha de recordar aquí que les variàncies havien de ser corregides per (N-1), i que el mateix ha de ser fet amb les covariàncies.

Per al cas particular de dos actius, queda:

$$E\left[R_{c,t}\right] = \sum_{i=1}^{N} w_{i,t} E\left[R_{i,t}\right] = w_{1,t} E\left[R_{1,t}\right] + w_{2,t} E\left[R_{2,t}\right]$$

$$\sigma^2(R_{c,t}) = w_{1,t}^2\ \sigma^2(R_{1,t}) + w_{2,t}^2\ \sigma^2(R_{2,t}) + 2w_{1,t}w_{2,t}\sigma(R_{1,t},R_{2,t})$$

o, en funció del coeficient de correlació, com:

$$\sigma^2(R_{c,t}) = w_{1,t}^2\ \sigma^2(R_{1,t}) + w_{2,t}^2\ \sigma^2(R_{2,t}) + 2w_{1,t}w_{2,t}\rho_{1,2}\sigma\ (R_{1,t})\sigma\ (R_{2,t})$$

on $\rho_{1,2}$ és el coeficient de correlació entre els rendiments de l'actiu 1 i els rendiments de l'actiu 2.

Posem un petit exemple per entendre una mica millor el que s'ha exposat. Imaginem que disposem de 10.000 euros per formar una cartera de dos actius. Al primer actiu hi destinem 3.000 euros, mentre que al segon, 7.000. El primer actiu presenta un rendiment esperat del 10% i una variància de 0,03; el segon, un rendiment esperat del 5% i una variància de 0,05. Finalment, la covariància entre els rendiments dels actius és de 0,07. D'aquesta manera, podem calcular el rendiment esperat de la cartera com:

$$E\left[R_{c,t}\right] = \sum_{i=1}^{N} w_{i,t} E\left[R_{i,t}\right] = 0{,}3\cdot 0{,}1 + 0{,}7\cdot 0{,}05 = 6{,}5\%$$

I el risc de la cartera com:

$$\sigma^2(R_{c,t}) = 0{,}3^2\ \cdot 0{,}03 + 0{,}7^2\ \cdot 0{,}05 + 2\cdot 0{,}3\cdot 0{,}7\cdot 0{,}07 = 0{,}0566$$

3) *Normalitat.* Durant molt temps s'ha suposat que els canvis en els preus dels actius i, per tant, també els rendiments, es comportaven de manera normal. La suposició

de rendiments normals de la cartera es basa, a més, en el teorema central del límit, que assegura que la suma de diferents variables aleatòries tendeix a la normal si el nombre de sumands és prou ampli. No és el moment ara d'atacar aquesta suposició, però és realment una hipòtesi que sembla no complir-se en absolut en l'àmbit empíric. [Rachev *et alii* (2005)]. L'avantatge de suposar normalitat és clara. La distribució normal queda perfectament determinada i especificada a través de dos paràmetres: l'esperança i la variància, i altres paràmetres com la asimetria o la curtosi poden ser ignorats. Si tenim en compte que aquests paràmetres són essencials en el model de Markowitz, entendrem perfectament la importància de la suposició de normalitat.

3.2 El model de Markowitz: hipòtesis

El model de Markowitz parteix de les hipòtesis següents:

1. Es considera un univers d'inversió en el qual només existeixen actius amb risc, és a dir, actius de renda variable. El model de Markowitz es va plantejar inicialment amb 2 i 3 actius i, posteriorment, es va generalitzar.
2. El rendiment de cada títol està descrit per una variable aleatòria coneguda per tots els inversors, que es consideren homogenis, és a dir, amb la mateixa opinió sobre tots els paràmetres del model (esperances, variàncies, etc.).
3. S'accepta com a mesura de rendiment l'esperança de la variable, com a mesura de risc la variància (o la desviació estàndard), i els inversors actuen únicament en funció d'aquests dos paràmetres (s'accepta, per tant, la normalitat dels rendiments, ja que amb esperança i variància n'hi ha prou per definir una variable aleatòria normal).
4. La conducta racional de l'inversor i la seva satisfacció (que depèn únicament de l'esperança i la variància de la cartera) es pot modelitzar utilitzant funcions d'utilitat, funció que compleix les característiques que es presenten a continuació:

$$U = F\left[E\left[R_{c,t}\right], \sigma^2(R_{c,t})\right]$$

$$\frac{\partial U}{\partial E\left[R_{c,t}\right]} > 0$$

$$\frac{\partial U}{\partial \sigma^2\left[R_{c,t}\right]} < 0$$

La primera derivada fa referència al fet que l'inversor prefereix més riquesa a menys riquesa, ja que, en incrementar l'esperança de riquesa, incrementa la utilitat (la derivada parcial és positiva). La segona derivada fa referència al fet que l'inversor prefereix menys

risc a més risc, ja que, en incrementar el risc, la utilitat descendeix (la derivada parcial és negativa), i es demostra que els inversors són poc inclinats al risc.

Posem dos exemples per aclarir encara més aquesta idea. En el primer, imaginem dos negocis amb rendibilitat esperada del 20%. El negoci A presenta dues situacions (estats) possibles amb igual probabilitat d'ocurrència. En el primer estat la rendibilitat serà del 15%, mentre que en el segon estat serà del 25%. El negoci B presenta també dos estats amb la mateixa probabilitat d'ocurrència. En el primer estat, la rendibilitat obtinguda serà del 10%, mentre que en el segon serà del 30%. L'inversor del model de Markowitz escolliria el negoci A, ja que per al mateix rendiment esperat, suporta menys risc (dispersió de rendiments), de manera que la seva satisfacció serà més elevada amb aquesta opció.

En el segon exemple, suposem dues possibilitats d'inversió amb les mateixes característiques d'inversió inicial. La primera possibilitat, el negoci C, presenta un risc del 15%, i genera un rendiment esperat de 10 milions d'euros. El negoci D, amb el mateix risc, genera un rendiment esperat de 25 milions d'euros. Davant d'aquesta situació, l'inversor markowitzià preferirà el negoci D, ja que pel mateix risc obté un major rendiment esperat.

D'aquesta manera, i per acabar aquest punt, Markowitz ens assegura amb les seves hipòtesis que qualsevol inversor que vulgui invertir els seus diners únicament en actius de risc comprarà aquelles accions que li generin el màxim rendiment per unitat de risc assumit, i que a més li generin la màxima «felicitat» (utilitat) possible. Aquesta segona afirmació serà analitzada en detall en el proper punt.

3.3 Etapes en el model Markowitz

El model de Markowitz s'estructura en *tres etapes* clarament diferenciades que s'han de conèixer i tenir presents. Amb anterioritat, en aquest material, quan es van presentar les diferents fases de construcció d'una cartera d'inversió financera, les etapes del model de Markowitz es van presentar de manera superficial. És ara, per tant, el moment d'entrar-hi a fons.

1. Primera etapa: *Conjunt de possibilitats d'inversió (CPI) i frontera eficient (FE)*

En un mercat determinat, existeix una quantitat finita d'actius amb risc. Si es combinessin aquests actius utilitzant diferents ponderacions, es podrien construir totes les carteres en les quals un inversor podria invertir els seus diners. Aquest conjunt de carteres possibles sol anomenar-se *conjunt de possibilitats d'inversió (CPI)*.

Posem un exemple no financer per tal d'entendre millor què és el CPI. Imaginem que en un mercat de qualsevol poble del nostre país hi ha diferents parades que venen

únicament 5 productes: patates, pebrots, cols, mandarines i pa. Si jo com a comprador anés a aquest mercat a gastar uns diners determinats, hauria de determinar quins productes (i en quines proporcions) vull incorporar a la meva bossa de la compra. És a dir, amb els 200 euros de què disposo, hauria de determinar quantes patates compro, quants quilos de pebrots, quantes mandarines, etc. Totes les possibles formes que tinc de gastar els meus 200 euros en aquests 5 únics productes constitueixen el *conjunt de possibilitats d'inversió* (*CPI*) en aquest mercat: gastar tots els meus diners únicament en pebrots és una compra possible; gastar 100 euros en patates i 100 en mandarines és una altra opció, però també ho és comprar únicament pa, comprar 40 euros de cada producte, i totes aquelles combinacions que puguem imaginar. Totes aquestes opcions són «compres» (carteres) possibles, i formen el CPI.

Tornant a l'explicació financera, hem de pensar que cadascuna de les carteres que puc compondre amb els actius de risc disponibles al mercat tindria un rendiment i un risc associat, de manera que la podríem dibuixar en un plànol ($\sigma[R_{c,t}]$, $E[R_{c,t}]$). En aquest pla, l'eix X representaria el risc de la cartera (mesurat a través de la desviació estàndard o la variància), mentre que l'eix Y representaria el rendiment esperat.

Vegem aquest punt amb més detall a través d'un exemple.

Exemple 1. Imaginem que tenim un mercat format únicament per dos actius (A i B). Aquests actius tenen un rendiment esperat de $E[R_{A,t}]$=10%, $E[R_{B,t}]$=5% i un risc de $\sigma^2[R_{A,t}]$=0,03 i $\sigma^2[R_{B,t}]$=0,01. A més, s'ha estimat que la covariància entre els rendiments de l'actiu A i B és $\sigma(R_{A,t}, R_{B,t})$=0,0034. Una persona determinada decideix invertir en aquest mercat un total de 100.000 euros. Arribats a aquest punt, ens podem plantejar quines combinacions d'actius són possibles per a l'inversor (CPI). La taula 1 ens mostra algunes d'aquestes possibilitats:

Taula 1. Carteres possibles combinant actius A i B

Cartera	*Ponderació A* ($w_{A,r}$)	*Ponderació B* ($w_{B,r}$)
1	0,01	0,99
2	0,03	0,97
3	0,1	0,9
4	0,2	0,8
5	0,3	0,7
6	0,4	0,6
7	0,5	0,5
8	0,6	0,4
9	0,7	0,3
10	0,8	0,2
11	0,9	0,1
12	0,97	0,03
13	0,99	0,01

D'aquesta manera, si construïm la cartera 7, l'inversor en qüestió gastaria 50.000 euros en l'actiu A i la mateixa quantitat en l'actiu B; en la cartera 13 l'inversor invertiria 99.000 euros en l'actiu A i únicament 1.000 euros en l'actiu B, etc.

Ara és moment d'anar una mica més enllà en l'exemple. Quin rendiment aconseguiria l'inversor amb cada cartera? Quin risc assumiria en cadascuna? El primer que s'ha de fer per respondre aquestes preguntes és calcular el rendiment esperat de cada cartera ($E[R_{c,t}]$) i la seva desviació estàndard $\sigma[R_{c,t}]$. S'ha de recordar que les fórmules que s'apliquen són:

$$E\left[R_{c,t}\right] = \sum_{i=1}^{N} w_{i,t} E\left[R_{i,t}\right] \text{ i } \sigma^2(R_{c,t}) = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} w_{i,t}\ w_{j,t}\ \sigma(R_{i,t}, R_{j,t}) \text{ i } \sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

Els resultats que s'obtenen si realitzem els càlculs són els que apareixen a la taula 2:

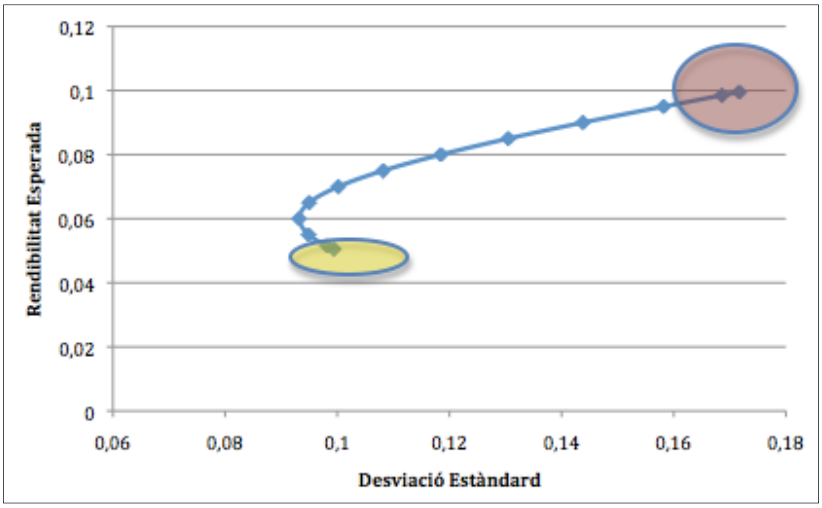
Taula 2. Rendiment i risc per a carteres amb combinació lineal d'actius A i B

Cartera	*Ponderació A* ($w_{A,r}$)	*Ponderació B* ($w_{B,r}$)	$E[R_{c,t}]$	$\sigma[R_{c,t}]$
1	0,01	0,99	0,0505	0,0994
2	0,03	0,97	0,0515	0,0982
3	0,1	0,9	0,055	0,0949
4	0,2	0,8	0,06	0,0932
5	0,3	0,7	0,065	0,0950
6	0,4	0,6	0,07	0,1002
7	0,5	0,5	0,075	0,1082
8	0,6	0,4	0,08	0,1185
9	0,7	0,3	0,085	0,1305
10	0,8	0,2	0,09	0,1438
11	0,9	0,1	0,095	0,1582
12	0,97	0,03	0,0985	0,1686
13	0,99	0,01	0,0995	0,1717

Si representem gràficament aquests resultats en un eix ($\sigma[R_{c,t}]$, $E[R_{c,t}]$), s'obté el *conjunt de possibilitats d'inversió* (CPI) del gràfic 1.

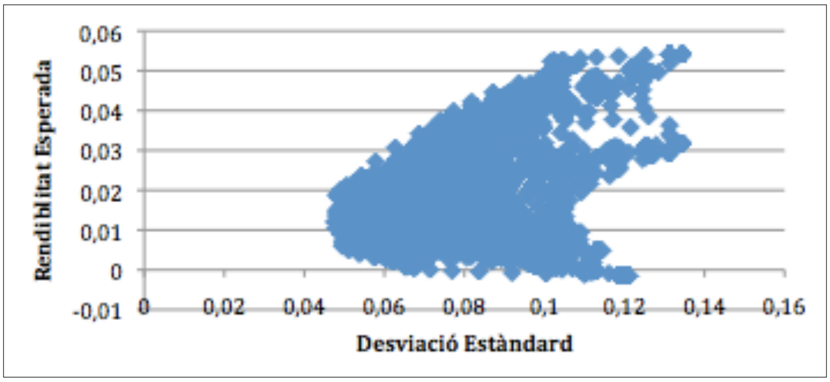
Cada punt blau en el gràfic 1 representa una cartera de les que apareixen a la taula 1 i 2. Així, els punts que apareixen dins del cercle groc corresponen a les carteres 1 i 2, mentre que els punts de l'interior del cercle vermell corresponen a les carteres 12 i 13.

Gràfic 1. Conjunt de possibilitats d'inversió amb 2 actius



En un mercat format per diversos actius es podrien repetir els càlculs que es presenten a l'exemple. Si es decidís llavors dibuixar la CPI, veuríem que no s'obtindria una corba, sinó tot un núvol de punts. La imatge que es podria obtenir seria semblant a la següent (gràfic 2):

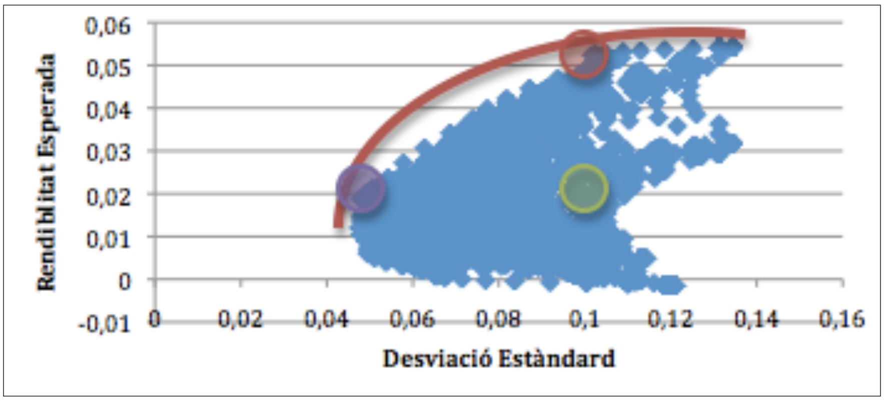
Gràfic 2. Conjunt de possibilitats d'inversió amb n actius



Analitzant els punts del gràfic 2 i del gràfic 3, s'arriba a la conclusió que no totes les combinacions possibles són desitjables. Així, existeixen algunes combinacions que proporcionen el màxim guany per a un risc determinat o, per contra, proporcionen un risc mínim per a un determinat guany esperat. Per exemple, si un inversor vol mantenir una cartera d'inversió amb un risc del 7,5%, hi ha unes quantes possibilitats que li generaran des de poc més de 0,5% de rendiment esperat fins al 4%. És clar que, davant diferents possibilitats amb el mateix risc, l'inversor seleccionarà la que li generi més rendiment, és a dir, buscarà la cartera més eficient. Si repetíssim l'exemple per a tots els nivells de risc, ens adonaríem que les carteres eficients, gràficament, se situen en la

part exterior del dibuix formant una corba (corba vermella) que rep el nom de *frontera eficient* (FE). Analitzem amb més detall aquest fet estudiant a fons el gràfic 3. Són les carteres del cercle verd eficients? La resposta és clara: no. Observant el dos cercles addicionals marcats en el gràfic, observem com el cercle vermell mostra carteres que, amb el mateix risc que les del cercle verd, ofereixen molta més rendibilitat. Seria, per tant, més desitjable, si volem assumir un risc proper al 10%, invertir en les carteres marcades amb el cercle vermell. D'altra banda, les carteres del cercle violeta ofereixen la mateixa rendibilitat que les del cercle verd, però amb molt menys risc. Seria desitjable, per tant, adquirir les carteres del cercle violeta si el que volem és una rendibilitat lleugerament superior al 2,5%, perquè això suposaria només sofrir la meitat del risc (5%).

Gràfic 3. Conjunt de possibilitats d'inversió i frontera eficient



Una vegada s'ha analitzat gràficament el conjunt de possibilitats d'inversió (CPI) i la frontera eficient (FE), cal advertir que aquest conjunt es calcula, matemàticament, resolent el problema que es planteja a continuació:

Maximitzar: $E[R_{c,t}] = \sum_{i=1}^{N} w_{i,t} E[R_{i,t}]$

Amb les restriccions

$$\sigma^2(R_{c,t}) = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} w_{i,t}\ w_{j,t}\ \sigma(R_{i,t}, R_{j,t}) = \sigma^2 * \qquad (1)$$

$$\sum_{i=1}^{N} w_{i,t} = 1 \qquad (2)$$

$$w_{i,t} \geq 0 \text{ per a } \forall i \qquad (3)$$

Pot ser que l'estructura matemàtica espanti una mica, però la idea que hi ha darrere d'aquesta formulació és realment molt intuïtiva. Es tracta de determinar com s'ha de construir una cartera (determinar els pesos o els $w_{i,t}$) perquè generi el rendiment esperat més elevat, tenint en compte que hem de fixar un risc determinat (equació 1).

És a dir, es tracta de descobrir les combinacions ($w_{i,t}$ ... $w_{N,t}$) que proporcionin la cartera que maximitza el rendiment esperat per a cada nivell de risc. Per exemple, si es vol buscar les carteres que generin el benefici esperat màxim assumint un risc de $\sigma^2*= 0{,}1$, el model matemàtic ens situaria en el punt de la frontera eficient que correspon a un risc de 0,1 (cercle vermell).

La condició (2) que s'estableix per a la maximització fa referència al fet que la suma dels pesos dels diferents actius ha de ser u, és a dir, hem d'invertir totalment els nostres diners. Finalment, no es pot demanar diners a crèdit ni vendre al descobert (condició 3 de no-negativitat).

La resolució del problema consisteix a buscar aquella combinació de valors que maximitza[2] la funció objectiu i verifica els tres blocs de condicions per als diferents valors de risc escollits (σ^2*). Això es realitza a través de la tècnica del lagrangià, o utilitzant un programari apropiat d'optimització.

Després de l'anàlisi gràfica i matemàtica presentada, podem concloure de la primera etapa del model de Markowitz que existeixen punts considerats òptims o eficients des de la perspectiva esperança-desviació estàndard. El nostre objectiu com a inversors o gestors de fons és crear carteres que ens permetin situar-nos damunt (o propers) de la frontera eficient; construir, per tant, carteres eficients.

Per acabar la primera etapa del model de Markowitz, ens agradaria fer un petit incís addicional que ens permetrà relacionar el model amb la idea de diversificació que va ser presentada amb anterioritat. Imaginem dos valors (A i B), cadascun amb el seu rendiment i risc. Podem invertir en l'actiu A (amb un risc $\sigma(R_A)$ i una esperança de rendiment $E(R_A)$) o fer-ho en l'actiu B (amb un risc $\sigma(R_B)$ i una esperança de rendiment $E(R_B)$). En funció de la correlació[3] existent entre aquests actius, el CPI presentarà una forma o una altra (vegeu gràfic 4). Així, si:

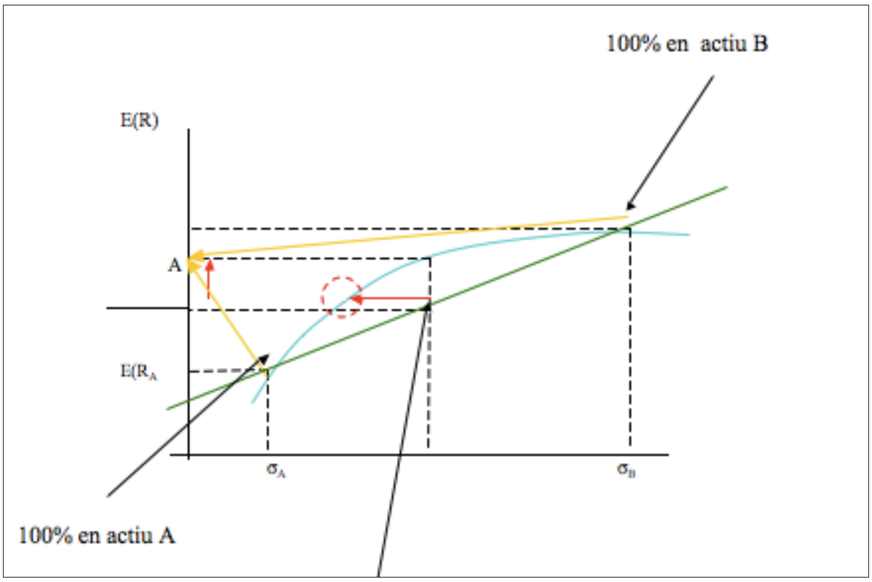
- El coeficient de correlació és 1 ($\rho=1$), la correlació entre el rendiment dels dos actius és perfecta, de manera que el CPI apareixerà com una recta (dibuixada de color verd). Únicament serà possible construir carteres que se situïn damunt d'aquesta recta.
- Si el coeficient de correlació és inferior a 1 ($\rho<1$), llavors la creació d'una cartera per combinació dels dos actius permet aprofitar els avantatges de la diversificació, de manera que en el CPI apareixen carteres amb menor risc (la recta es converteix en una corba), i la representem en el gràfic amb la línia turquesa. D'aquesta manera, la correlació existent entre els actius ens permet accedir a possibilitats d'inversió (punts) amb més rendiment esperat i menys risc.

2 El càlcul de la FE es pot realitzar, de manera alternativa, a través de la minimització del risc d'una cartera donat un rendiment esperat aplicant també les condicions d'inversió completa (2) i no-negativitat (3).

3 Vegeu el punt 3 l'Annex.

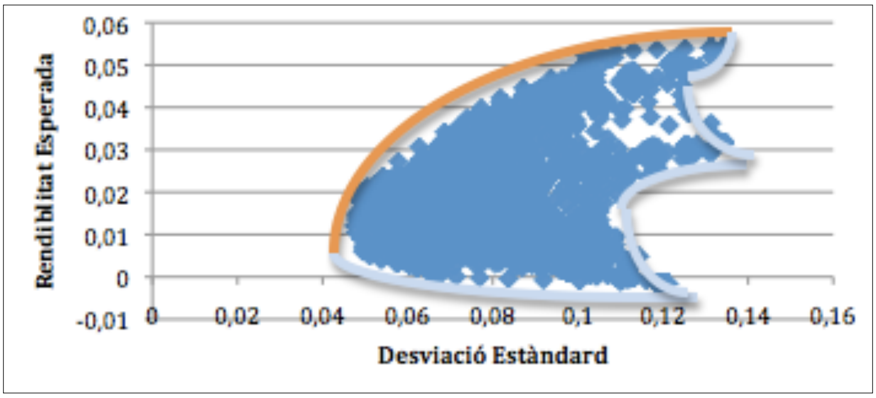
- Si el coeficient de correlació és −1 ($\rho=-1$), és possible construir carteres amb més rendiment esperat i menys risc que les presentades fins ara i situar-nos com a inversors damunt de les línies grogues. Fins i tot és possible construir una cartera sense risc per combinació dels actius A i B, ja que es mouen de forma inversa, de manera que quan un puja de preu l'altre baixa. Aquesta situació ens permet aconseguir un nivell de rendiment sense risc que apareix al gràfic com a punt A. Aprofundim una mica més en aquesta anàlisi. Si el coeficient de correlació és −1, la correlació és perfectament negativa (de manera que si un actiu augmenta de valor, l'altre decreix). En aquesta situació, no existeix risc, perquè els rendiments es troben subjectes a forces contraposades que eliminen la dispersió dels resultats. Aquesta és la situació pròpia de les cobertures i dels futurs (que immunitzen la cartera a variacions de preu).

Gràfic 4. CPI en funció de la correlació entre actius



Generalment, si en lloc de dos actius al mercat disposem de diferents actius, és possible construir un CPI amb una forma similar a la d'un paraigua (gràfic 5), que mostra les diferents combinacions d'actius possibles (carteres possibles). Entre totes les carteres possibles (CPI), sabem que n'existeixen algunes de millors que se situen a la frontera eficient (línia taronja).

Gràfic 5. Conjunt de possibilitats d'inversió i frontera eficient amb n actius



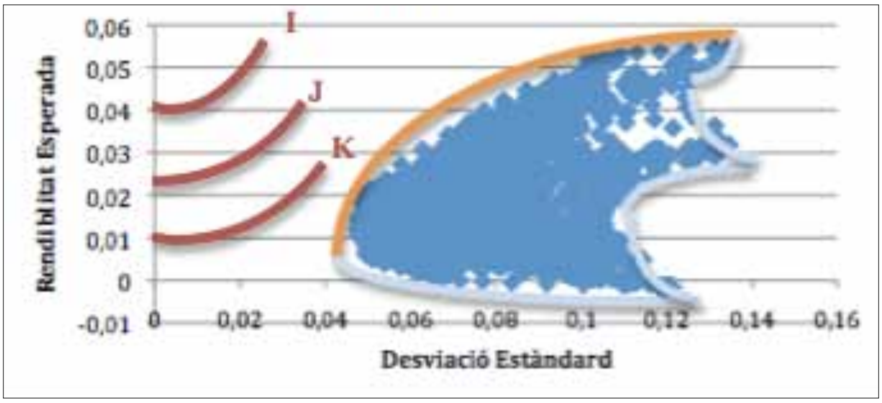
2. Segona etapa: *especificació de les preferències de l'inversor*

Una vegada definides les inversions possibles al mercat que estem analitzant (CPI) i determinades les millors opcions d'inversió (FE), s'han reduït substancialment les alternatives atractives d'inversió. S'ha vist que, de totes les carteres possibles que formen el CPI, només una petita part són adequades si atenem a un simple estudi de esperances i desviacions estàndard. Però, tot i així, quina és la cartera que un inversor ha de seleccionar entre totes les que se situen a la FE? Markowitz va solucionar el problema a través de l'ús clàssic de les funcions d'utilitat. Recordem que les funcions d'utilitat tenen la finalitat de mesurar la «satisfacció» (la felicitat) d'un individu quan consumeix un conjunt de béns determinat. L'inversor, aleshores, utilitzant les seves funcions d'utilitat, seleccionarà aquella cartera que respongui millor a les seves preferències, és a dir, que li generi més satisfacció atesos els dos únics paràmetres significatius per a ell en el model de Markowitz (esperança i variància dels rendiments dels actius). Hi haurà inversors, amb una determinada actitud davant el risc, que preferiran escollir les carteres que ofereixin més benefici esperat encara que per a això hagin d'assumir més riscos. Per contra, altres inversors més prudents es decidiran per carteres menys arriscades que ofereixin, al seu torn, menys benefici esperat.

Gràficament (gràfic 6), es poden expressar les preferències i la satisfacció dels inversors a través de les funcions d'utilitat en el plànol $(\sigma[R_{c,t}], E[R_{c,t}])$. Les funcions d'utilitat, en aquest cas, determinaran la satisfacció que obtindrà un inversor mantenint una cartera que li suposi un risc i un rendiment esperat concret. Aquestes funcions d'utilitat es consideren creixents i còncaves (forma adequada en funció de les derivades parcials de les funcions d'utilitat que s'han presentat anteriorment en aquest material). Si s'estudia el gràfic que es presenta a continuació, es poden fer algunes afirmacions derivades de la teoria econòmica clàssica. La primera és que, per definició de corba d'indiferència, qualsevol punt d'una mateixa corba genera a l'inversor la mateixa satisfacció. Per exemple, qualsevol punt de la corba (I) genera una satisfacció de 35, mentre que qualsevol

punt de la corba (J) genera una satisfacció de 28, etc. En l'exemple que hem posat fins ara, s'ha dit que un inversor presentaria més satisfacció o felicitat damunt de la corba I que no pas damunt de la corba J. Aquesta afirmació és certa i es pot generalitzar dient que les corbes d'indiferència que es troben més elevades generen més satisfacció que no pas les que es troben més pròximes a l'eix X. Intentem entendre això amb calma. La corba J, per a un nivell de risc del 2,5%, «ofereix» un rendiment esperat lleugerament superior al 2%. En canvi, la corba I, per al mateix nivell de risc, «ofereix» un rendiment proper al 5%. És clar que l'inversor tindrà més satisfacció a la corba I que no pas a la J.

Gràfic 6. Funcions d'utilitat en el model de Markowitz

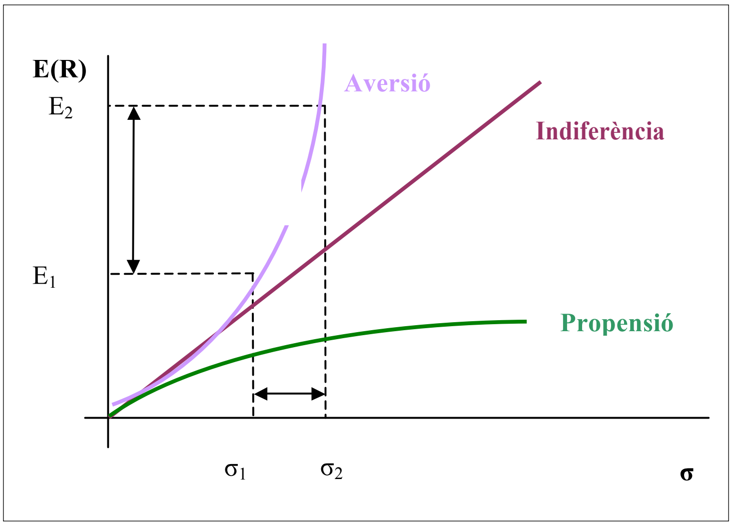


Arribats a aquest punt, ens agradaria fer un petit incís sobre les corbes d'indiferència. Les corbes presentades fins ara es refereixen a inversors amb aversió al risc. Encara que això és el més comú, hem de dir que la forma de les corbes d'indiferència canvia lleugerament si ens trobem amb un altre tipus d'inversors (gràfic 7). Així:

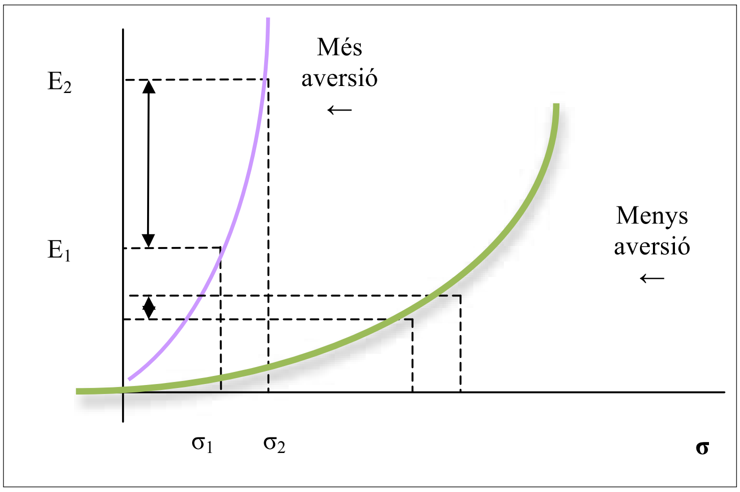
- Si ens trobem amb inversors amb aversió al risc: aquests inversors només accepten un augment de risc si ve acompanyat d'un increment proporcionalment superior de la rendibilitat esperada.
- Si ens trobem amb inversors indiferents al risc: aquests inversors accepten un augment de risc si ve acompanyat d'un increment proporcional de la rendibilitat esperada.
- Si ens trobem amb inversors propensos al risc: aquests inversors accepten un increment de risc si augmenta el rendiment esperat, independentment si l'increment és igual o, fins i tot, inferior a l'increment de risc.

A més, el pendent de la corba també defineix la propensió al risc d'un inversor determinat, com es pot observar en el gràfic 8.

Gràfic 7. Corbes d'indiferència en funció del perfil de risc de l'inversor



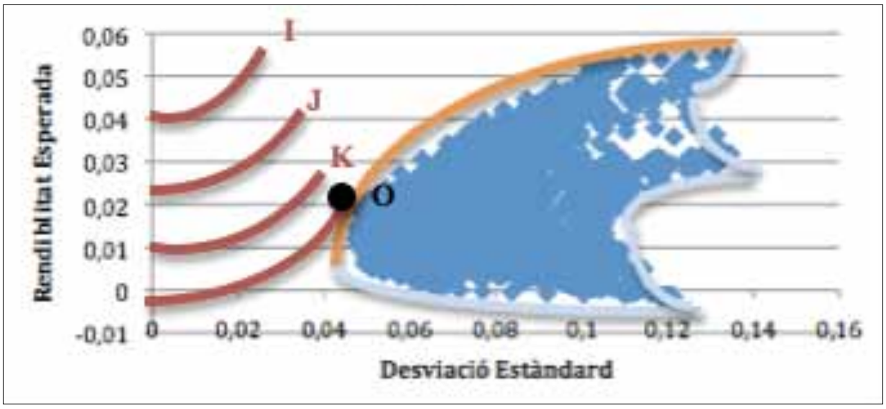
Gràfic 8. Corbes d'indiferència en funció del perfil de risc de l'inversor (II)



3. Tercera etapa: *selecció de la Cartera Òptima* (CO)

Superposant el CPI i l'FE (primera etapa) amb les corbes d'indiferència (segona etapa), s'obté la cartera òptima per a un inversor (gràfic 9). La cartera òptima serà el punt O, ja que expressa la cartera eficient (sobre l'FE) que genera més satisfacció a l'inversor. Aquest punt, matemàticament, compleix la condició que és el punt on la corba d'indiferència que genera més satisfacció és tangent a la frontera eficient. Aquesta és sempre la condició d'òptim en aquest model. El punt O és òptim perquè la corba (K) (i qualsevol altra que hi estigués per damunt) se situa en punts no possibles (perquè no es troben dins del CPI). En segon lloc, tots els punts per sota del punt O presenten pitjors característiques d'esperança-desviació estàndard, de manera que no són desitjables.

Gràfic 9. Determinació de la cartera òptima



Conclusió: la cartera òptima (punt O) és la que, situada a la frontera eficient, permet a l'inversor situar-se en la corba d'indiferència que li suposa més satisfacció. Això s'aconsegueix en el punt de tangència entre la corba d'indiferència de més satisfacció possible i l'FE.

Per acabar, farem un petit *check-list* de les tasques que ha de realitzar un inversor en el model de Markowitz:

Estimació de l'esperança matemàtica dels actius	SÍ
Estimació de la variància dels actius	SÍ
Estimació de la curtosi dels actius	NO
Estimació de la covariància dels actius	SÍ
Càlcul del conjunt de possibilitats d'inversió	SÍ
Càlcul de ràtio de palanquejament	NO
Selecció de les carteres de mercat	NO
Càlcul de la frontera eficient	SÍ
Càlcul de les accions de dividend màxim	NO
Modelització de les preferències a través de funcions Gamma	NO
Modelització de les preferències a través de funcions d'utilitat	SÍ
Càlcul del punt de tangència entre corbes d'indiferència i frontera eficient	SÍ

3.4 Comentaris finals sobre el model de Markowitz

1. *Normalitat*: El model de Markowitz suposa normalitat de les rendibilitats dels actius. Aquesta suposició simplifica els càlculs però no és una suposició real, amb la qual cosa la validesa del model és discutible en cas de trobar-nos en una situació en què els rendiments dels actius són no-normals.
2. *La funció d'utilitat:* Quina forma té la funció d'utilitat? En el model no s'ha plantejat quina forma funcional presenten les corbes d'indiferència. La forma funcional més utilitzada és la funció quadràtica que presenta la forma següent:

$$U\left[R_{c,t}\right] = a + bR_{c,t} + cR^2{}_{c,t}$$

3. *Model esperança-variància:* els inversors prenen les seves decisions en funció únicament d'aquests dos paràmetres. Aquesta suposició és vàlida sempre que es compleixi la normalitat o la forma quadràtica de les funcions d'utilitat. En cas de no complir-se cap de les dues condicions, de nou, la validesa del model és discutible. A més, és clar que en la realitat existeixen molts altres factors que afecten les decisions dels inversors.
4. *Perfil de risc dels inversors:* la preferència o aversió al risc dels diferents inversors és fàcilment detectable en funció de la forma que presentin les seves corbes d'indiferència. Així, com ja s'ha comentat anteriorment, és possible determinar com és un inversor en funció de la forma de les seves corbes d'indiferència. El que no s'ha plantejat en el model és que les preferències pel rendiment i el risc varien amb el pas del temps, i també en funció dels diferents esdeveniments (bones i males experiències) que li succeeixen a l'inversor. Això no ho recull l'estructura de corbes d'indiferència que s'han presentat en el model.
5. *Convexitat de la frontera eficient:* la frontera eficient és convexa. Si el mercat únicament disposa de dos actius (A, B) i la correlació entre ells és 1, la frontera eficient és una recta que uneix aquests dos actius. D'altra banda, si la correlació és –1, llavors les possibilitats d'inversió formen una espècie de triangle (gràfic 4). Cal recordar que la correlació entre dos actius A i B es definia com el quocient entre la covariància dels rendiments d'A i B, i les respectives desviacions dels seus rendiments:

$$\rho_{A,B} = \frac{\sigma(R_{A,t}, R_{B,t})}{\sigma(R_{A,t})\sigma(R_{B,t})}$$

6. *L'aportació de Tobin:* El model de Markowitz permet únicament a l'inversor distribuir el seu capital entre actius de renda variable. Tobin va ampliar el mo-

del donant la possibilitat a l'inversor de col·locar diners tant en actius de renda variable com en un actiu de renda fixa amb un rendiment sense risc determinat. La incorporació d'aquesta possibilitat modifica lleugerament la frontera eficient i permet a l'inversor accedir a un conjunt de carteres que eren impossibles d'elaborar en el model de Markowitz. El model de Tobin, ampliació essencial del de Markowitz, és l'objectiu d'estudi del proper punt d'aquest material.

Bibliografia

Markowitz, H. M. (1952): «Portfolio selection», *The Journal of Finance*, 7 (1), p. 77-91.

Markowitz, H. M. (1959): *Portfolio selection: efficient diversification of investments*. Nova York: Wiley & Sons.

Rachev, S. T.; Fabozzi, F. J.; Menn, C. (2005): *Fat-tailed and skewed asset return distributions: implications for risk management, portfolio selection and option pricing*. Wiley.

Suárez, A. (2005): *Decisiones óptimas de inversión y financiación en la empresa*. Pirámide.

4. El model de Tobin

Podríem dir que el model de Tobin (1958) és a les finances el que el color és als televisors: un avenç estètic important que millora la qualitat, que millora la resolució, però que no canvia la idea essencial. Això sí, com a tot avenç, el model de Tobin afegeix uns matisos que eren impossibles en el model de Markowitz, igual que el televisor en color ho fa respecte al de blanc i negre. L'ampliació de Tobin permet a l'inversor destinar part dels seus diners a estalvi «sense risc», actiu que el remunera amb una taxa prefixada i coneguda (*risk free rate*). Aquest model, per tant, permet entendre una cartera d'inversió en renda variable i «en renda fixa sense risc», ampliant les possibilitats d'aplicació i les conclusions del model de Markowitz. En aquest punt es fa una petita reflexió sobre el concepte de «no risc», es desenvolupa el model i se'n resumeixen les conclusions més importants. Per a una anàlisi exhaustiva del model de Tobin, recomanem la lectura de Suárez (2005).

4.1 Introducció

Són molts els autors que amb posterioritat al model pioner de Markowitz intenten desenvolupar-lo, realitzant una evolució dels conceptes i de la tècnica. Tota aquesta literatura provoca que la *teoria moderna de carteres*, marc creat arran del treball de Markowitz, es converteixi i se situï com a peça clau en el camp d'estudi de les finances modernes. En aquest sentit, van ser dues les preocupacions bàsiques dels autors posteriors al treball de Markowitz, preocupacions que al llarg de les properes pàgines veurem com es van integrant i introduint al model original:

1. *Actius sense risc (lending portfolios):* incorporar al model la possibilitat d'invertir en actius sense risc (o en actius líquids), és a dir, cedir tot o part del nostre

patrimoni a canvi d'una renda (o interès) fixa, és una necessitat bàsica perquè el model de Markowitz pugui ser aplicat en un marc més extens.

2. *Endeutament (borrowing portfolios):* la possibilitat de prestar diners a un tipus d'interès fix (*lending portfolios*) és una ampliació important, però sembla fins i tot més interessant la possibilitat de demanar prestat diners per realitzar inversions palanquejades. En aquest cas, es vol incorporar la possibilitat de demanar un préstec (*borrowing portfolio*) a un tipus d'interès determinat, per invertir els diners aconseguits en actius amb risc. En el model de Tobin, se suposa que únicament existeix un interès, de manera que l'interès que s'aconsegueix invertint en l'actiu sense risc és exactament el mateix que demana el prestador a l'inversor que ha demanat un préstec.

Abans de començar amb les modificacions del model de Markowitz i entrar en detall de com les dues preocupacions presentades s'incorporen al seu model, ens agradaria fer una breu reflexió sobre els actius que podem considerar sense risc. No és correcte parlar d'actius sense risc, ja que tots els actius tenen més o menys risc. Tot i aquesta consideració, és habitual en la literatura trobar aquesta referència, de manera que mantindrem aquesta expressió encara que sigui lleugerament desencertada. En primer lloc, l'actiu per excel·lència «sense risc» (*risk free*) seria el diner líquid, diner que no genera cap tipus de rendiment. En segon lloc, considerem com a actius sense risc (o actius amb poc risc) els actius de renda fixa emesos per estats nacionals (lletres del tresor, bons i deute públic en general), sempre que presenti el menor risc d'impagament possible, és a dir, el màxim ràting. En aquest sentit, també seria possible considerar dins del conjunt d'actius sense risc les emissions de deute d'empreses de màxima solvència amb ràtings similars als de la renda pública de més seguretat. Parlem de pagarés, bons, etc., d'empreses internacionals o nacionals d'extrema capitalització i control del mercat en què operen, que presenten una solvència rellevant.

4.2 El teorema de separació de Tobin

Encara que, estrictament, el *teorema de separació de Tobin* és la conclusió del model que presentarem a continuació, ens permetem presentar-lo aquí, perquè ajudarà a entendre millor el desenvolupament matemàtic i conceptual del model. El teorema afirma que la construcció d'una cartera d'inversió financera formada per actius amb risc i sense es pot dividir en *dues fases*:

1. *Determinació de la frontera eficient* amb la incorporació dels actius sense risc en la generació del CPI i el càlcul de l'FE. Aquesta frontera eficient no depèn de

l'actitud de l'inversor davant el risc, i és, per tant, objectiva i igual per a tots els inversors, sigui quina sigui la seva propensió i preferència pel risc.

2. *Determinació de la cartera òptima* per a l'inversor. Passa per establir la proporció del pressupost que un inversor vol invertir en actius sense risc i en actius amb risc. Aquesta cartera es podrà determinar, de nou, per càlcul de la tangència entre la corba d'indiferència que genera més satisfacció a l'inversor i la frontera eficient.

4.3 El model de Tobin

Tobin incorpora al model de Markowitz la possibilitat d'invertir en actius sense risc. En el seu article original, l'autor simplifica el model suposant que existeixen únicament dos actius, un amb risc i un altre sense risc. Si partim d'aquesta suposició inicial, agafant la fórmula de la rendibilitat d'una cartera ja coneguda per tots i suposant que aquesta cartera conté únicament dos actius, podem expressar-la de la manera següent:

$$R_{c,t} = \sum_{i=1}^{N} w_{i,t} R_{i,t} = w_{1,t} R_{1,t} + w_{2,t} R_{2,t} = w_{f,t} R_{f,t} + w_{2,t} R_{2,t}$$

$$\text{amb } \sum_{i=1}^{N} w_{i,t} = w_{1,t} + w_{2,t} = w_{f,t} + w_{2,t} = w_{f,t} + (1 - w_{f,t}) = 1$$

on:

- N és el nombre d'actius de la cartera; en aquest cas, 2.
- $R_{i,t}$ és el rendiment aritmètic de l'actiu (i) en el moment (t), que sol aparèixer en la literatura amb la nomenclatura $R_{f,t}$ per a l'actiu sense risc i $R_{i,t}=R_{2,t}$ per a l'actiu amb risc.
- $w_{i,t}$ és la proporció invertida en l'actiu (i), que apareix en la literatura com $w_{f,t}$ per a la proporció invertida en l'actiu sense risc i, la majoria de vegades com $w_{2,t}=(1-w_{f,t})$ per a la proporció invertida en l'actiu amb risc. Si $w_{f,t}=1$, tot el patrimoni s'inverteix en l'actiu sense risc, mentre que si $w_{f,t}=0$, tot el patrimoni s'inverteix en l'actiu amb risc.
- $R_{c,t}$ és el rendiment de la cartera en el moment (t).

En la situació presentada, si $\forall w_{i,t}>0$, $i=1... N$, els inversors no tenen la possibilitat d'endeutar-se però sí d'invertir en l'actiu sense risc (*lending portfolio*). Si alguna de les proporcions es permet que sigui negativa, el model permetria endeutament o posicions curtes. Concretament, en el model de Tobin es podria arribar a donar una situació de $w_{f,t}<0$, que significaria que trobem carteres que permeten l'endeutament al tipus d'interès sense risc (*borrowing portfolios*).

Ja que tractem en aquest model amb actius sense risc (amb rendiment fix i conegut $R_{f,t}$) i amb actius amb risc (amb rendiment representat per una variable aleatòria), cal plantejar de nou l'anàlisi a través d'esperances i variàncies, concretament:

$$E\left[R_{c,t}\right] = \sum_{i=1}^{N} w_{i,t} E\left[R_{i,t}\right] = w_{1,t} E\left[R_{1,t}\right] + w_{2,t} E\left[R_{2,t}\right] = w_{f,t} E\left[R_{f,t}\right] + (1 - w_{f,t}) E\left[R_{2,t}\right]$$

$$\sigma^2(R_{c,t}) = \sum_{i=1}^{N} w_{i,t}^2 \, \sigma^2(R_{i,t}) + 2\sum_{i=1}^{N}\sum_{j>1}^{N} w_{i,t} \, w_{j,t} \, \sigma(R_{i,t}, R_{j,t}) = w_{f,t}^2 \, \sigma^2(R_{f,t}) + (1 - w_{f,t})^2 \cdot \sigma^2(R_{2,t}) + 0$$

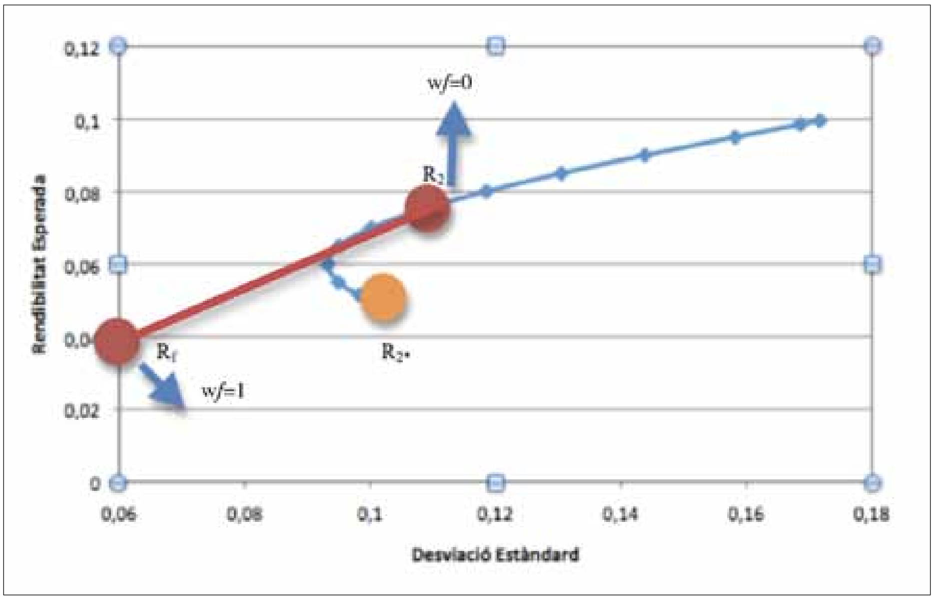
$$\sigma^2(R_{c,t}) = w_{f,t}^2 \cdot 0 + (1 - w_{f,t})^2 \cdot \sigma^2(R_{2,t}) = (1 - w_{f,t})^2 \cdot \sigma^2(R_{2,t})$$

on hem de recordar que el risc del rendiment de l'actiu sense risc, per definició, és zero ($\sigma^2(R_{f,t}) = 0$), perquè es tracta d'una constant i no d'una variable aleatòria, i la covariància entre variables aleatòries tampoc no és aplicable, ja que no es tracta de dues variables aleatòries.

En el model de Tobin, exactament igual que fèiem amb el model de Markowitz, es poden definir diferents fases o passos. Com ja s'ha vist amb anterioritat, el *primer pas* del model és, a través de la combinació d'un actiu amb risc i un sense risc, construir diverses carteres (*conjunt de possibilitats d'inversió*), que poden ser representades gràficament en el plànol ($\sigma^2[R_{c,t}]$, $E[R_{c,t}]$) o de manera equivalent en el plànol ($\sigma[R_{c,t}]$, $E[R_{c,t}]$) *com una recta*. Al gràfic 1 es pot veure aquesta situació amb més detall. Imaginem, tal com diu el model de Tobin, que solament existeix un actiu sense risc i l'actiu amb risc 2. Aquests dos actius tenen una rendibilitat i un risc determinat, de manera que es poden representar gràficament en l'eix a través dels dos punts vermells. Així, l'inversor, invertint diferents proporcions dels seus estalvis en l'actiu sense risc i en l'actiu 2, pot construir tot de carteres que presentarien un rendiment esperat i un risc determinat. Totes aquestes carteres, si les representéssim utilitzant el seu rendiment esperat i el seu risc, se situarien gràficament damunt la recta R_f–R_2. Si l'inversor gastés tots els seus diners en l'actiu arriscat disposaria d'una cartera amb ponderació w_f=0. En canvi, si gastés tots els seus diners en l'actiu sense risc, la seva cartera presentaria una ponderació w_f=1. Si, en canvi, gastés el 50% dels seus diners en l'actiu amb risc i la resta en l'actiu sense risc, se situaria al bell mig de la recta que uneix els punts vermells marcats al gràfic.

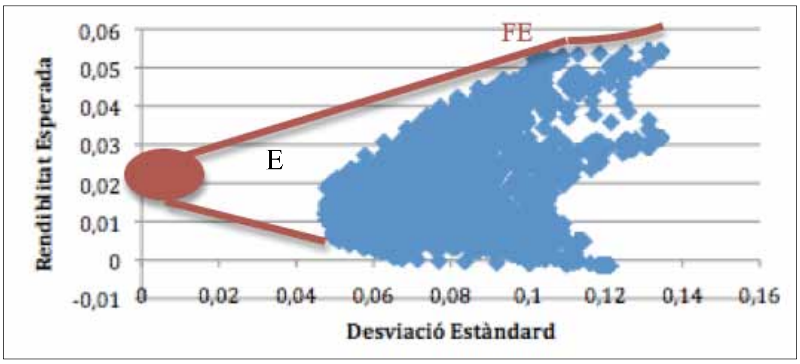
Ara podem suposar que existeixen de nou dos actius: el primer és l'actiu sense risc i el segon, l'actiu amb risc amb rendibilitat R_{2*}, que apareix al gràfic 1 marcat amb el punt taronja. De nou, l'inversor podria situar-se en qualsevol dels punts de la recta R_f–R_{2*}, que no hem dibuixat per no complicar excessivament el gràfic.

Gràfic 1. Conjunt de possibilitats d'inversió en el model de Tobin



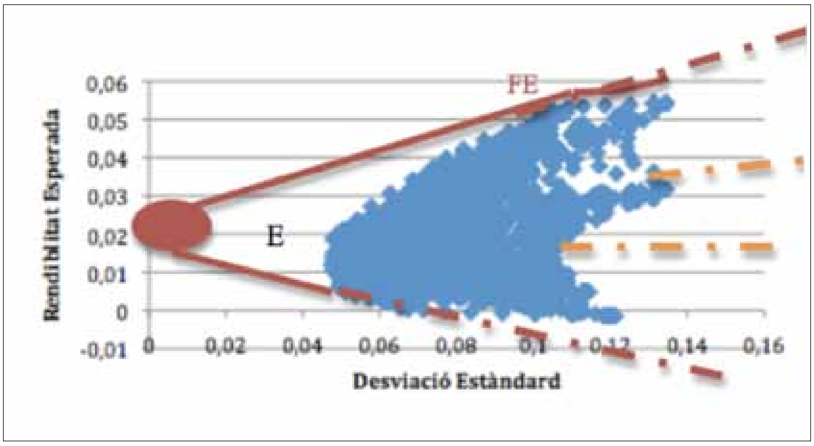
D'aquesta manera, si generalitzem el model de Tobin que acabem de presentar suposant que l'actiu sense risc es pot combinar amb qualsevol dels punts del CPI del model de Markowitz, arribem a la conclusió que el CPI en el model de Tobin s'ha ampliat de manera substancial (vegeu gràfic 2). Així, el CPI comprèn ara el «paraigua» de Markowitz, però també tots els punts al damunt de les línies vermelles, i tots aquells punts que hi ha emmarcats entre les dues línies vermelles del gràfic i el «paraigua» (zona marcada amb la lletra E). La inclusió de l'actiu sense risc i les seves possibilitats de combinació amb els actius amb risc permet accedir a punts inassolibles en el model de Markowitz, i converteixen en una semirecta l'antiga frontera eficient. Com es pot observar en el gràfic 2, les millors carteres es troben ara sobre la recta vermella superior, a excepció d'algunes carteres (únicament formades per actius de renda variable) que no són assolibles a través de les noves combinacions de renda fixa i renda variable. D'aquesta manera, en el model de Tobin sense possibilitats d'endeutament, l'FE estarà compresa per la recta vermella superior més la corba vermella que la segueix.

Gràfic 2. Conjunt de possibilitats d'inversió i frontera eficient en el model de Tobin



Si en el model presentat anteriorment permetem, a més, que l'inversor s'endeuti (*borrowing portfolio*) i que amb els diners que ha rebut en préstec inverteixi en aquells actius que cregui més oportuns, el CPI i l'EF varien substancialment (gràfic 3). L'inversor ara pot accedir a punts que estan més enllà del CPI de Markowitz (línies discontínues) i l'FE és ara la línia vermella superior, que es pot estendre més enllà del que s'estenia en el gràfic 2 (línia vermella discontínua).

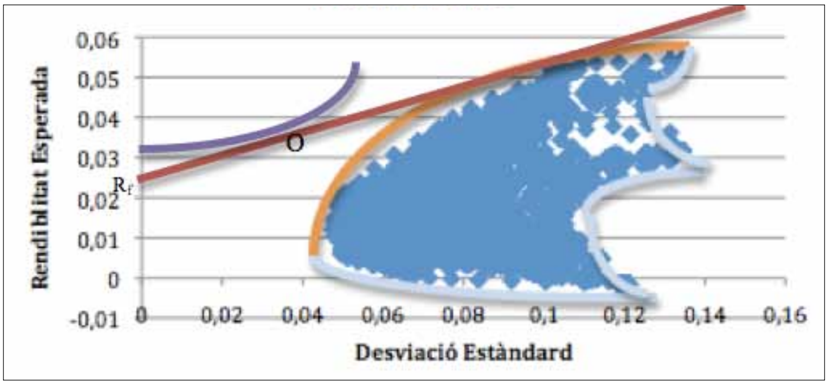
Gràfic 3. Conjunt de possibilitats d'inversió i frontera eficient en el model de Tobin amb possibilitats d'endeutament



Una vegada plantejada la frontera eficient, el *segon pas del model*, com en el cas de Markowitz, seria determinar les corbes d'indiferència de l'inversor, per establir, en un **tercer pas**, la cartera òptima (punt O). Fent això de manera exactament idèntica a com ho fèiem en el model de Markowitz, és a dir, buscant el punt de tangència entre la frontera eficient i aquella corba d'indiferència que genera més utilitat a l'inversor, aconseguim determinar la cartera òptima, i analitzant-la coneixem quines ponderacions ($w_{i,t}$) ha de tenir cada actiu. Fet això, ens podem trobar tres situacions clarament diferenciades que analitzarem gràficament:

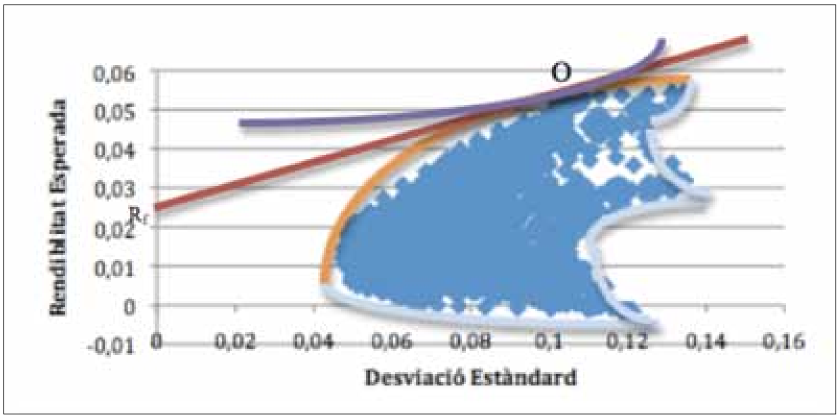
1. En el primer cas (gràfic 4), la cartera òptima (punt de tangència entre la frontera eficient i la corba d'indiferència que genera més satisfacció a l'inversor) és el punt O. Aquest punt suposa una cartera que conté una proporció determinada de l'actiu sense risc, així com una proporció determinada de l'actiu amb risc. Es tracta, doncs, d'una cartera «mixta» de renda variable i actiu sense risc.

Gràfic 4. Cartera òptima en el model de Tobin (I)



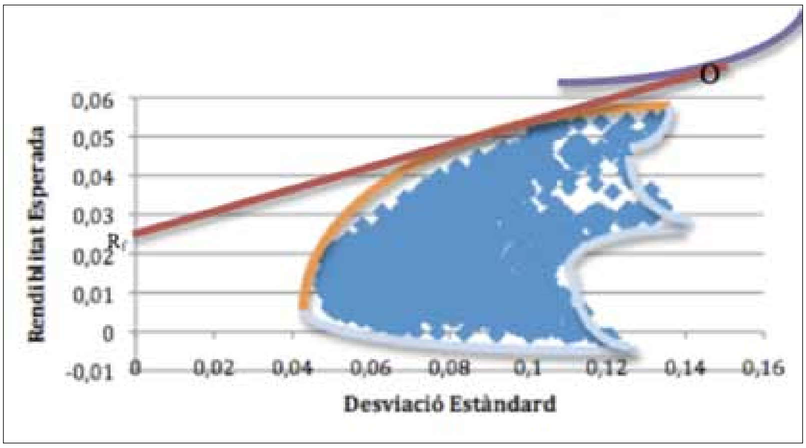
2. En el segon cas, la cartera òptima torna a ser el punt O. En aquesta situació, la cartera òptima està composta al 100% per l'actiu amb risc (vegeu gràfic 5).

Gràfic 5. Cartera òptima en el model de Tobin (II)



3. Finalment, en el tercer cas (gràfic 6), la cartera òptima (O) està formada per més del 100% d'actius amb risc, actius que han estat comprats a través de l'endeutament de l'inversor a la taxa lliure de risc ($R_{f,t}$), la qual cosa significa que $w_{f,t}$<0.

Gràfic 6. Cartera òptima en el model de Tobin (III)



Analitzant les tres situacions exposades amb anterioritat, ens adonem que l'inversor, independentment de quina sigui la seva corba d'utilitat, sempre construirà carteres que es troben damunt de la recta roja, és a dir, damunt del que en el model de Tobin amb possibilitats d'endeutament és la frontera eficient. Aquesta recta, que com veiem s'obté de la combinació de dos actius (un actiu sense risc i un actiu amb risc situat dins del «paraigua» de Markowitz), rep el nom de *capital market line* (CML).

4.4 Comentaris finals sobre el model de Tobin

Per acabar aquest petit repàs del model de Tobin, ens agradaria comentar dos elements que pensem que són essencials i que convé recordar:

1. *Modificació de la frontera eficient*: l'ampliació de Tobin permet modificar la frontera eficient, i accedir, a través de la combinació d'actius amb risc i sense, a punts que eren inassolibles en el model de Markowitz. Si permetem únicament la inversió en actius amb risc i sense risc, la frontera eficient es converteix en una semirecta. Si, a més, permetem que l'inversor s'endeuti a la taxa lliure de risc, la frontera eficient es converteix en una recta.

2. *Únic tipus d'interès sense risc*: el model de Tobin suposa, implícitament, que el mercat permet prestar i demanar prestat diners (*lending and borrowing portfolios*), al mateix tipus d'interès, simplificació que no es compleix en la realitat.

Bibliografia

Suárez, A. (2005): *Decisiones óptimas de inversión y financiación en la empresa*. Pirámide.

Tobin, J. (1958): «Liquidity preferences as behaviour towards risk», *Review of Economic Studies*, 25 (1), p. 65-86.

5. El model de Sharpe i el CAPM

Els models de Markowitz i Tobin i la seva aproximació esperança-variància van tenir (i continuen tenint) repercussions pràctiques i teòriques realment importants. Tot i així, a escala pràctica, la utilització del plantejament de Markowitz va generar dues dificultats importants. La primera era la complexitat en la resolució d'un procés d'optimització quadràtic paramètric, fet que en el moment històric que aquests autors van plantejar el seu model no era fàcil. El desenvolupament de la informàtica i el creixement exponencial de les capacitats de computació dels ordinadors han permès salvar aquesta dificultat fins a l'extrem que la capacitat d'un Excel és suficient actualment per resoldre el model. La segona dificultat consistia en la complexitat d'estimar variàncies i covariàncies quan s'aplicava en un entorn real amb diversos actius de renda variable (centenars o fins i tot milers). La multiplicitat d'actius feia titànica la tasca d'estimació dels diferents paràmetres del model, més en un moment que els ordinadors no existien a la pràctica, o la potència computacional de les primeres computadores era extraordinàriament limitada. El model de Sharpe apareix per tal de simplificar els càlculs i permetre a acadèmics i professionals aplicar pràcticament les idees de Markowitz i Tobin. Així, a través d'una simplificació lineal, el model de Sharpe permetia relacionar els rendiments de tots els actius amb un actiu de referència que servia de *benchmark*. En aquest punt, presentem la simplificació de Sharpe, així com el model del CAPM, fill i continuació natural del model diagonal de Sharpe.

Ens agradaria avançar que l'aportació de Sharpe va més enllà de la simplificació pràctica d'un problema d'estimació de paràmetres (que actualment no és tal per la potència dels ordinadors) i permet introduir conceptes i una visió financera essencialment diferent de la dominant fins al moment de publicar-se. A aquesta visió, i a l'aportació conceptual d'aquest autor, dedicarem els següents apartats del mòdul.

5.1 Consideracions prèvies

Farem referència aquí a la segona de les dificultats que s'han plantejat en la introducció d'aquest capítol: la necessitat d'estimar variàncies i covariàncies quan s'aplica el model de Markowitz amb centenars o milers d'actius de renda variable. Vegem aquest fet matemàticament.

En un mercat amb N actius en el model de Markowitz, s'han d'estimar els paràmetres següents:

- Una esperança matemàtica per a cada actiu, és a dir, N esperances matemàtiques dels rendiments dels N títols.
- Una variància matemàtica per a cada actiu, és a dir, N variàncies dels rendiments dels N títols.
- Finalment, $\frac{N(N-1)}{2}$ covariàncies, que representen la variació global i interdependent dels diferents actius.

En el model de Markowitz cal, per tant, estimar un total de

$N + N + \frac{N(N-1)}{2} = \frac{N(N+3)}{2}$ paràmetres.

Per entendre la dimensió del problema, suposem un mercat on cotitzin 2.000 accions (no cal dir que qualsevol borsa americana supera amb escreix aquest nombre d'accions, de manera que aquests nombres ens poden servir com a punt de partida). Per a aquest cas, el nombre d'estimacions necessàries és de 2.003.000 (no cal més que aplicar a la fórmula anterior N = 2000).

$$\frac{N(N+3)}{2} = \frac{2.000(2.000+3)}{2} = 2.003.000$$

Si l'estimació de més de dos milions de paràmetres és bastant costosa actualment, imaginem la dificultat d'aquest fet fa cinquanta anys. Sempre hi ha la possibilitat de restringir l'univers d'actius utilitzats per construir el model (fet que no és innocu en els resultats, les possibilitats de diversificació i els punts assolibles a la frontera eficient). Tot i així, la tasca d'estimació continua sent francament important (un mercat format per 400 títols exigiria l'estimació de 80.600 paràmetres).

Davant d'aquesta realitat apareix als anys seixanta la necessitat de simplificar el model, intentant reduir el treball i esforç d'estimació necessaris per aplicar la idea inicial de Markowitz. W. F. Sharpe, el 1963, en el seu article «A simplified model for portfolio analysis», realitza una simplificació que té importants repercussions posteriors. La simplificació consisteix a suposar que la correlació o covariància entre els rendiments dels diferents actius no és una relació directa, sinó derivada de la relació existent entre els di-

ferents rendiments i un grup fonamental d'índexs (PIB, índex de preus, índex de la borsa, tipus d'interès, etc.) representatius de l'evolució de l'activitat econòmica. Sobre la base d'aquesta idea, Sharpe (premi Nobel el 1990 juntament amb Markowitz) realitza dues aproximacions: en la primera explica els rendiments dels diferents actius en funció d'un índex de mercat. Aquesta aproximació rep el nom de model diagonal de Sharpe. En la segona, l'autor explica els rendiments dels diferents actius en funció de diversos índexs.

5.2 El model diagonal de Sharpe

Tal com s'ha presentat en el punt anterior, Sharpe parteix d'una hipòtesi essencial: considera que la dependència estadística entre els rendiments dels diferents títols del mercat (covariàncies) no és una dependència directa, sinó derivada de la relació que existeix entre aquests rendiments i un grup fonamental d'índexs que representen l'economia. Partint d'aquesta idea, Sharpe suposa que podem centrar-nos únicament en un índex que representa l'economia, i aquest índex és l'índex borsari d'un mercat determinat. Així, per exemple, l'IBEX 35 podria ser l'índex borsari de mercat representatiu de l'economia espanyola; l'S&P500, l'índex borsari representatiu de l'economia americana, etc.

Matemàticament, podem expressar aquesta relació a través d'una equació lineal en què el rendiment d'un títol depèn del rendiment d'aquest índex representatiu de l'economia.

$$R_{i,t} = a_{i,t} + b_{i,t} I + \varepsilon_{i,t}$$

o de manera alternativa com:

$$R_{i,t} = \alpha_{i,t} + \beta_{i,t} I + \varepsilon_{i,t}$$

on: $R_{i,t}$ és el rendiment del títol (i) en el moment (t). També és coneguda com a *variable endògena, explicada* o *dependent*.

I = és el rendiment d'un índex representatiu de l'evolució de l'economia (en el nostre cas, un índex borsari). També es coneix (I) com a variable exògena, explicativa o independent.

$\varepsilon_{i,t}$= és l'error o pertorbació aleatòria, variable no observable que recull tots els factors, individualment irrellevants, que influeixen en el valor d'$R_{i,t}$ i que són independents de l'índex (I). Aquest factor se suposa que únicament depèn de les característiques pròpies o específiques del títol (i), raó per la qual la variància de l'error, $\sigma^2(\varepsilon_{i,t})$, és utilitzada com a mesura de risc específic o propi del títol.

$b_{i,t}=\beta_{i,t}$ és un paràmetre per estimar que indica el grau d'intensitat amb què les variacions de l'índex (I) afecten $R_{i,t}$. Indica, per tant, la influència que el moviment de

l'índex té sobre els rendiments dels actius amb risc. Tal com s'observarà en breu, $b_{i,t}=\beta_{i,t}$ s'ha estandarditzat com a mesura de risc sistemàtic o de mercat. Aquest paràmetre és conegut també pel nom de *coeficient de volatilitat* o *coeficient Beta*. Matemàticament, és el pendent de la recta de regressió que caldrà estimar per al model lineal plantejat.

$a_{i,t}=\alpha_{i,t}$ és un paràmetre per estimar que expressa la part del rendiment de títol (i) que és independent de l'índex (I). Podem entendre aquest paràmetre, per tant, com el rendiment específic (propi) de l'actiu que s'està analitzant a través de la recta de regressió. Matemàticament, és l'ordenada a l'origen de la recta de regressió, punt de tall de la recta de regressió amb l'eix i paràmetre d'ajust del model. Sobretot en la literatura financera anglosaxona es coneix aquest paràmetre pel nom d'*alpha* (*alfa* en català).

Aquest model, per la seva construcció, es basa en les següents hipòtesis de partida, que volem explicar aquí:

1. *Simplificació de Markowitz:* el model de Sharpe és una simplificació del model de Markowitz. Per aquesta raó es basa en les mateixes hipòtesis bàsiques en les quals es basava aquest model (normalitat dels rendiments, esperança i variància com a únics elements de decisió, únicament actius amb risc, conducta racional, etc.).

2. *MQO:* el fet de tractar-se d'un model lineal que s'estima per mínims quadrats ordinaris (MQO) suposa algunes hipòtesis addicionals. Ja que no és especialment rellevant per a l'objectiu d'aquest material entretenir-se en el detall dels models MQO, es presenten a continuació únicament els aspectes fonamentals d'aquestes hipòtesis addicionals. Respecte al terme d'error ($\varepsilon_{i,t}$), els models MQO suposen que:

a) Té esperança nul·la $E[\varepsilon_{i,t}]=0$ per a $\forall t = 1,2,\cdots,T \, i \, \forall i = 1,2,\cdots,N$.

b) És homocedàstic: $E\left[\varepsilon^2{}_{i,t}\right] = \sigma_i^2$ i independent de (t) i d'(I). $Cov(\varepsilon_{i,t}, I) = 0$.

c) No està autocorrelacionat: $Cov(\varepsilon_{i,t}\varepsilon_{i,t'}) = 0 \quad \forall t \neq t'; \quad t,t' = 1,2,\cdots,T$, on $Cov(\varepsilon_{i,t}\varepsilon_{i,t'})$ és la covariància entre els errors de dos moments temporals diferents.

d) Normalitat. Concretament: $\varepsilon_{i,t} \rightarrow N(0, \sigma^2(\varepsilon_{i,t}))$.

3. Podem definir el *rendiment d'una cartera* aplicant el model diagonal recentment presentat i els conceptes derivats del mòdul anterior, de la manera següent:

$$R_{c,t} = \sum_{i=1}^{N} w_{i,t} R_{i,t} = w_{1,t} R_{1,t} + w_{2,t} R_{2,t} + \ldots + w_{N,t} R_{N,t} = \sum_{i=1}^{N} w_{i,t} (\alpha_{i,t} + \beta_{i,t} I + \varepsilon_{i,t}) =$$

$$= w_{1,t}(\alpha_{1,t} + \beta_{1,t} I + \varepsilon_{1,t}) + w_{2,t}(\alpha_{2,t} + \beta_{2,t} I + \varepsilon_{2,t}) + \ldots + w_{N,t}(\alpha_{N,t} + \beta_{N,t} I + \varepsilon_{N,t}) =$$

$$= \sum_{i=1}^{N} w_{i,t} \alpha_{i,t} + \sum_{i=1}^{N} w_{i,t} \beta_{i,t} I + \sum_{i=1}^{N} w_{i,t} \varepsilon_{i,t}$$

$$R_{c,t} = \alpha_{c,t} + \beta_{c,t} I + \cdot \varepsilon_{c,t}$$

on:

$(R_{c,t})$ és el rendiment de la cartera en el moment (t).

$(R_{i,t})$ és el rendiment del títol (i) en el moment (t).

(I) és el rendiment de l'índex de mercat.

$(\alpha_{i,t};\beta_{i,t};\varepsilon_{i,t})$ són els paràmetres del model diagonal de Sharpe, i $(\alpha_{c,t} = \sum_{i=1}^{N} w_{i,t}\alpha_{i,t})$ i $(\beta_{c,t} = \sum_{i=1}^{N} w_{i,t}\beta_{i,t})$ són l'alfa i la beta de la cartera, respectivament.

5.3 Desenvolupament del model

Arribats a aquest punt, hem de recordar que els rendiments dels títols, així com el rendiment de l'índex de mercat (I) i el terme d'error, són variables aleatòries.

En aquest marc, hem de definir l'esperança d'un títol:

$$E[R_{i,t}] = E[\alpha_{i,t} + \beta_{i,t} I + \varepsilon_{i,t}] = E[\alpha_{i,t}] + \beta_{i,t} \cdot E[I] + E[\varepsilon_{i,t}]$$

$$E[R_{i,t}] = \alpha_{i,t} + \beta_{i,t} E[I]$$

I la seva variància com:

$$\sigma^2[R_{i,t}] = \sigma^2[\alpha_{i,t} + \beta_{i,t} I + \varepsilon_{i,t}] = \sigma^2[\alpha_{i,t}] + \beta^2{}_{i,t} \cdot \sigma^2[I] + \sigma^2[\varepsilon_{i,t}] + 2 \cdot \mathrm{cov}(I, \varepsilon_{i,t}) =$$
$$= \sigma^2[\alpha_{i,t}] + \beta^2{}_{i,t} \cdot \sigma^2[I] + \sigma^2[\varepsilon_{i,t}] + 0$$

$$\sigma^2[R_{i,t}] = \beta^2{}_{i,t} \cdot \sigma^2[I] + \sigma^2[\varepsilon_{i,t}]$$

on $E[R_{i,t}]$ és l'esperança del rendiment del títol en el moment (t); $\beta_{i,t}$ i $\alpha_{i,t}$, els paràmetres del model diagonal per al títol (i); $E[I]$, l'esperança de l'índex; $\sigma^2(R_{c,t})$, la variància de la cartera; $\sigma^2(I)$, la variància de l'índex, i, finalment, $\sigma^2(\varepsilon_{i,t})$, la variància dels termes d'error.

De manera similar, definim l'esperança i la variància d'una cartera:

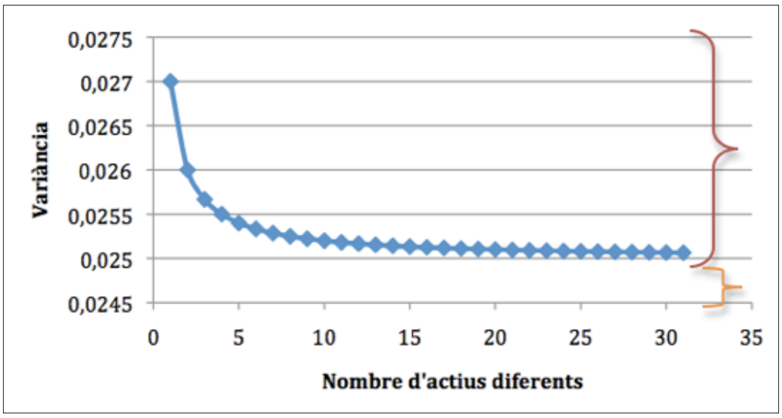
$$E[R_{c,t}] = \alpha_{c,t} + \beta_{c,t} \cdot E[I]$$

$$\sigma^2[R_{c,t}] = \beta^2{}_{c,t} \cdot \sigma^2[I] + \sum_{i=1}^{N} w_{i,t}^2 \sigma^2[\varepsilon_{i,t}]$$

És en aquest punt on el model de Sharpe apareix conceptualment com a molt important. Mirem amb atenció l'expressió del risc d'un títol, mesurat a través de la variància (podem fer el mateix exercici amb el risc de la cartera). Es poden observar dos sumands clarament diferenciats:

1. *Risc sistemàtic (o risc de mercat)*: el risc sistemàtic, propi del mercat de valors on cotitzen els títols, està expressat pel sumand $\beta^2{}_{i,t}\sigma^2[I]$. Aquesta part del risc del títol no depèn de les seves característiques individuals com a actiu de risc, sinó de factors generals de l'economia (ja que depèn de les variacions de l'índex, del risc de l'índex de mercat). Si realitzem la mateixa anàlisi per al risc d'una cartera, el sumand en qüestió és $\beta^2{}_{c,t}\,\sigma^2[I]$. Veiem que la quantitat de risc de mercat que assumeix un títol o una cartera determinada és el risc de l'índex ponderat (multiplicat) per la seva beta al quadrat. Com que el risc de l'índex és el mateix per a totes les carteres i tots els actius, és habitual utilitzar la beta directament com a mesura de risc sistemàtic. El risc sistemàtic rep el nom de *no diversificable*, perquè no es pot eliminar de la cartera tret que s'abandoni el mercat que l'origina.

Gràfic 1. Efecte de la diversificació sobre la variància d'una cartera



$$\sigma^2\left[R_{c,t}\right] = \beta^2{}_{c,t}\cdot\sigma^2\left[I\right] + \sum_{i=1}^{N} w_{i,t}^2\sigma^2\left[\varepsilon_{i,t}\right]$$

Risc Sistemàtic   Risc Específic

2. *Risc específic*: el risc específic, propi o individual d'un valor està expressat en el sumand $\sigma^2[\varepsilon_{i,t}]$. Si ens referim al risc específic d'una cartera, hem d'observar el segon sumand de la seva variància, on trobem l'expressió $\sum_{i=1}^{N} w_{i,t}^2\ \sigma^2[\varepsilon_{i,t}]$. Es pot observar com cada actiu que forma la cartera hi introdueix el seu risc específic, ponderat pel paràmetre $w^2{}_{i,t}$. Aquest tipus de risc està directament relacionat amb l'actiu, i depèn d'aspectes com la direcció i administració de l'empresa, la seva activitat empresarial, el grau de palanquejament, el sector en el qual opera, la demanda, etc. Rep el nom de *risc diversificable*, perquè es pot eliminar d'una cartera incrementant el nombre d'actius que conté, és a dir, reduint les ponderacions de cada actiu ($w_{i,t}$) dins seu. Aquesta idea ja es va presentar en el mòdul dedicat a la diversificació. Recordem que, en introduir títols amb covariàncies diferents a la cartera, se'n podia reduir el risc. En aquest cas, i des de la perspectiva

presentada per Sharpe, fins i tot la incorporació d'actius sense tenir en compte les seves covariàncies, reduiria el risc específic. Així, no únicament la incorporació de títols minuciosament analitzats permet diversificar el risc, sinó que la incorporació d'un nombre prou alt d'actius (fins i tot incorporats a l'atzar) genera l'eliminació completa del risc específic d'una cartera.

Matemàticament, veiem que, en incrementar el nombre d'actius (N), el terme $\sum_{i=1}^{N} w_{i,t}^2 \sigma^2(\varepsilon_{i,t})$ tendeix a zero (el gràfic 1 ens mostra aquesta realitat de manera visual).

5.4 Estimació economètrica del model

Una vegada presentat el model, hem de recordar que ha de ser estimat economètricament a través de dades reals i utilitzant mínims quadrats ordinaris (MQO).[4] Per a això caldrà disposar dels preus dels diferents actius i de l'índex, ja que és imprescindible calcular-ne la rendibilitat (aritmètica o logarítmica) per iniciar el procés. Així, a través d'una mostra de T valors d'un període concret, serà possible ajustar la recta de regressió al núvol de punts, i determinar els paràmetres alfa i beta dels diferents títols. Concretament, hem de recordar que els paràmetres dels models MQO es calculaven de la manera següent:

Per a un títol:

$$\beta_{i,t} = \frac{S(R_{i,t}, I)}{S^2[I]}$$

$$\alpha_{i,t} = \overline{R_{i,t}} - \beta_{i,t}\overline{I}$$

Anàlogament, per a una cartera:

$$\beta_{c,t} = \frac{S(R_{c,t}, I)}{S^2[I]}$$

$$\alpha_{c,t} = \overline{R_{c,t}} - \beta_{c,t}\overline{I}$$

on: $\beta_{i,t}$ és el paràmetre beta del model, per a un títol (*i*) o per a una cartera ($\beta_{c,t}$); $S(R_{i,t}, I)$, la covariància mostral entre el rendiment del títol (*i*) i el rendiment de l'índex de mercat; $S(R_{c,t}, I)$, la covariància mostral entre la cartera i el rendiment de l'índex de mercat; $S^2[I]$, la variància mostral del rendiment de l'índex de mercat; $\alpha_{i,t}$, el paràmetre alfa del model, per a un títol concret (*i*) o per a una cartera ($\alpha_{c,t}$); $\overline{R_{i,t}}$, la mitjana mostral dels rendiments del títol (*i*); $\overline{R_{c,t}}$, la mitjana mostral dels rendiments de la cartera en el període analitzat, i, finalment, $\overline{I}$, la mitjana mostral dels rendiments de l'índex de mercat.

4 Vegeu a l'annex l'apartat 4 dedicat a estimació per MQO.

Les mitjanes mostrals, en aquest cas, s'haurien de calcular de la manera següent:

$$\overline{R_{i,t}} = \frac{\sum_{t=1}^{T} R_{i,t}}{T}$$

$$\overline{R_{c,t}} = \frac{\sum_{t=1}^{T} R_{c,t}}{T}$$

$$\overline{I} = \frac{\sum_{t=1}^{T} I_t}{T}$$

Hem de recordar en aquest punt que, una vegada realitzades les estimacions dels paràmetres, és possible determinar la «bondat de l'ajust» (o com de «correcta o incorrecta» és la recta per representar la situació analitzada) a través del coeficient de determinació o R^2, que pot prendre valors entre 0 i 1.

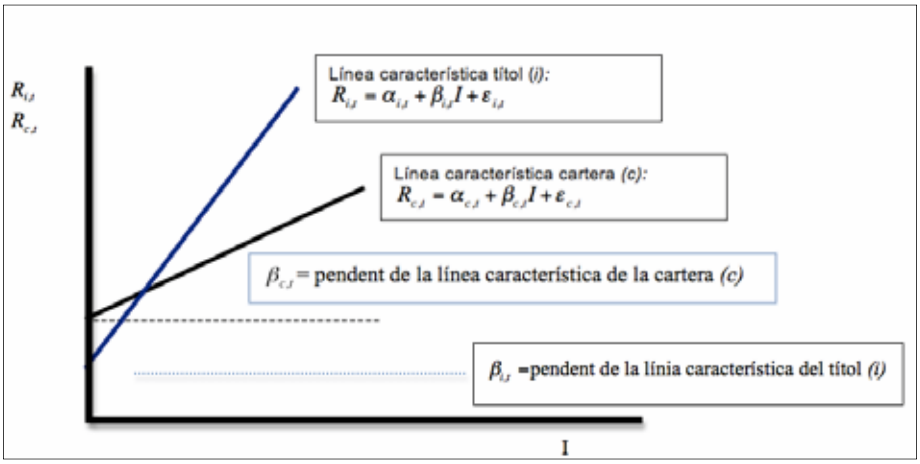
$$R^2 = \rho^2 = \frac{\left(S(R_{i,t},I)\right)^2}{S^2[I] \cdot S^2\left[R_{i,t}\right]}$$

Recordem que un coeficient de determinació (R^2) proper a zero significa que la recta de regressió no és adequada per representar la situació. Per exemple, un R^2=0,2 significa que únicament un 20% de la variància del títol (o de la cartera) està explicada per l'índex de mercat. A escala conceptual, podríem entendre que «únicament el 20% del risc del títol» és risc sistemàtic, mentre que la resta és específic.

De manera anàloga, un coeficient de determinació (R^2) proper a 1 significa que la recta de regressió és molt adequada per representar els rendiments del títol (o de la cartera). Per exemple, un R^2= 0,95 significa que un 95% de la variància del títol o cartera està explicada per l'índex de mercat.

Una vegada estimats els paràmetres a través de les fórmules anteriors, és possible representar les rectes estimades de forma gràfica. Al gràfic 2 es pot analitzar el resultat. Si l'observem amb detall, veiem com la inclinació de les diferents rectes que hi apareixen indiquen la magnitud de la beta. Així, una beta major indicarà que les variacions de l'índex es traslladen amb més evidència al rendiment de l'actiu, de manera que el pendent de la recta serà més elevat (exemple de la línia característica del títol). Una beta menor suposarà un pendent menor, com ara la beta de la cartera del gràfic 2.

Gràfic 2. Representació gràfica del model diagonal de Sharpe



Gràficament, és possible observar el paper predominant que juga el paràmetre β, que indica la força amb la qual els rendiments de l'índex es traslladen als rendiments d'un títol o cartera. En funció de la inclinació de la recta, és a dir, del seu pendent i, per tant, del valor de β, se sol classificar els actius (o carteres) en:

β = 1 (pendent 45%): títols (carteres) neutrals.

β > 1 (pendent >45%): títols (carteres) arriscats.

β < 1 (pendent <45%): títols (carteres) defensius.

Així, si l'índex baixa, per exemple, un 50%, les carteres neutrals patiran també una caiguda del rendiment del 50%. En canvi, les carteres o títols arriscats cauran més d'un 50%, mentre que les carteres o títols defensius rebran un correctiu menor, amb caigudes inferiors al 50%.

Exemple 1

Per tal d'entendre millor tot el procediment comentat anteriorment, presentem un exemple concret. Imaginem les accions Replesa i Enecsa. Totes dues són empreses elèctriques que cotitzen al mercat espanyol, mercat que té un índex de referència que és l'IBEX 35. El nostre objectiu és realitzar un estudi utilitzant el model diagonal de Sharpe, de manera que el primer que fem és aconseguir els preus de les dues accions (Replesa i Enecsa) de la darrera setmana, així com els valors de l'IBEX 35 corresponents a les mateixes dates (les dades es mostren a la taula 1):

Taula 1. Valors setmana 20/09/20XX-26/09/20XX

REPLESA (€)	*ENECSA (€)*	*IBEX 35*
45,0	23,0	10.045
44,5	22,7	10.000
43,0	22,5	9.945
42,0	23,4	9.934
45,0	23,5	10.125

El següent pas per realitzar l'estudi és calcular els rendiments d'aquests actius. Per a això utilitzarem el rendiment aritmètic prèviament presentat en aquest material (també seria possible realitzar els càlculs amb rendiments logarítmics). Els resultats es mostren a la taula 2. Com es pot observar, disposar de 5 preus ens permet calcular 4 rendiments aritmètics per a cada actiu.

Taula 2. Rendiments aritmètics setmana 20/09/20XX-26/09/20XX

R. REPLESA	*R. ENECSA*	*R. IBEX 35*
–0,011	–0,013	–0,004
–0,034	–0,009	–0,005
–0,023	0,04	–0,001
0,071	0,0042	0,019

Fet això, és el moment d'estimar tots els paràmetres del model, és a dir, les diferents variàncies, les diferents covariàncies, les mitjanes, etc. Els resultats obtinguts es poden veure a la taula 3.

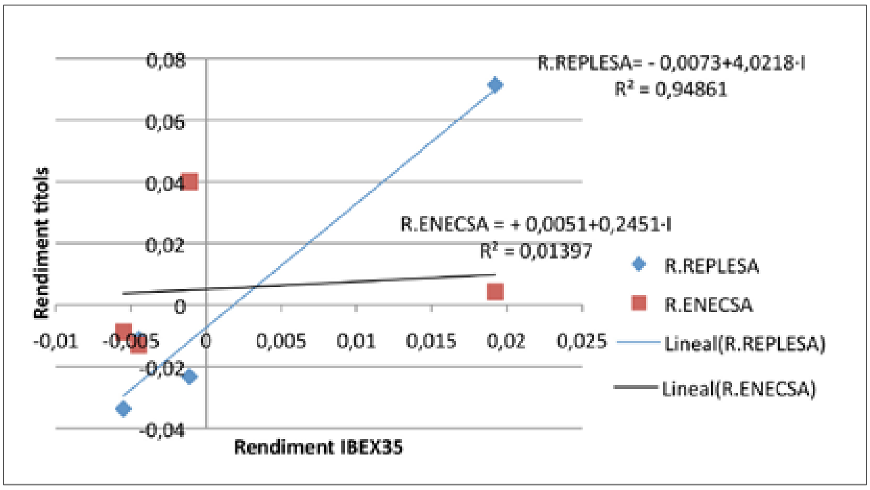
Taula 3. Paràmetres mostrals de Replesa, Enecsa, IBEX 35

Cov(Replesa, IBEX 35)	0,000406854
Cov(Enecsa, IBEX 35)	$2{,}47 \cdot 10^{-05}$
Variància(Represa)	0,001724935
Variància(Enecsa)	0,000435091
Variància(IBEX 35)	0,000101162
R. Mitjana(Replesa)	0,000838445
R. Mitjana(Enecsa)	0,005604863
R. Mitjana(IBEX 35)	0,002035243

Utilitzant les dades calculades a dalt, es poden determinar fàcilment els paràmetres alfa i beta de cadascuna de les accions, així com graficar les rectes estimades

per mínims quadrats ordinaris (MQO). Al gràfic 3 es poden observar aquestes xifres. Com podem veure, els paràmetres de Replesa en el model diagonal de Sharpe són $\alpha_{REPLESA} = -0{,}0073$; $\beta_{REPLESA} = 4{,}0218$. D'aquests resultats es pot extreure que l'empresa Replesa, atesa la seva beta, es pot considerar com una inversió molt arriscada, ja que presenta un valor molt superior a 1. Analitzant el coeficient de determinació, es pot concloure que el model diagonal és molt interessant per a l'estudi de Replesa, perquè és capaç d'explicar quasi el 95% de tota la variació que presenta l'empresa. Respecte a Enecsa, els paràmetres estimats són $\alpha_{ENECSA} = 0{,}0051$; $\beta_{ENECSA} = 0{,}2451$, dades que indiquen que l'empresa es pot considerar defensiva, ja que presenta una beta molt inferior a 1. Tot i aquests resultats, hem de tenir molta cura a l'hora d'interpretar-los i sobretot d'utilitzar-los, perquè el coeficient de determinació calculat mostra que el model únicament és capaç d'explicar un 1% de la variació d'Enecsa, la qual cosa indica que el model diagonal de Sharpe no és gaire adequat en aquest cas.

Gràfic 3. Model diagonal de Sharpe amb Replesa i Enecsa



5.5 Conclusions del model diagonal de Sharpe

Per posar fi al model de Sharpe presentat en les darreres pàgines, ens agradaria concloure amb alguns dels conceptes i resultats més importants:

1. El model de Sharpe suposa una *reducció del nombre de paràmetres* per estimar. Concretament, s'han d'estimar (3N + 2) paràmetres, molts menys que els necessaris per al model de Markowitz. Els paràmetres que s'han d'estimar ara són:

a) N paràmetres $\alpha_{i,t}$

b) N paràmetres $\beta_{i,t}$

c) N variàncies dels errors $\sigma^2(\varepsilon_{i,t})$

d) Esperança i variància de l'índex (I)

Per a un mercat de 2.000 títols, els paràmetres per estimar serien 6.002, una reducció important respecte als 2.003.000 que s'havien d'estimar en el model de Markowitz.

2. *Risc sistemàtic i risc específic.* Qualsevol cartera presenta un risc, mesurat a través de la variància dels seus rendiments, que pot ser descompost en dos termes: el primer rep el nom de *risc sistemàtic* i és propi del mercat en què cotitzen els títols que conté la cartera; el segon rep el nom de *risc específic*, i prové dels títols concrets que conté la cartera.

3. *La diversificació elimina el risc específic de la cartera:* de nou, la diversificació redueix el risc que suporta un inversor determinat. Aquesta diversificació pot fer-se fins i tot sense anàlisi prèvia, incrementant únicament la varietat d'actius que formen una cartera.

5.6 Introducció al CAPM

El model de valoració d'actius de capital (*Capital Asset Pricing Model*, CAPM) és, sens dubte, un dels models més importants de les finances de mercat. Desenvolupat per Sharpe (1963, 1964), Lintner (1965*a*, 1965*b*) i Mossin (1966), entre altres autors, aconsegueix convertir la frontera eficient del model de Markowitz en una línia idèntica per a tots els individus. Es tracta d'un model d'equilibri general que, partint de la idea d'uns inversors que es comporten segons el model de Markowitz i Tobin, arriba a la conclusió que en *equilibri* tots els inversors compraran una única cartera d'entre totes les situades damunt la frontera eficient. Aquesta cartera eficient, igual per a tots els inversors, és coneguda pel nom de *cartera de mercat*, i estarà formada per tots els títols existents al mercat en la mateixa proporció en què hi apareixen. D'aquesta manera, si el mercat estigués compost per tres actius de valors 100, 500 i 400, cada inversor construiria la seva cartera eficient mantenint un 10% del capital dedicat a renda variable en el primer actiu, un 50% en el segon i un 40% en el tercer. Aquestes proporcions s'extreuen, com el lector pot observar, de determinar que en el mercat en qüestió (valorat en un total de 1.000 = 100 + 500 + 400), l'actiu 1 suposa un 100/1.000 = 10% del total, l'actiu 2 suposa un 500/1.000 = 50% i, finalment, l'actiu 3 suposa un 400/1.000 = 40%. L'única diferència entre inversors seria la quantitat de capital que cadascun distribuiria entre renda variable (cartera de mercat) i l'actiu sense risc, actiu que ofereix una rendibilitat coneguda *a priori*[5] d'$R_{f,t}$. El model del CAPM és, per tant, un dels grans defensors teòrics de la inversió passiva, estratègia d'inversió que ja ha estat presentada anteriorment.

5 Com ja es va presentar en l'ampliació de Tobin, $R_{f,t}$ feia referència al rendiment sense risc o *risk free* disponible al mercat.

En els propers punts es presenta breument el CAPM. Per a una anàlisi completa del model, així com per una millor fonamentació teòrica i demostracions de cadascuna de les fórmules, recomanem la lectura de Suárez (2005) o els articles originals de Sharpe, Lintner i Mossin [Sharpe (1963, 1964), Lintner (1965*a*, 1965*b*), Mossin (1966)].

5.7 Hipòtesis bàsiques del CAPM

Com que el model del CAPM és una evolució dels models de Markowitz, Tobin i Sharpe, n'hereta, com no podia ser d'una altra manera, la majoria d'hipòtesis i inclou, a més, algunes hipòtesis addicionals. A continuació, resumim totes les hipòtesis sobre les quals es construeix el CAPM:

1. *Els costos de transacció poden ser ignorats.* Se suposa un mercat sense friccions on l'arbitratge juga un paper fonamental.
2. *Els actius són perfectament divisibles i líquids.* Això significa que és possible comprar qualsevol quantitat d'actiu, fins i tot porcions.
3. *Els únics paràmetres de decisió són el risc i el rendiment esperat* (en els termes d'esperança-variància de Markowitz).
4. *Els inversors mantenen carteres eficients.* Els inversors són diversificadors eficients en el sentit de Markowitz i, per tant, mantenen carteres eficients des del punt de vista d'esperança de rendiment–variància, és a dir, situades a la frontera eficient.
5. *Els inversors mostren aversió al risc.* Prefereixen, per tant, menys risc que més risc, fet que obliga el mercat a pagar una prima (un plus de rendibilitat) si pretén que comprin actius arriscats.
6. *Els inversors són preuacceptants i tenen les mateixes oportunitats d'inversió.* Aquest fet implica que cap inversor no té la possibilitat d'afectar el preu del mercat amb les seves actuacions, i que els inversors tenen la mateixa informació i el mateix accés al mercat.
7. *L'horitzó d'inversió és d'un període temporal, igual per a tots els inversors.* En aquesta situació, l'inversor únicament actua analitzant el rendiment que obtindrà al final del període, sense plantejar-se altres períodes ni reinversions.
8. *Expectatives homogènies.* Tots els inversors estan ben informats i tenen les mateixes creences sobre esperances de rendiment i variàncies, i aquestes creences són correctes.
9. *Taxa lliure de risc.* Tots els inversors poden prestar i demanar prestats diners il·limitats a la taxa lliure de risc ($R_{f,t}$).

10. *Totalitat d'actius amb risc.* Es considera que al mercat es negocia tot tipus d'actius amb risc, no únicament accions.

5.8 Desenvolupament del CAPM

Feta la presentació de les hipòtesis sobre les quals es construeix el CAPM, passem ara a analitzar-lo a fons. Ja que el CAPM és un model complex, presentarem a continuació, com és habitual, una visió intuïtiva renunciant a cert aparell matemàtic que no és estrictament necessari per als nostres propòsits. Per a una visió més ortodoxa i profunda del model, aconsellem la lectura de Suárez (2005).

Podem dir que el CAPM es resumeix en tres elements essencials, també anomenades les *tres línies del CAPM*. Aquestes tres línies són tres equacions algebraiques que expliquen els rendiments i riscos de tots els actius amb risc en una situació d'equilibri com la plantejada pel CAPM. Concretament, podem parlar de:

1. Línia característica (CL o *characteristic line*)
2. Línia del mercat de capital (CML o *capital market line*)
3. Línia del mercat de valors (SML o *security market line*)

En els propers punts analitzem amb detall cadascuna d'aquestes línies.

5.8.1 Línia característica o characteristic line

La línia característica, *characteristic line* o CL estableix una realitat que ja coneixem: suposa que el rendiment d'un actiu (o cartera) depèn del rendiment de l'índex de referència d'aquest mercat. És, per tant, l'aplicació del model diagonal de Sharpe. En la literatura se sol denotar el rendiment del mercat, quan es parla de CAPM, amb el signe $R_{m,t}$, de manera que, la CL per a un títol es pot expressar com:

$$R_{i,t} = \alpha_{i,t} + \beta_{i,t} I + \varepsilon_{i,t}$$

tal com s'havia vist amb anterioritat, o de manera alternativa com:

$$R_{i,t} = \alpha_{i,t} + \beta_{i,t} R_{m,t} + \varepsilon_{i,t}$$

on, com és habitual:

($R_{i,t}$) és el rendiment del títol (i) en el moment (t).

($R_{m,t}=I$) és el rendiment de l'índex de mercat en el moment (t).

($\varepsilon_{i,t}$) és l'error o pertorbació aleatòria.

($\beta_{i,t}$) és el paràmetre a estimar que indica el grau d'intensitat amb què les variacions en el rendiment de l'índex ($R_{m,t}=I$) afecten al rendiment del títol ($R_{i,t}$).

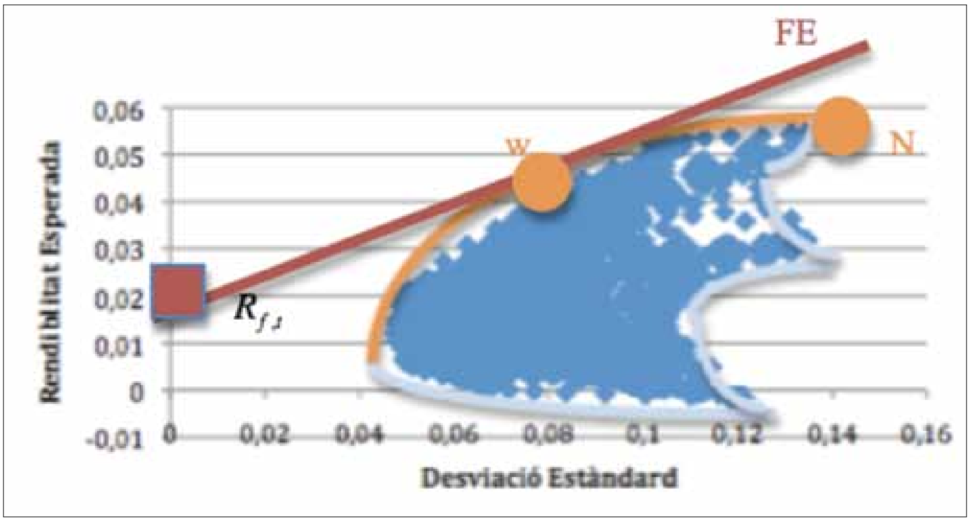
($\alpha_{i,t}$) és el paràmetre a estimar que expressa la part del rendiment del títol (i) que és independent del rendiment de l'índex ($R_{m,t}=I$).

Recordem que la CL es podia definir també per a una cartera (en l'àmbit de nomenclatura era tan simple com substituir (i) per (c), i que havia de ser estimada a nivell economètric). Finalment, per acabar aquest punt, recordem també que el paràmetre $\beta_{i,t}$ era extremadament important per determinar el risc de mercat d'un títol o cartera, i que en funció del seu valor (major, igual o menor a 1) era possible classificar els títols o les carteres en tres grups: neutrals, defensius o agressius.

5.8.2 Línia del mercat de capital o capital market line

En l'ampliació de Tobin es va permetre que els inversors disposessin entre els seus actius d'un actiu lliure de risc. Aquest actiu de «renda fixa» permetia prestar a una taxa coneguda i prefixada, així com endeutar-se a aquesta mateixa taxa (*lending and borrowing portfolios*). La introducció d'aquestes dues possibilitats tenia un efecte essencial en el *conjunt de possibilitats d'inversió* (CPI), ja que ampliava les carteres en què es podia invertir, a la vegada que convertia la frontera eficient en una recta (vegeu gràfic 4).

Gràfic 4. Conjunt de possibilitats d'inversió i frontera eficient amb possibilitats d'inversió i endeutament a la taxa lliure de risc



Com es pot observar en el gràfic 4, la frontera eficient (recta vermella) mostra totes les possibilitats d'inversió òptimes que són a l'abast dels inversors. Això és així perquè l'FE permet als inversors aconseguir el màxim rendiment esperat per a cada nivell de risc escollit. L'FE es dibuixa unint el punt $R_{f,t}$ (que representa el rendiment de l'actiu

sense risc) amb el punt (w), cartera eficient que permet accedir a les zones més atractives de l'espai esperança-variància. El mateix joc d'oferta i demanda fa que, en equilibri, la cartera (w) escollida per tots els inversors sigui exactament la «cartera de mercat», és a dir, la que conté els actius en la proporció que hi apareixen. D'aquesta manera, la recta FE és aquella en la qual aspiren a situar-se tots els inversors, i es converteix, per tant, en la línia de referència, en la línia del mercat de capitals o CML.

Observant el gràfic 4 amb detall, es pot descobrir que la frontera eficient té diferents parts que val la pena estudiar amb calma:

a) Recta FE, segment $R_{f,\,t}$–w. Els inversors que, una vegada introduïdes les seves funcions d'utilitat, troben que la seva cartera òptima[6] se situa en aquest segment, construiran la seva cartera combinant una quantitat determinada d'actiu sense risc i la resta del seu patrimoni l'invertiran en actiu amb risc (cartera w). Així, movent-nos per damunt de l'FE, com més propers al punt ($R_{f,\,t}$), més proporció del patrimoni s'invertirà en l'actiu sense risc, mentre que com més a prop del punt (w), més proporció es dedicarà a renda variable. En els casos extrems, si l'inversor troba que la seva cartera òptima se situa al punt ($R_{f,\,t}$) (quadre roig), dedicarà el 100% dels seus diners a l'actiu sense risc, mentre que si es situa en el punt (w) (cercle taronja), dedicarà el 100% dels seus diners a la cartera de mercat.

b) Recta FE, a partir del punt w. En primer lloc, hem d'observar que la introducció d'un actiu sense risc i, sobretot, la possibilitat de demanar prestat a aquesta taxa d'interès permeten a l'inversor situar-se damunt de la recta FE, i millorar clarament la frontera eficient del model de Markowitz (corba W-N). D'aquesta manera, amb l'FE «millorada», l'inversor té possibilitats d'accedir a corbes d'indiferència superiors i aconseguir, per tant, més satisfacció. Recordem que tots els punts de les rectes que dibuixem unint l'actiu sense risc i un actiu amb risc suposen carteres que s'obtenen precisament combinant aquests dos actius en diferents proporcions. Així, en tots els punts de la recta FE, l'inversor combina l'actiu sense risc amb la cartera (w). En el tram de la recta FE que s'estén més enllà del punt (w), l'inversor també fa aquesta combinació d'actius, però amb una peculiaritat. Hem comentat que en el punt (w) (cercle taronja) l'inversor dedicava el 100% del seu patrimoni a la cartera de mercat, de manera que si ens movem per damunt de la recta FE més enllà d'aquest punt, l'inversor ha de dedicar més del 100% del seu patrimoni a la cartera de mercat. Això és possible perquè els diners addicionals que calen a l'inversor per realitzar aquesta operació els aconsegueix endeutant-se a la taxa lliure de risc.

La CML, que ja va ser presentada ràpidament en el model de Tobin, es pot expressar de la manera següent:

6 Recordem que la cartera òptima era aquella que feia l'FE tangent a la corba d'indiferència que generava a l'inversor la major satisfacció.

$$E\left[R_{c,t}\right] = R_{f,t} + \frac{E\left[R_{m,t}\right] - R_{f,t}}{\sigma\left[R_{m,t}\right]} \cdot \sigma\left[R_{c,t}\right]$$

on es compleix que:

$$R_{c,t} = w_{f,t}R_{f,t} + w_{2,t}R_{m,t}$$

$$w_{f,t} + w_{2,t} = w_{f,t} + (1 - w_{f,t}) = 1$$

$$E\left[R_{c,t}\right] = w_{f,t}R_{f,t} + (1 - w_{f,t})E\left[R_{m,t}\right]$$

$$\sigma\left[R_{c,t}\right] = (1 - w_{f,t})^2\sigma\left[R_{m,t}\right]$$

on:

($R_{c,\,t}$) és el rendiment de la cartera en el moment (t), cartera formada per un actiu sense risc i un altre amb risc (cartera de mercat o cartera w).

($w_{f,\,t}$, $1-w_{f,\,t}$) són les ponderacions de l'actiu sense risc (actiu 1) i de cartera de mercat (actiu 2), respectivament, dins la cartera de l'inversor. ($w_{f,\,t}$) pot ser negatiu, fet que indicaria que l'inversor ha demanat diners prestats (*borrowing portfolio*) a la taxa lliure de risc.

$\left(R_{f,t}, R_{m,t}\right)$ són les rendibilitats de l'actiu sense risc i de la cartera de mercat, respectivament.

$\left(E\left[R_{c,t}\right], E\left[R_{m,t}\right]\right)$ són les esperances de rendibilitat de la cartera i de la rendibilitat de la cartera de mercat, respectivament.

$\left(\sigma\left[R_{c,t}\right], \sigma\left[R_{m,t}\right]\right)$ són les desviacions estàndard de la cartera i de la cartera de mercat, respectivament.

De manera alternativa, la CML es pot expressar també com:

$$E\left[R_{c,t}\right] = R_{f,t} + \left[E\left[R_{m,t}\right] - R_{f,t}\right] \cdot \beta_{c,t}$$

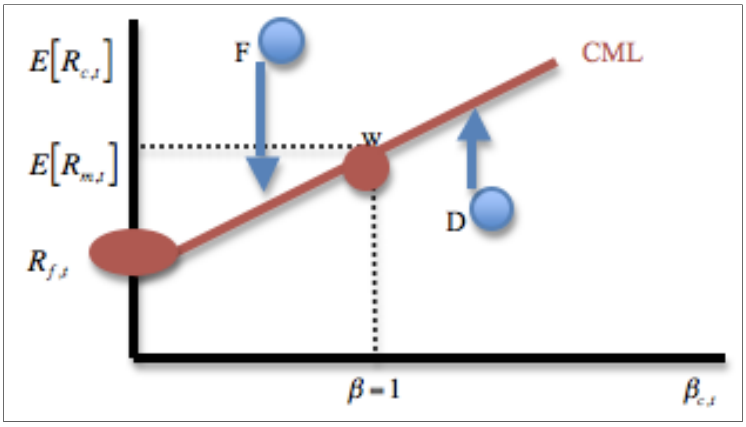
D'aquesta expressió en podem extreure que, en equilibri, el rendiment de qualsevol cartera es pot explicar a través de la fórmula explicitada a dalt. Si observem amb calma l'expressió de la CML, es poden establir les conclusions següents:

1. En equilibri, el *rendiment d'una cartera* està compost per dos elements: en primer lloc, el rendiment d'una cartera depèn del rendiment sense risc del mercat

($R_{f,t}$); en segon lloc, d'un plus de rendiment addicional (prima de risc), plus que està relacionat directament amb el risc de mercat (mesurat pel coeficient beta).

2. *Prima per risc de mercat.* En el punt anterior hem vist com el rendiment d'una cartera estava compost pel rendiment lliure de risc més una prima per risc de mercat. Com es pot observar a la fórmula, la prima de risc està composta per dos elements: el primer, $\left[E\left[R_{m,t}\right]-R_{f,t}\right]$ és el «preu» que es paga en equilibri pel risc de mercat que assumeix la cartera. El segon element de la prima, $\beta_{c,t}$, no és més que la «quantitat» de risc de mercat que té la cartera.
3. *El risc específic no està retribuït*, perquè no apareix com a element integrador de la rendibilitat d'una cartera. Aquest fet és fàcil d'entendre si sabem que els inversors poden diversificar-lo situant-se en qualsevol punt de la CML. Tots aquells inversors que prefereixin no situar-se damunt l'FE i escollir altres carteres poden fer-ho, però han de saber que el mercat no els premiarà aquesta inversió, ni el risc específic que hi corrin, amb més rendiments.
4. *Forces del mercat:* totes les carteres, per les forces del mercat i l'arbitratge, tendiran a aproximar-se a la CML. No té cap sentit mantenir una cartera D (gràfic 5), ja que existeix una cartera, situada damunt la CML, que rendeix més per a aquest mateix risc. Així, els inversors que siguin propietaris de la cartera D vendran els actius que la conformen i en faran baixar el preu. Amb la caiguda de preus, els actius que formaven la cartera D es tornen més atractius per a la resta d'inversors (perquè presenten més potencial de revaloració, generen un rendiment per dividend superior, etc.) i permeten a la cartera D tenir un rendiment esperat superior i pujar en l'espai esperança-variància fins a situar-se damunt de la corba CML. Quan arribin a aquesta situació, les dinàmiques del mercat s'aturaran. Per contra, si existeix una cartera F que rendeix més del que marca el mercat segons la CML, els inversors la compraran ràpidament, pressionaran els seus preus a l'alça i en reduiran, per tant, el rendiment esperat, fent-la baixar en l'espai esperança-variància fins a situar-la a sobre de la recta CML.
5. *Càlcul* exante *del rendiment d'una cartera.* La CML és especialment important, ja que permet calcular *exante* el resultat esperat d'una cartera únicament coneixent el rendiment lliure de risc, estimant el risc i el rendiment esperat del mercat, i la beta de la cartera.

Gràfic 5. Línia del mercat de capital (*capital market line*)



5.8.3 Línia del mercat de valors o security market line

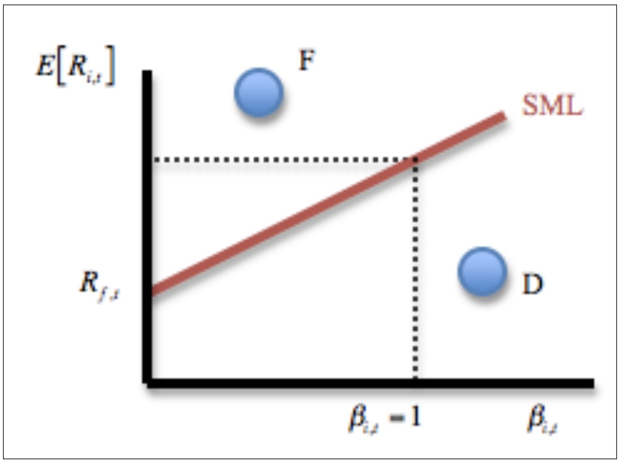
En l'apartat anterior s'ha analitzat com, en equilibri, les carteres es regeixen pel patró de la CML. Aquesta estructura i relació matemàtica de la CML és aplicable a cadascun dels títols per separat, és a dir, és particularitzable individualment per a cada actiu. La pròpia dinàmica del mercat i l'arbitratge conduiran a una situació en la qual es complirà, per a cada actiu, la relació següent:

$$E\left[R_{i,t}\right] = R_{f,t} + \left[E\left[R_{m,t}\right] - R_{f,t}\right] \cdot \beta_{i,t}$$

on, com és habitual, $E[R_{i,\,t}]$ és l'esperança del rendiment de l'actiu (i); ($R_{f,\,t}$), el rendiment de l'actiu sense risc; $E[R_{m,\,t}]$, l'esperança del rendiment de mercat, i $\beta_{i,t}$, la beta del títol (i).

Gràficament, podem representar l'SML i té exactament la mateixa estructura que la CML substituint solament el concepte CML per SML, $E[R_{c,\,t}]$ per $E[R_{i,\,t}]$ i, finalment, $\beta_{c,t}$ per $\beta_{i,t}$. Al gràfic 6 tenim l'SML:

Gràfic 6. Línia del mercat de valors (*security market line*)



Les conclusions que es poden extreure de l'estudi de l'SML també són clares:

1. *Risc de mercat.* El mercat únicament remunera el risc de mercat d'un títol. Com que els inversors actuen com a diversificadors eficients, cap no mantindrà un únic títol a la seva cartera, sinó que comprarà la cartera de mercat. D'aquesta manera, en equilibri solament el risc de mercat es veu premiat amb rendiment. Qualsevol inversor pot mantenir un o dos títols a la seva cartera, però ha de saber que no aconseguirà rendiment addicional pels riscos específics que està corrent.
2. *Els actius se situen damunt de l'SML.* Tots els actius individuals, per les forces del mercat i l'arbitratge, se situaran damunt de l'SML. Si existeixen títols com l'F o el D que rendeixen més (i menys, respectivament) del que determina l'SML, l'actuació dels inversors a través de compres de títols atractius (com l'F) i venda de títols no atractius (com el D) tornarien els actius a l'equilibri, és a dir, els situarien sobre la recta SML.
3. *Càlcul de rendiments* exante. L'SML és especialment important, perquè permet calcular *exante* el rendiment esperat d'un títol.

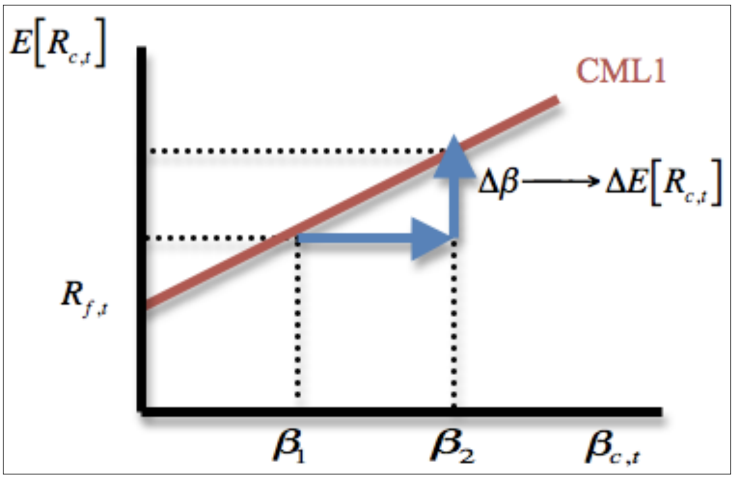
5.9 Aplicacions pràctiques del CAPM

El CAPM i els desenvolupaments anteriors en els quals se sustenta (models de Markowitz, Tobin i Sharpe) són vitals en el camp de les finances teòriques, ja que permeten incorporar a l'anàlisi financera conceptes com els de diversificació estadística, risc sistemàtic o risc específic. Des d'un punt de vista pràctic, no és menor la importància d'aquests models. Així, podem destacar tres aplicacions pràctiques immediates:

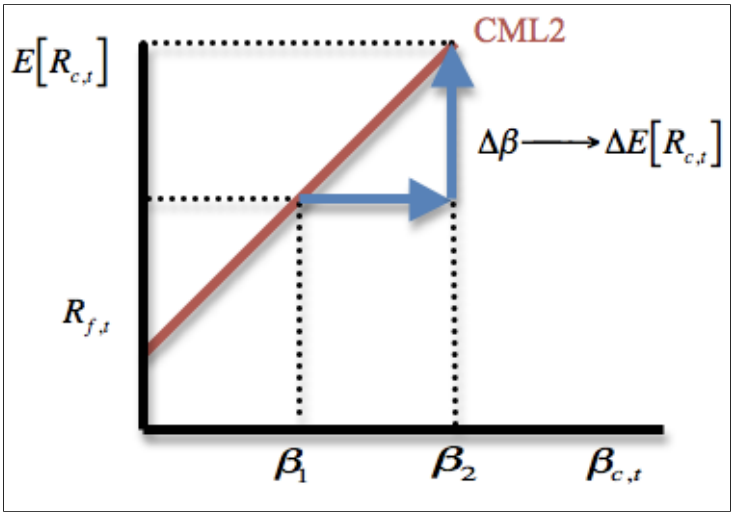
1. *Valoració d'actius:* una de les principals utilitats pràctiques del CAPM és que permet valorar actius. Així, a través de les relacions que estableix el CAPM (CL, CML, SML), es pot establir, *a priori*, el rendiment esperat que oferirà un actiu determinat en funció del seu risc sistemàtic, és a dir, en funció de la seva beta.
2. *Market timing:* la valoració anterior permet situar les carteres o actius en els plànols de la CML o l'SML. Tenint com a base la CML i l'SML, es poden detectar els actius o carteres sobrevalorats (cars, com ho estava l'actiu D en els gràfics 5 i 6) o infravalorats (barats, com ho eren els actius F en els gràfics 5 i 6), i actuar en conseqüència. Les carteres (o actius) infravalorades, a través de la interacció de les forces del mercat, tendiran a situar-se damunt de la CML (o l'SML), pujant de preu. D'altra banda, les carteres (o actius) sobrevalorades (cares), a través de la interacció de les forces del mercat, tendiran a situar-se damunt de la CML (o l'SML), baixant de preu.

3. *Control de risc:* el càlcul de les betes, així com els riscos sistemàtics i específics, permeten controlar millor el risc d'una inversió i construir carteres més adequades a les necessitats i preferències dels inversors. Imaginem, per exemple, que un inversor vulgui una cartera que, en cas de baixades molt importants del mercat, li generi una pèrdua esperada del 10%. Suposem també que el rendiment sense risc del mercat és del 5%, i la caiguda esperada per al mercat és del 30%. A partir d'aquestes dades és possible determinar la beta de la cartera que compleixi aquestes característiques, i a través de la beta, determinar els actius que hem de combinar per crear la cartera desitjada per a l'inversor. Així, $E\left[R_{c,t}\right]=R_{f,t}+\left[E\left[R_{m,t}\right]-R_{f,t}\right]\cdot\beta_{c,t}\Rightarrow -10\%=5\%+\left[-30\%-5\%\right]\cdot\beta_{c,t}$, d'on es pot establir que $\beta_{c,t}$=0,43, la qual cosa significa que l'inversor invertirà un 43% en la cartera de mercat, i l'altre 57% en l'actiu sense risc.
4. *Comparació de mercats:* igual que es poden comparar carteres o actius en els plànols CML i SML, és possible, utilitzant aquestes rectes, determinar quins mercats, sectors o actius, ofereixen més rendiment per risc sistemàtic assumit. Gràficament, imaginem dos mercats amb les seves respectives línies característiques, CML1 i CML2 (vegeu gràfics 7 i 8). Es pot observar com, al mercat 1, la inclinació de la recta és menor que al mercat 2. És a dir, que si un inversor incrementa la beta de la seva cartera en una proporció determinada, és recompensat més al mercat 2 que al mercat 1. Per tant, l'assumpció de riscos està més ben pagada al mercat 2 que a l'1.

Gràfic 7. Línia del mercat de capital (CML) al mercat 1



Gràfic 8. Línia del mercat de capital (CML) al mercat 2



5.10 Consideracions finals del CAPM

Hem de recordar que el CAPM és un model basat en una sèrie de supòsits. D'aquesta manera, si les hipòtesis de construcció no es compleixen, els resultats (és a dir, la validesa de les tres línies del CAPM) són qüestionables. No és difícil veure que la majoria d'hipòtesis de construcció no són satisfetes en la realitat: existeixen costos de transacció i limitacions a l'arbitratge, impostos que interfereixen en les decisions dels inversors o persones que no usen el marc mitjana-variància per prendre les seves decisions d'inversió. A més, la normalitat no és habitual en les rendibilitats financeres, l'horitzó real és de més d'un període i no tots els inversors estan igual d'informats i tenen accés a la mateixa informació. En aquesta situació, és normal que el CAPM presenti certes dificultats pràctiques o limitacions:

1. *Quina és la inversió òptima per a un inversor?* Segons el CAPM, la cartera òptima de qualsevol inversor que ens interessi estarà composta per una proporció determinada en l'actiu sense risc i per la resta dels diners invertits en la cartera w (cartera de mercat). Les proporcions que l'inversor dedicarà a cada actiu vindran definides pel que indiqui el punt de tangència entre la frontera eficient i la corba d'indiferència que permeti més satisfacció. En el cas que les hipòtesis del CAPM no es compleixin, pot donar-se que la cartera de mercat (i, per tant, totes les carteres que se'n deriven) no siguin eficients (és a dir, no estiguin situades damunt de la frontera eficient) i que, fent cas al CAPM, l'inversor no assoleixi la relació rendiment-risc que estableix la frontera eficient.

2. *Quin és el millor índex de mercat?* Segons el CAPM, el rendiment d'un actiu o cartera depèn del rendiment d'un índex que representa el mercat. Però, quin índex de referència hem d'utilitzar? Hi ha nombrosos estudis que han analitzat la sensibilitat

dels resultats del CAPM a l'ús de diferents índex de mercat, i conclouen que aquests resultats són extraordinàriament sensibles a l'elecció de l'índex de referència. És a dir, que la utilització del DowJones30, de l'S&P500, o del Russell 5000 al mercat americà pot afectar sensiblement els valors de les alfes i de les betes estimades per als actius de renda variable, i incidir de manera important en les línies del CAPM. Així, apareix un risc nou, el «risc de model», derivat de l'aplicació d'un model o un altre a una realitat que ho accepta.

3. *Quin actiu s'ha d'utilitzar com a taxa lliure de risc?* És evident que l'elecció d'un actiu o un altre com a actiu sense risc afecta de manera important els resultats del model. En l'àmbit pràctic existeixen diferents actius que poden ser considerats «sense risc» que presenten diferents rendiments, a diferents terminis, etc. Es tracta, doncs, d'escollir el que representi millor la idea d'actiu lliure de risc que apareix als models de Tobin i al CAPM.

4. *Estabilitat de la beta:* ja s'ha comentat anteriorment l'efecte que l'elecció de l'índex té en els paràmetres del CAPM. Els estudis empírics posen de manifest que els paràmetres per estimar no únicament són sensibles a l'elecció de l'índex de referència, sinó que també ho són a l'elecció del període temporal d'anàlisi. Així, si utilitzem diferents finestres temporals de les sèries de rendiments d'un actiu (i) i els rendiments d'un índex de mercat ($R_{m,\,t}$) per determinar els paràmetres del CAPM, veurem que s'obtenen estimacions dels paràmetres alfa i beta molt diferents. Aquest fet, que és molt més important en el cas de la beta, rep el nom d'*inestabilitat del paràmetre beta*, i és una problemàtica tractada i analitzada àmpliament en la literatura.

Davant de les limitacions i problemes que presenta el CAPM, han estat moltíssims els autors que han reformulat i ampliat el model per intentar corregir algunes de les seves limitacions. Aquestes ampliacions han inclòs creences heterogènies, diversos períodes, inversió irracional, inflació, versions condicionals, etc.[7] La conclusió final de totes aquestes aproximacions alternatives és que si les hipòtesis bàsiques no es compleixen, en la majoria de casos, un inversor no construirà necessàriament la seva cartera combinant l'actiu sense risc i la cartera w (cartera de mercat). Encara que el model CAPM no s'ajusti estrictament a la realitat, no hem de rebutjar-lo, ja que té diverses utilitats pràctiques i conceptuals que li atorguen una importància crucial. Això sí, és tasca d'investigadors i professionals continuar desenvolupant models que millorin les aproximacions de les quals ja disposem. En aquest sentit, ens agradaria comentar a continuació breument alguns models que suposen una extensió important del model del CAPM. Concretament, parlem del model APT i del model de tres factors de Fama-French.

7 Vegeu Andreu (2010) per a un estudi complet de les ampliacions del CAPM.

5.10.1 El model APT

El CAPM establia una relació funcional que permetia entendre el rendiment d'un títol (o cartera) en funció del rendiment d'un índex de referència. Podem suposar que, en un sistema econòmic tan complex i globalitzat com l'actual, la reducció a un únic factor podria ser exagerada. Posem un exemple: suposem una baixada de tipus d'interès propiciada per una política monetària expansiva derivada d'una crisi important que amenaça l'economia internacional. Podem suposar que aquest factor (que serà recollit pel rendiment del mercat) afectarà igual sectors tan diferents com el petroler, el constructor, el de béns de consum, etc.? El CAPM pot no ser capaç de descriure tots els matisos del que passa al mercat utilitzant únicament un factor descriptor. Podríem, per tant, pensar que cal incorporar diferents factors explicatius que permetin detallar els efectes parcials de diferents factors sobre sectors, sobre actius, sobre carteres. Precisament aquest fet, establir diferents factors explicatius del rendiment d'un actiu o cartera, és l'objectiu principal d'una de les «extensions» més conegudes del CAPM. Parlem del model APT (*arbitratge pricing theory*). Aquest model no explicita *a priori* els factors fonamentals que determinen i expliquen els rendiments d'un actiu o cartera (com sí que ho feia el CAPM suposant com a factor explicatiu el rendiment del mercat), sinó que aquests factors són estimats *a posteriori*. Tot i així, s'han de fer algunes suposicions sobre aquests factors:

a) Haurien de ser factors econòmics d'importància que, a més, presentessin un impacte rellevant al llarg del temps (i no pas en un moment puntual).

b) Haurien de ser factors independents entre si.

A partir d'aquestes idees clau, Ross (1973), Ross (1976) i Roll i Ross (1980) desenvolupen el model APT considerant que el rendiment d'un actiu pot expressar-se com:

$$R_{i,t} = E_i + b_{i1}F_{1t} + b_{i2}F_{2t} + \cdots + b_{ik}F_{kt} + \xi_{i,t}$$

on ($R_{i,t}$) és el rendiment de l'actiu (i) en el moment (t); (E_i) és l'esperança del rendiment de l'actiu (i); (b_{ik}) és el paràmetre beta que mesura la sensibilitat del rendiment de l'actiu (i) al factor (k); (F_{kt}) és el factor (k) explicatiu del rendiment de l'actiu en el moment (t); (k) és el nombre de factors de l'anàlisi, o nombre de variables explicatives, i, finalment, ($\xi_{i,t}$) és l'error o pertorbació aleatòria.

Veiem a l'equació com el model APT suposa que, en equilibri, el rendiment d'un actiu (i) està relacionat linealment amb factors fonamentals a través d'un conjunt de betes. La idea essencial d'aquest model és suposar que l'arbitratge és l'activitat clau que eliminarà les valoracions incorrectes dels actius, si apareguessin.

Posem un exemple. Imaginem un model APT que estableix que existeixen tres factors fonamentals que expliquen el rendiment dels títols d'un mercat concret. Aquests

tres factors són: el creixement del PIB, les variacions de tipus d'interès (TI) i el rendiment de l'índex de mercat (I). Imaginem que, després d'estimar el model, queda com:

$$R_{i,t} = 0{,}3 + 0{,}1 \cdot PIB - 0{,}05 \cdot TI + 1{,}4 \cdot I$$

La interpretació dels paràmetres de la regressió seria la següent. En primer lloc, les variacions del PIB tenen un efecte menor sobre el rendiment de l'actiu que el rendiment de l'índex de mercat, ja que la seva beta és menor, i l'efecte multiplicatiu (la sensibilitat) també. Creixements de PIB o rendiments positius de l'índex de mercat es traduiran en rendiments positius de l'actiu (i), perquè les betes són positives. En canvi, les variacions de tipus d'interès afecten negativament el rendiment del títol, ja que la beta estimada és negativa. Pujades de tipus d'interès es traduiran en rendiments negatius per a l'actiu (*i*) i a la inversa.

5.10.2 Models alternatius

Existeixen diferents models que intenten millorar o modificar els resultats obtinguts tant pel CAPM com per l'APT. Encara que no és el moment ni el lloc d'analitzar a fons aquest tipus de models, sí que ens agradaria citar-ne un que per la seva repercussió i utilitat està rebent atenció creixent en els circuits financers acadèmics i professionals. Ens referim al model de tres factors, o model Fama-French. Aquest model, desenvolupat per Fama i French (1992, 1993), estableix que el rendiment d'un actiu o cartera depèn de tres factors (i no pas solament d'un, com diu el CAPM). Concretament, els factors que s'estableixen com a rellevants són l'*índex de mercat*, un factor que recull la *capitalització de l'empresa* (perquè les petites empreses estadísticament ho fan millor que les grans) i un darrer factor que incorpora el *valor en llibres* de les empreses (perquè els autors demostren que aquelles empreses amb valors en llibres més elevats ho fan estadísticament millor).

Bibliografia

Andreu, J. (2010): *Market indices: bases, biases and beyond*. Lambert Academic Publishing.

Fama, E. F.; French, K. R. (1992): «The cross-section of expected stock returns», *Journal of Finance*, 47 (2), p. 427-465.

Fama, E. F.; French, K. R. (1993): «Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds», *Journal of Financial Economics* **33** (1), pp. 3–56.

Lintner, J. (1965*a*): «Security Prices, Risk and Maximal Gains from Diversification», *The Journal of Finance*, 20 (4), p. 587-615.

Lintner, J. (1965*b*): «The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets», *The Review of Economics and Statistics*, 47 (1), p. 13-37.

Mossin, J. (1966): «Equilibrium in a capital asset market», *Econometrica*, 35 (4), p. 768-783.

Roll, R.; Ross, S. (1980). «An empirical investigation of the arbitrage pricing theory», *Journal of Finance*, 35 (5), p. 1073-1103.

Ross, S. (1973): *The arbitrage theory of capital asset pricing*. Rodney L. White Center for Financial Research / University of Pennsylvania / The Wharton School.

Ross, S. (1976): «The arbitrage theory of capital asset pricing», Journal of Economic Theory 13 (3), p. 341-360.

Sharpe, W. (1963): «Capital asset prices: a theory of market equilibrium under conditions of risk», *The Journal of Finance*, 19 (3), p. 425-442.

Sharpe, W. (1964): «A simplified model for portfolio analysis», *Management Science*, 9 (2), p. 277-293.

Suárez, A. (2005): *Decisiones óptimas de inversión y financiación en la empresa*. Pirámide.

6. Anàlisi fonamental

Des dels inicis dels temps, una de les fixacions de la raça humana ha estat pronosticar o predir el futur, objectiu per al qual s'han utilitzat tècniques de tot tipus. Començant per les més esotèriques com la lectura de pòsits del cafè o les vísceres dels animals, s'ha evolucionat fins a tècniques de base més científica. Però l'objectiu últim i final, encara que les eines anessin creixent i evolucionant a la llum de la tècnica i el saber científic, era i és el mateix: conèixer el futur. Aquesta obsessió també s'ha traslladat al camp econòmic. En aquest sentit, l'home ha intentat predir el comportament futur de variables econòmiques com la inflació, el tipus d'interès o el PIB d'un país, i en el camp financer, l'obsessió clara ha estat i continua sent determinar el preu futur d'un actiu concret per tal d'actuar partint d'aquesta predicció.

La possibilitat de predicció de preus futurs entra en conflicte amb la hipòtesi del mercat eficient, de manera que aquells que creuen que aquest pronòstic és possible naveguen en les aigües de la gestió activa. En aquest punt dedicarem un petit espai a una de les tècniques més utilitzades per professionals i acadèmics en aquesta tasca de predicció: l'anàlisi fonamental. Aquesta eina juntament amb l'anàlisi tècnica (que serà presentada en el proper punt d'aquest llibre) són dues de les eines més importants en els mercats financers, i convé analitzar-les amb calma. Així, després de presentar a grans trets el marc de referència en el qual es mou l'anàlisi fonamental, estudiarem els fonaments de la tècnica, les fonts d'informació que són útils per aplicar-la, els instruments bàsics que són al seu abast i com es prenen les decisions sobre la base d'aquests instruments.

6.1 Introducció

Des dels inicis dels temps, una de les fixacions de la raça humana ha estat pronosticar o predir comportaments. Tant si és el moviment dels astres, de les marees, com la previsió del temps o les collites esdevenidores, una de les obsessions de la humanitat ha estat la predicció. Amb l'objecte de determinar com seria el futur, des dels temps més immemorials s'han utilitzat tècniques de tot tipus. Començant per les més esotèriques com la lectura de pòsits del cafè o les vísceres dels animals, passant per la cartomància, la quiromància, o l'oracle, s'ha evolucionat fins a tècniques de base més científica basades en lleis físiques o químiques. Però l'objectiu últim i final, encara que les eines anessin creixent i evolucionant a la llum de la tècnica i el saber científic, era el mateix: conèixer el futur.

En el camp econòmic, la voluntat de predir el comportament futur de variables econòmiques com la inflació, el tipus d'interès o el PIB d'un país ja s'aprecia clarament analitzant els primers tractats que podem considerar econòmics. Centrant-nos en el camp que ens interessa, els *pitonissos* financers han existit des de sempre. Si parlem de predicció en finances, parlem bàsicament de determinar el preu futur d'un actiu concret, per exemple, d'una acció o companyia, per poder actuar en conseqüència. Així, si el preu actual és menor que el preu futur esperat, la recomanació és clara: comprar. Per contra, si el preu futur esperat és inferior al preu actual, l'acció coherent també és molt clara: vendre. Per determinar el preu futur d'un actiu s'han desenvolupat al llarg de la història i es continuaran desenvolupant metodologies diverses, que podríem agrupar en cinc grans grups,[8] dels quals dedicarem una mica de temps a explicar-ne tres que, per la seva història, tradició i importància, són d'interès especial:

1. *Tècniques quantitatives:* l'objectiu de les tècniques quantitatives és fer previsió o predicció del valor futur de variables econòmiques utilitzant per a això models matemàtics, economètrics i estadístics d'alta potència. Per realitzar aquesta previsió, utilitzen tot tipus d'informació: econòmica, financera, preus històrics, etc.
2. *Anàlisi financera clàssica o anàlisi fonamental:* l'objectiu de l'anàlisi financera clàssica és determinar la situació financera d'una entitat econòmica (empresa, indústria, país, sector, etc.), utilitzant tot tipus d'informació financera interna i externa.

   Aquest tipus d'anàlisi, aplicat a la valoració d'empreses cotitzades en borsa, sol rebre el nom d'anàlisi fonamental, i el seu objectiu passa a ser determinar el valor teòric (o just) d'aquesta empresa en un moment determinat. Una vegada fixat el valor teòric, és possible comparar-lo amb el valor de mercat i

8 Per a una informació més detallada, vegeu els apartats 2.5.3 i 2.5.4 en aquest material.

pressuposar que, si el mercat actua de manera correcta, el preu de mercat tendirà a aquest preu teòric encara que en moments puntuals es puguin produir desajustos.

3. *Anàlisi tècnica:* l'objectiu de l'anàlisi tècnica és determinar el moviment futur dels preus d'un actiu, utilitzant els preus històrics i altra informació vinculada a la seva negociació en mercats organitzats. Una vegada pronosticada la tendència futura dels preus, és possible determinar l'estratègia òptima que cal que segueixi un inversor que vulgui mantenir aquest actiu en cartera. Així, si la tendència esperada és alcista, és moment de comprar i mantenir l'actiu. D'altra banda, si la tendència esperada és a la baixa, és moment de desfer-se de la posició o cobrir-la per evitar pèrdues.

En aquest punt del temari, centrarem la nostra anàlisi en el segon grup de metodologies de valoració i predicció, és a dir, en l'anàlisi financera clàssica (o anàlisi fonamental). Com que en el camp financer se sol conèixer aquestes metodologies amb el nom d'anàlisi fonamental, ens hi referirem també d'ara endavant amb aquest nom. En el capítol següent desenvoluparem el tercer grup de metodologies de valoració, és a dir, l'anàlisi tècnica, i disposarem així d'una visió global de dues de les grans eines utilitzades en l'àmbit de la «predicció» financera i també en la gestió de carteres. Abans, però, de començar la presentació i l'estudi de l'anàlisi fonamental, ens agradaria fer algunes reflexions sobre les tècniques de predicció en general:

1. *Visió acadèmica:* des d'un punt de vista acadèmic, l'anàlisi fonamental i tècnica s'han vist amb recel. Des dels despatxos universitaris, els defensors de l'eficiència i del passeig aleatori (*random walk*), corrent principal de pensament en finances en els últims 50 anys, han argumentat la inutilitat de les tècniques de predicció quan ens trobem en un mercat financer que funciona correctament (eficient o perfecte). Així, tal com ja s'ha comentat en punts anteriors, en un mercat eficient, cap mètode no serveix per pronosticar els preus futurs d'un actiu perquè són aleatoris. Malgastar recursos (i diners) en anàlisi fonamental o tècnica, o en tècniques quantitatives de predicció, és, simplement, absurd [Malkiel (2008)].
2. *Visió professional:* encara que des d'un punt de vista acadèmic s'han criticat àmpliament les eines fonamentals i tècniques, la realitat és que una potent indústria ha estat desenvolupada al voltant d'aquestes dues metodologies. Els esforços i diners dedicats a l'ús i a l'aplicació d'aquests mètodes són tan exagerats que no es pot considerar tan a la lleugera que no siguin d'alguna manera «útils». En aquesta línia, les proves empíriques d'anomalies [Fama (1991)] i els nous estudis de *behavioral finance* [Shleifer (2000), DeBondt i Thaler (1985, 1987), Barber i Odean (2000) i Odean (1998) entre molts altres] han posat

de manifest la possibilitat de trobar al mercat financer ineficiències importants que justifiquen la utilitat d'aquestes metodologies, almenys, en moments determinats. D'aquesta manera, tant els exemples d'anomalies constants que s'han anat acumulant al llarg dels temps com el *behavioral finance* indiquen la possibilitat de predir el comportament futur dels preus o rendiments dels actius, i trenquen així l'hegemonia històrica aclaparadora dels defensors del mercat eficient. Des d'un altre punt de vista totalment diferent, és clar que l'existència i supervivència dels agents intermediadors depèn en gran manera dels serveis que prestin i pels quals cobren. Ha de ser tasca de l'investigador i de l'inversor decidir quins serveis ofereixen realment valor, i descartar els que no l'aporten. Així, els agents inversors han de determinar si les tècniques d'anàlisi fonamental, tècnica o les eines quantitatives que s'ofereixen des del mercat, des de les institucions financeres, des dels despatxos dels analistes, i que poden ser utilitzades en gestió activa de carteres, compensen els costos i, si no és així, decantar-se per una estratègia passiva.

3. *Globalitat*: existeixen diverses eines en cada grup de tècniques de predicció, des de les més clàssiques fins a les aproximacions més noves i actuals. És important tenir en compte aquesta multiplicitat i aprofitar els avantatges de totes les eines existents, per intentar crear una aproximació global, tant en l'anàlisi fonamental i l'anàlisi tècnica com en les aproximacions quantitatives. En aquest sentit, i intentant aplicar aquesta premissa, presentem en aquest mòdul una anàlisi fonamental més completa del que sol ser habitual en la majoria de manuals financers, ja que considerem que s'han d'incloure dins aquesta tècnica instruments d'anàlisis de balanços, de gestió financera, ràtios financeres i ràtios comptables. En el mòdul posterior, dedicat a l'anàlisi tècnica, serà aplicable també la mateixa intenció: presentem una anàlisi tècnica que inclou, a part de les eines *chartistes* clàssiques i indicadors més habituals, algunes aproximacions de *behavioral finance* i altres ràtios, oscil·ladors i aproximacions relacionades amb cicles, posicions curtes/llargues dels agents, o amb *insiders*.
4. *Complementarietat:* les eines fonamentals, tècniques i quantitatives s'han considerat històricament com a antagòniques i excloents. Des d'aquí s'ha de matisar que aquesta afirmació, encara que està bastant arrelada, no és realment certa. No hi ha contradicció entre metodologies, perquè cadascuna mesura i aprofundeix en realitats lleugerament diferents. Des del nostre punt de vista, és millor considerar-les com a complementàries, i l'objectiu final d'un bon analista és construir una aproximació que englobi els diferents aspectes, realitats i informació que provenen dels tres grans grups de predicció que han estat presentats (fonamental, tècnica i quantitativa). Encara que aquesta ha de ser la nostra intenció, no

hem d'oblidar que, en tractar-se de tècniques diferents que s'ocupen de fenòmens diferents, poden oferir resultats dispars, que portin a resultats contradictoris, i el treball de l'analista és resoldre aquestes aparents contradiccions.

6.2 Discussió terminològica i objectius de l'anàlisi financera clàssica

Anàlisi d'estats comptables, *anàlisi de balanços* o *anàlisi comptable* són diferents noms amb els quals es coneix l'anàlisi financera clàssica o anàlisi fonamental. Aquesta disciplina proporciona els conceptes i les tècniques necessàries per formular judicis consistents sobre una «entitat» (o un actiu) per tal de prendre-hi decisions.

L'*anàlisi financera* es defineix com el sistema d'estudi de tota la informació disponible que afecta una «entitat» (o actiu) de manera directa o indirecta, i inclou les tasques de recerca de la informació, descomposició, integració de dades, anàlisi i la posterior presa de decisions de caràcter financer. Quan l'anàlisi financera *s'aplica a empreses cotitzades* amb l'objectiu de determinar-ne el valor teòric, se sol conèixer amb el nom d'*anàlisi fonamental*.

En les definicions presentades fins ara fem referència a «entitat» o a actiu seguint la nostra visió englobadora. Encara que és veritat que gran part de l'anàlisi financera clàssica s'aplica a la valoració d'empreses (o actius de renda variable), també és cert que les mateixes eines, amb petites adaptacions, són útils per valorar sectors, grups de societats, països, actius immobiliaris, actius de renda fixa, etc.

L'objectiu bàsic de l'anàlisi financera clàssica o anàlisi fonamental és determinar el *valor intrínsec* de l'entitat analitzada, valor que depèn de la seva capacitat de generació de fluxos de caixa. Així, per exemple, aquest tipus d'anàlisi haurà de valorar els fluxos que genera l'entitat o actiu al seu propietari tenint en compte, en funció de la tipologia d'actiu que analitzem, fluxos com dividends, interessos, guanys patrimonials, rendes per lloguer, *royalties*, etc., així com despeses, costos i impostos que afecten aquests fluxos.

El mercat, per la seva banda, també fa la valoració d'«entitats» o actius, i utilitza per a això tota la informació disponible. Més concretament, el mercat té en compte els beneficis esperats de les diferents entitats i la seva capacitat de generació de fluxos futurs, les expectatives, les previsions, i els «descompta» a un tipus d'interès que depèn del risc que assumeix un inversor que adquireix aquest actiu (tipus d'interès sense risc més una prima).[9] Aquesta valoració, resultat de la interacció entre oferta i demanda, es concreta en un valor de mercat, en un preu. Si el mercat és eficient, el preu de mercat coincidirà amb el valor intrínsec de l'actiu, mentre que si no ho és, existiran diferències entre preu i valor intrínsec. És en aquest segon cas quan entra en joc el paper de l'anàlisi fonamental (o d'altres tècniques i eines de predicció).

9 Vegeu l'apartat 7 de l'Annex dedicat a la matemàtica financera per a més informació sobre descompte i actualització de fons.

La *utilitat* de l'anàlisi financera clàssica és òbvia si ens trobem en un mercat ineficient. Existiran diferències entre preu i valor intrínsec, anomalies puntuals que poden ser utilitzades per establir estratègies actives d'inversió i gestió de carteres. L'anàlisi fonamental, determinant el valor intrínsec de l'actiu (*preu just* o *fair value*), establirà també el *gap*, la diferència, entre aquest valor i el preu que ofereix el mercat. Si el valor intrínsec és superior al preu de mercat, l'actiu és barat, mentre que és car en la situació inversa. Les forces de l'oferta i la demanda, davant d'aquesta realitat, tendiran a solucionar l'error de valoració a llarg termini, portant el preu real cap al preu just.

Finalment, una reflexió que fa referència al cicle borsari i al cicle econòmic. Recordem que el preu de mercat descompta les expectatives futures de beneficis, creixement, de manera que anticipa el futur, mentre que el cicle econòmic (indicadors de PIB, creixement, inflació, ocupació, etc.) mostra dades del que passa o del que ja ha passat; per tant, majoritàriament del passat. D'aquesta manera, és normal que cicle borsari i econòmic estiguin lleugerament desfasats (es parla d'uns sis mesos), i, teòricament, és el cicle borsari l'indicador avançat de l'estat de l'economia. Això fa que, per exemple, en algunes ocasions, bones notícies econòmiques o empresarials provoquin baixades a la borsa perquè poden interpretar-se com la confirmació que les coses ja no poden anar millor (per tant, en el futur empitjoraran), o perquè ja s'han complert les expectatives inicials i les futures passen a ser incertes. Davant d'aquest marc, hem de tenir en compte que el «valor intrínsec» d'un actiu que ofereix l'anàlisi fonamental pot trigar un temps a materialitzar-se en el preu de mercat. En primer lloc, pel desfasament comentat i, en segon lloc, per la major o menor velocitat del mercat a advertir el seu error de valoració.

6.3 Fases en l'anàlisi financera clàssica

És moment ara de definir els passos o etapes, les fases, que ha de seguir tota anàlisi financera. En funció dels objectius particulars, de les tècniques utilitzades, de la informació, establim 6 etapes que cal desenvolupar en tota anàlisi financera:

1. *Identificació de l'objecte d'anàlisi:* en aquesta primera fase és essencial conèixer l'objecte que volem analitzar. Així, en funció de l'entitat analitzada, haurem d'informar-nos sobre la seva condició legal, accionistes principals, radi d'actuació, competidors principals, etc. Es tracta de situar-se, d'entendre el paper de l'objecte analitzat al món empresarial o en el sistema econòmic. En aquest punt, pot ser d'interès l'aproximació superficial a través de l'anàlisi ràpida de variables macroeconòmiques (creixement, inflació, interès, dèficit públic, etc.) i microeconòmiques (adreça, productes, posicionament, gestió financera, etc.).
2. *Identificació de les variables clau:* el segon pas que ha de realitzar l'analista és determinar les variables clau per a l'anàlisi, així com totes aquelles que puguin

ser considerades secundàries. La importància de les variables dependrà, no cal dir-ho, de l'objectiu amb el qual es fa l'anàlisi. Així, si el nostre objectiu és realitzar una inversió en una empresa determinada, prendran més importància variables com els beneficis futurs esperats, potencial de creixement, política de dividends, etc. En canvi, si amb la nostra anàlisi pretenem esclarir la capacitat de l'entitat per fer front a compromisos de pagament adquirits, destaquen com a essencials aspectes com la solvència, la liquiditat, el nivell d'endeutament o les garanties ofertes pel deutor.

3. *Recollida d'informació:* una vegada establerta la prelació i importància de les diferents variables, és el moment de dur a terme la recollida d'informació, és a dir, del material necessari per realitzar l'anàlisi prevista. En aquesta fase s'han de determinar les fonts d'informació que s'utilitzaran, així com establir els passos i planificació de l'anàlisi. La *fiabilitat* de la informació és un fet primordial. L'analista ha de determinar la fiabilitat de les dades amb les quals treballa, i rebutjar totes aquelles fonts que no superin un alt estàndard de fiabilitat. Per exemple, podem considerar que els estats comptables són fiables, almenys més que la informació que ens facilita un amic xerraire que és cambrer sobre els beneficis d'una empresa mentre fem una copa al bar en què treballa.
4. *Depuració de la informació:* en aquesta fase es filtra la informació que es considera fiable i es descarta la que no compleix aquesta propietat. És el moment de la re-classificació de partides o de la modificació o agrupació de dades, si calgués, perquè la informació s'ajusti a les necessitats de l'analista.
5. *Anàlisi de la informació:* una vegada es disposa de la informació bàsica, ordenada, classificada i prèviament tractada per als nostres objectius, és el moment de realitzar l'estudi. S'hi empren les tècniques i mètodes més apropiats per determinar la situació financera, les perspectives econòmiques de l'entitat respecte a característiques com la liquiditat, la rendibilitat, la solvència, etc.
6. *Informe final:* l'analista ha de concretar tota l'anàlisi en un informe, on, de manera clara, s'estableixi el procés utilitzat, les fonts consultades i el resultat de la seva anàlisi. Encara que el resultat sol ser una conclusió sobre la situació economicofinancera de l'objecte analitzat respecte a les variables determinades com a clau, de vegades també es demana que l'analista emeti una proposta d'actuació respecte a aquesta entitat. En el cas que ens ocupa, quan l'anàlisi financera clàssica és aplicada a la valoració d'empreses cotitzades i a la determinació del seu valor teòric, se sol demanar als analistes que concloguin el seu informe amb una recomanació de compra o venda, o, si escau, amb la determinació del preu teòric (conegut de vegades com a *preu objectiu*) al qual el mercat hauria de tendir a mitjà/llarg termini.

6.4 Aproximacions bàsiques de l'anàlisi financera clàssica

Existeixen *dues grans aproximacions* per realitzar una anàlisi financera clàssica o anàlisi fonamental. Podem parlar, d'aquesta manera, de dues estratègies bàsiques d'anàlisi:

Enfocament top-down (de dalt a baix): aquest tipus d'anàlisi «comença pel global i arriba al particular». Així, aquest tipus d'enfocament se centra a estudiar l'ambient macroeconòmic (especialment el cicle econòmic i la situació econòmica general que afecta l'entitat d'anàlisi), i projecta l'anàlisi en l'àmbit microeconòmic i empresarial.

Podem desglossar l'*enfocament top-down* en diferents fases:

a) *Determinació del moment econòmic*: la utilització de dades macroeconòmiques a escala nacional i internacional permet establir la situació econòmica mundial o nacional en la qual es troba immersa l'entitat analitzada. Sol ser habitual, en aquest punt, l'ús de variables com creixement econòmic (PIB), inflació, tipus d'interès, tipus de canvi, dèficit públic, situació política, etc. Així, en un moment de creixement econòmic, les empreses i les seves cotitzacions sortiran beneficiades pel creixement dels beneficis, mentre que els actius de renda fixa sortiran perjudicats per l'impacte de les polítiques monetàries restrictives que pretenen controlar la inflació. En moments de decreixement econòmic, estancament o recessió, els actius de renda variable sofriran pèrdues, i sortiran beneficiats de la situació els actius de renda fixa o els actius anomenats *refugi* (immobiliari, metalls preciosos, etc.). D'altra banda, pujades en la inflació es poden entendre com a majors possibilitats de deteriorament de l'economia, de manera que aquest fet castigarà els actius de renda variable i també els de renda fixa, ja que les institucions que han de controlar la inflació establiran polítiques restrictives.

Taula 1. Impacte teòric de variacions en macromagnituds clau sobre preus de diferents actius

Situació	*Variació*	*Renda variable*	*Renda fixa*	*Actius refugi*
Creixement econòmic	↑	↑	↓	↓
Inflació	↑	↑ ↓	↓	↑
Tipus d'interès	↑	↑ ↓	↓	↓
Incertesa política	↑	↓	↑	↑

Hem resumit a la taula 1, a grans trets, l'efecte que té la variació de diferents variables macroeconòmiques en el preu de diferents actius. No obstant això, encara que aquestes idees generals poden ser de gran utilitat, sobretot a llarg termini, establir relacions causa/efecte entre les variacions produïdes en macromagnituds i els preus dels diferents actius és sempre més complex i difícil del que apareix a la taula. El mercat no sempre segueix les pautes que s'han presentat a la taula 1, fins i tot en moments

concrets es poden donar relacions completament inverses a les presentades. Solament una experiència suficient i uns coneixements econòmics profunds permeten arribar a determinar amb total precisió quins seran els efectes finals sobre els actius.

Posem un exemple d'aquesta primera fase d'anàlisi. Imaginem que hem realitzat un estudi a consciència de tots els paràmetres macro que considerem significatius i hem arribat a la conclusió que el món està sortint d'una greu recessió que ha durat 5 anys i que les perspectives de creixement econòmic són bones. Els tipus d'interès, en aquest context, estan excepcionalment baixos, i s'espera que, a mesura que el creixement aparegui, els bancs centrals decideixin apujar-los de manera esglaonada. D'altra banda, la inflació està totalment controlada i no s'espera que sigui un problema, almenys, a curt termini.

b) *Determinació d'economies, sectors o zones particulars de creixement*: després d'establir la situació econòmica és necessari detectar economies, sectors o zones, d'especial creixement, que puguin presentar beneficis i rendiments majors. La utilització de dades macroeconòmiques nacionals o regionals ajuda a assolir aquest objectiu. Així, seran d'utilitat variables com el PIB nacional o regional, el dèficit públic, les balances comercials, taxa d'atur per sectors, etc. També en aquest punt poden realitzar-se estudis de caràcter no financer amb l'objectiu de determinar aspectes comercials, competitius, restriccions legals a la inversió, situació sociopolítica de l'economia en qüestió, etc. L'objectiu final és determinar quins sectors presenten millors perspectives de creixement.

Reprenent l'exemple anterior, continuem amb l'anàlisi, i detectem que, dins del creixement mundial que esperem, existeixen dues zones (el Brasil i l'Índia) que creixeran de manera especialment important. Fet això, analitzem amb lupa les economies d'aquests dos països i arribem a la conclusió que el sector que ho farà millor en el país americà serà el sector hoteler, i que el millor sector dins l'Índia serà el tecnològic lligat a la informàtica.

c) *Selecció d'actius concrets*: l'ús de dades concretes de diferents companyies, entitats o empreses permet establir quins actius són més interessants dins de l'economia o el sector de particular creixement detectat. Seran d'especial importància en aquest punt les eines d'anàlisi financera (tals com ràtios financeres o comptables) i anàlisi no financera (anàlisi de forces competitives de Porter, el mètode DAFO, etc.).

Arribats a aquest punt, s'han detectat dos sectors especialment interessants: el sector hoteler al Brasil i el tecnològic-informàtic a l'Índia. És moment ara d'analitzar, a través de ràtios financeres, les característiques econòmiques i financeres de totes les empreses que formen part d'aquests dos sectors i escollir les que presenten una millor cara financera. En aquest sentit, podem imaginar que després d'analitzar ROE, PER, creixements esperats de BPA, etc. arribem a la conclusió que Reginem-Iguanema-Hoteles,

SA és la millor empresa del primer sector, i que Funishclass Technology és la millor dins del segon sector.

2. *Enfocament bottom-up (de baix a dalt)*: aquesta anàlisi segueix un procés invers a l'anterior, transita «d'allò més particular al més general». Així, l'objectiu de l'anàlisi és determinar bones oportunitats d'inversió independentment de la situació global. Aquest tipus d'enfocament se centra en la detecció d'empreses ben gestionades, amb un bon potencial de beneficis i de creixement futur que apareguin a preus interessants, independentment del cicle econòmic. Està, per tant, centrat en l'anàlisi microeconòmica (estratègia, objectius, estil de direcció, posició de mercat, tecnologia, situació financera, etc.), i tenen un paper essencial eines i mètodes de valoració d'actius com les ràtios financeres, les eines de descompte de fluxos, etc. Finalment, és en aquest tipus d'enfocament quan el terme «valor teòric» o «preu just» agafa més importància, perquè centrem l'anàlisi en empreses concretes que volem classificar en desitjables o no desitjables.

6.5 Fonts d'informació financera

Arribats a aquest punt, cal aprofundir una mica més en les *fonts d'informació* de les quals disposa l'anàlisi fonamental per complir els seus objectius. Hi ha una nombrosa i amplíssima quantitat d'informació disponible, més o menys estructurada i variada, que tot analista i inversor pot utilitzar per als seus propòsits. Amb la finalitat d'orientar una mica l'anàlisi d'aquest mòdul, ens centrarem a partir d'ara en la informació financera disponible, i deixarem a un costat altres tipus d'informació no financera que pot ser útil en nombrosos moments del procés d'anàlisi (ens referim, com ja s'ha introduït en el punt anterior, a informació de caràcter comercial, tècnica, competitiva, etc.).

S'entén com a *informació financera* tota la que és capaç de generar o modificar expectatives o reduir la incertesa sobre la situació financera actual i futura d'una entitat. A continuació es presenta una llista, no exhaustiva, de les fonts d'informació més comunes utilitzades per l'anàlisi financera clàssica:

1. Respecte a una empresa

1.1 Comptes anuals: són la font principal d'informació d'una empresa. Aquests estats comptables són anuals encara que les empreses cotitzades en la majoria de mercats financers mundials (i la borsa espanyola no és una excepció) estan obligades a presentar estats parcials d'aquests comptes a escala trimestral o semestral. Després de les modificacions del nou pla general comptable del 2008, estan formades per cinc elements, de compliment obligatori:

a) El balanç de situació: és l'estat comptable més representatiu de la situació patrimonial d'una companyia. De manera clara, hi apareixen les diferents inver-

sions realitzades, així com les fonts de finançament utilitzades per dur a terme aquestes inversions. En l'anàlisi d'aquest estat ha de considerar-se l'efecte de la inflació (que no està inclosa en les dades comptables) o l'afectació dels diferents criteris comptables aplicats a la realitat de les dades que ens ocupen. S'ha de tenir en compte que el Nou Pla General Comptable, igual que l'antic, estableix directrius de valoració, i deixa als responsables dels comptes anuals la facultat d'aplicar alguns criteris segons les seves necessitats i voluntats. S'ha de prestar especial atenció a com s'han aplicat aquests criteris per valorar actius, determinar provisions, etc.

b) El compte de pèrdues i guanys: aquest estat ens informa sobre el resultat obtingut per una companyia en un període determinat de temps, així com la manera com s'ha produït aquest resultat. De l'anàlisi d'aquesta font d'informació és possible determinar-ne el resultat d'explotació, derivat de l'activitat ordinària i no ordinària de l'empresa (els resultats excepcionals o extraordinaris passen a incloure's en aquest punt), així com els resultats financers (derivats de les polítiques de finançament de l'empresa). En l'anàlisi d'aquest estat s'ha de tenir en compte la subjectivitat de les dades derivades de les decisions dels gestors sobre periodificació d'ingressos o de despeses i altres decisions de comptabilització.

c) Estat de canvis en el patrimoni net (ECPN): recull les despeses i ingressos directament imputats a patrimoni net amb el seu efecte impositiu, així com els moviments de l'exercici respecte al net patrimonial. En realitat, el que reflecteix aquest estat és l'increment o disminució de la riquesa de l'empresa entre dos balanços consecutius.

d) Estat de fluxos d'efectiu (EFE): aquest estat té per objectiu informar dels canvis en la posició financera de l'empresa, és a dir, determinar l'origen i la utilització d'efectiu (i d'actius equivalents a l'efectiu) que s'han produït durant l'exercici. Es tracta d'un estat dinàmic que recull els moviments d'aquestes partides determinant l'estat de liquiditat d'una empresa.

e) La memòria: es tracta d'un document dedicat a complementar la informació proporcionada pels estats comptables anteriors (balanç de situació, compte de pèrdues i guanys, estat de canvis en el patrimoni net, estat de fluxos d'efectiu). A més, la memòria aporta un altre tipus d'informació que pot ser especialment útil a l'hora de comprendre adequadament la situació financera i el rendiment de l'empresa.

1.2. *Informe de gestió:* consisteix en una prolongació dels comptes anuals on es posen de manifest aspectes com l'evolució dels negocis, la situació de la societat, les activitats d'R+D, etc.

1.3. *L'informe d'auditoria:* l'informe d'auditoria consisteix en un judici extern sobre la veracitat i fiabilitat dels estats comptables. Es tracta, per tant, d'una peça clau, ja que un informe positiu o no, o el fet que l'auditor no emeti opinió, pot servir per determinar la validesa de les dades que es proporcionen.

1.4. *Comptes anuals consolidats:* en el cas de grups d'empreses, és necessari establir els estats comptables consolidats i els resultats conjunts del grup de societats. Els comptes anuals consolidats consistiran de nou en els mateixos estats comptables anuals presentats anteriorment però els documents es referiran a la totalitat del grup d'empreses que els presenta.

1.5. *Fonts de verificació de dades:* algunes entitats o registres ofereixen informació que pot servir per determinar la veracitat de les partides presentades en els estats comptables d'una entitat, així com per establir potencials problemàtiques derivades d'impagaments, embargaments, etc. Així, les verificacions registrals, els peritatges, el RAI, el DBI, el ASNEF, ofereixen informació fiable i útil per complementar una anàlisi financera realista sobretot en aquells casos en què les entitats presentin problemes financers importants.

1.6. *Informació addicional:* en aquest punt s'ha decidit incloure una breu referència a fonts d'informació de caràcter molt divers. Les diferents empreses emeten comunicats en premsa oficial o econòmica que poden ser d'interès (diaris, revistes, BOE, BORME, etc.). Les publicacions periòdiques, monografies o tesis doctorals poden aportar informació sobre empreses concretes. La premsa general i especialitzada, empreses de consultoria, centres d'estudis, universitats o entitats financeres realitzen estudis que fan públics sobre sectors, empreses, expectatives de vendes, informació exclusiva que no sol aparèixer en altres publicacions. Altres informacions que cal tenir en compte són els fets rellevants (publicats a la CNMV, a les borses o als bancs centrals), les qualificacions de deute (Moody's, S&P o Fitch), els informes sectorials, anuaris estadístics i els butlletins mensuals d'organismes públics, i algunes bases de dades de naturalesa econòmica (Datastream, Bloomberg, Sabi, etc.).

2. Respecte a un país o zona econòmica

2.1 Comptabilitat nacional i regional: englobem dins d'aquest punt tota la informació que fa referència a la situació econòmica d'un estat o regió i que, normalment, és elaborada per una institució independent vinculada a aquell estat. La comptabilitat nacional o regional té com a objectiu establir una descripció quantificada, sistemàtica

i tan completa com sigui possible de l'activitat econòmica regional i nacional d'un país determinat.

2.2 Institucions d'estadística oficials: organismes autònoms de caràcter administratiu adscrits, normalment, a ministeris concrets de cada país o a institucions internacionals. Són els encarregats de realitzar operacions estadístiques de gran envergadura (censos, estadístiques demogràfiques, etc.). Cal destacar l'Institut Nacional d'Estadística (INE), l'Institut d'Estadística de Catalunya (Idescat), l'Statistical Office of the European Communities (Eurostat), el Bureau of Economic Analysis (BEA), etc.

2.3 Institucions oficials, organismes internacionals, institucions professionals: organismes autònoms, públics o privats, que en la realització de les seves funcions bàsiques generen informació econòmica i informes que contenen informació financera. Podem destacar, per exemple, el Banc d'Espanya, la Confederació de Caixes d'Estalvi, el Fons Monetari Internacional, l'OCDE, Inverco, el Banc Mundial, etc.

6.6 Eines bàsiques de l'anàlisi financera clàssica

6.6.1 Introducció

Abans de començar amb la presentació de les diferents eines de les quals disposem per dur a terme l'anàlisi financera clàssica o anàlisi fonamental, hem de fer algunes reflexions prèvies.

L'objectiu global de l'anàlisi és realitzar un estudi correcte de la situació financera d'una entitat determinada. El més habitual és que l'analista persegueixi amb aquest estudi detectar entitats que siguin bones o desitjables des d'un punt de vista econòmic i financer, és a dir, que presentin «una bona oportunitat d'inversió».[10] Així, per exemple, si volem realitzar un estudi sobre empreses cotitzades per tal d'invertir-hi uns quants diners a través de la compra d'accions, ens interessarà detectar les que manifesten una estratègia econòmica i empresarial adequada, amb objectius de creixement ambiciosos i assolibles, amb bones perspectives de beneficis, bones ràtios de rendibilitat, una situació financera equilibrada, etc. Per a això ens seran **útils les diferents eines** que tractarem en les pròximes pàgines, eines que ens han de permetre dues coses:

En primer lloc, realitzar un seguiment de l'entitat al llarg del temps, és a dir, una *anàlisi dinàmica*. És essencial entendre i controlar l'evolució de les diferents partides/variables al llarg del temps. Així, no és tan important disposar de les xifres d'ingressos i despeses o del balanç d'una empresa en un període determinat, sinó que l'essencial és poder establir l'evolució d'aquestes dades, així com les perspectives per als propers

10 Tot i que aquesta és la dinàmica habitual, la determinació de la situació financera pot perseguir altres objectius: determinar quines són les pitjors empreses en termes de solvència per injectar capital, les empreses més mal gestionades per forçar un canvi de direcció, les empreses públiques més deficitàries per liquidar-les o fusionar-les, etc.

períodes. És precisament aquesta evolució i visió de futur el que està sent valorat constantment pels mercats financers.

En segon lloc, les eines d'anàlisi fonamental que utilitzem ens han de permetre realitzar *comparacions* entre entitats (de diferents sectors de l'economia, del mateix sector, etc.), és a dir, una anàlisi comparativa de tipus general o sectorial.

A partir d'aquest moment, hem de centrar el mòdul en l'estudi de les eines necessàries per dur a terme una anàlisi fonamental d'empreses o valors de renda variable (la resta d'actius o entitats és valorable de manera similar amb modificacions d'alguns paràmetres, tècniques, models i situacions). Una presentació exhaustiva de totes les tècniques i models de valoració financera va molt més enllà d'aquest material, així que remetem el lector amb interès a manuals de valoració d'actius immobiliaris, de béns tangibles i de col·lecció, d'empreses privades i públiques, i de matèries primeres i metalls, manuals que haurien d'estar disponibles en qualsevol biblioteca econòmica.

Fet aquest aclariment, i una vegada ha quedat clar que a partir d'ara centrem les nostres pàgines en la valoració d'empreses (i especialment d'empreses cotitzades en mercats financers), és moment de determinar quins són els àmbits que haurà d'incloure una bona anàlisi fonamental. Podem determinar 5 *àmbits d'estudi:*

1. *Situació patrimonial:* l'objectiu en aquest punt és realitzar un estudi de la situació global (financera) de l'empresa. Així, cal analitzar partides a través de ràtios comptables (horitzontals i verticals), i estudis generals sobre balanç, comptes de pèrdues i guanys i altres documents dels comptes anuals. També ens poden ser útils les aproximacions de palanquejament operatiu (GAO), financer (GAF) i total (GAT) que formen part del temari de Gestió Financera o Direcció Financera [vegeu Suárez (2005) o Borràs i Cámara (2009)] i que fan referència a l'estructura de costos fixos i variables que presenta una empresa determinada. Aquest tipus d'estudis s'emmarquen dins dels àmbits de la comptabilitat i l'anàlisi de balanços, matèries en què no entrarem en aquest material però que són d'especial importància per realitzar un estudi correcte de la situació patrimonial. Respecte a aquesta anàlisi patrimonial, ens agradaria fer un comentari. Hem d'entendre tots els valors i partides dels comptes anuals com a «estimació» *dels valors reals*. Per exemple, els beneficis d'una empresa no són més que una estimació dels resultats reals (que mai no podran ser coneguts). El principi de prudència, els criteris de valor raonable, la dificultat de valoració d'alguns elements patrimonials, així com el fet que la informació que conté els comptes anuals sigui utilitzada per prestadors, competència, estat, per establir i controlar les relacions amb l'empresa que emet aquests estats, pressionen la gerència a «presentar la cara més adequada» de l'empresa a cada moment, i «manipular» lícitament (o il·lícita) la comptabilitat dins de la folgança d'aplicació que permeten els criteris i normes comptables.

2. *Rendibilitat*: en aquest sentit, l'anàlisi fonamental ha d'ocupar-se de la capacitat de l'empresa de «generar renda o fluxos d'efectiu». Hi ha moltes formes i eines per determinar la renda o beneficis generats per una entitat, eines que seran tractades amb detall en el punt següent. De moment, aquí direm que aquest àmbit d'estudi és, sens dubte, un dels més importants, perquè determina el «benefici» que l'empresa i els seus accionistes extreuen de les activitats que li són pròpies, incidint d'aquesta manera de forma directa en les perspectives de supervivència de l'entitat. Una bona rendibilitat facilita el funcionament i la supervivència de l'entitat, tot i que s'ha d'analitzar si aquests bons resultats són fruit de l'atzar, d'una situació conjuntural o, en canvi, fruit del bon treball i posicionament de l'entitat en qüestió; en canvi, problemes de rendibilitat posen de manifest problemes econòmics, estructurals, de direcció o enfocament de negoci, que a curt, mitjà o llarg termini poden convertir-se en dificultats de supervivència i abocar l'entitat a la fallida.

3. *Risc*: l'anàlisi fonamental també ha de definir i analitzar «probabilitats de dany» o «les possibilitats que es produeixin fets perjudicials» per a l'empresa, per als seus accionistes, per als seus creditors, etc. L'anàlisi de riscos dins l'empresa és una peça clau per al seu bon funcionament, i aquest estudi s'ha de traslladar també al prisma econòmic, per permetre controlar les diferents fonts de risc i quantificar l'efecte advers que la variació d'elements essencials en aquestes fonts de risc pot produir en la situació patrimonial de l'empresa, en la rendibilitat, en els beneficis, en la liquiditat, solvència, etc.

4. *Solvència*: gràcies a l'estudi de la solvència es pot establir la capacitat d'una entitat de fer front a les seves obligacions de pagament a llarg termini. La solidesa del balanç d'una empresa, la seva *solvència*, és un element essencial tant per als accionistes com per als deutors i creditors. Una empresa sòlida generarà més confiança, i en facilitarà el finançament a través de fons propis i aliens, agilitarà els tràmits i millorarà les condicions de compra a proveïdors i creditors, i facilitarà les operacions amb clients i deutors.

5. *Liquiditat*: gràcies a l'estudi de la liquiditat es pot establir la capacitat de l'entitat de fer front a les seves obligacions de pagament a curt termini. No únicament cal que l'empresa presenti una solidesa significativa en el balanç, sinó que part d'aquest ha de ser prou líquid per atendre les necessitats financeres actuals i les d'un futur immediat. Una manca de liquiditat perjudica el bon funcionament de l'empresa, n'encareix el finançament, en dificulta els proveïments i les compres i posa l'entitat en situacions de trencament d'estocs, descoberts, fins i tot en concurs de creditors.

És el moment de parlar de *ràtios*. Les ràtios financeres (o comptables) són quocients entre dues magnituds obtingudes, normalment, a partir d'estats financers. L'ús d'aquesta eina permet reduir el nombre de variables analitzades, així com millorar la comparabilitat de la informació, i ajudar l'analista a decidir quina empresa o empreses són més atractives. Per la seva facilitat d'ús i interpretació, són les eines més habituals i

utilitzades a l'hora de dur a terme anàlisis fonamentals. Dins de les ràtios, ens agradaria ressaltar les *ràtios borsàries*, que són quocients que relacionen variables de mercat de la companyia (normalment cotització o capitalització borsària) amb dades comptables (obtingudes dels comptes anuals).

Finalment, i abans de presentar diferents eines que ens permetran fer una anàlisi fonamental correcta, ens agradaria recordar breument l'estructura d'un balanç i un compte de pèrdues i guanys, així com la nomenclatura que utilitzarem a partir d'ara per referir-nos a les diferents masses patrimonials i partides comptables. Així, el *balanç* d'una empresa presenta aquesta estructura:

Actiu (A)	*Passiu i patrimoni net (PiPN)*
Actiu no corrent (ANC)	Recursos propis (RP) o patrimoni net (PN)
Actiu corrent (AC)	Recursos aliens (RA) o passiu (P)

Ens agradaria assenyalar que, dins de la *massa patrimonial de recursos alien*s *(RA)*, podem distingir *dos components* clarament diferenciats:

1. *Exigible financer (EF):* format pel passiu que genera un cost explícit (normalment materialitzat en interessos) i que necessita una negociació amb el creditor per aconseguir-lo. Parlem, per exemple, de préstecs amb els bancs, pòlisses de crèdit, bons emesos, pagarés, etc.
2. *Finançament espontani (FE):* format pel passiu que no genera cost explícit i que normalment no requereix negociació explícita o prèvia. Parlem, per exemple, de sous i salaris per pagar, proveïdors, deutes amb la hisenda pública, etc.

D'altra banda, recordem que el c*ompte de pèrdues i guanys* té l'estructura següent:

	Pèrdues i guanys (PiG)
+	Ingressos (ING)
–	Despeses (DE)
=	Resultat generat per l'explotació (RGE) o EBITDA (*earnings before interest, taxes, depreciation and amortization*)
–	Amortitzacions econòmiques (AEC)
=	Beneficis abans d'interessos i impostos (BAIT) o EBIT (*earnings before interest and taxes*)
–	Interessos (INT)
=	Benefici abans d'impostos (BAT)
–	Impost de societats (IS)
=	Benefici net (BN) o benefici després d'impostos (BDI)

6.6.2 *Eines d'anàlisi de la rendibilitat*

Existeixen diverses eines de mesura de la rendibilitat. No és l'objectiu d'aquest material presentar una llista completa i tancada, sinó comentar-ne solament algunes, les que al nostre judici són més interessants o més utilitzades en la pràctica financera:

a) Aproximacions directes: l'RGE (o EBITDA), el BAIT (o EBIT), el BAT o el BN no són una altra cosa que mesures directes de la rendibilitat, extraïbles del compte de pèrdues i guanys, que ens donen una idea dels fluxos i les rendes que genera una empresa en particular. Un estudi comparatiu d'aquestes mesures al llarg del temps ens permetrà analitzar l'evolució de la rendibilitat d'una empresa amb el pas dels anys, i una comparació amb els mateixos paràmetres d'altres empreses ens permetria establir comparacions i prelacions de preferència entre entitats.

b) Aproximacions indirectes de primer grau: en aquest grup incloem les ràtios i eines que operen lleugerament les dades que ens ofereixen els comptes anuals, és a dir, que treballen superficialment les aproximacions directes de rendibilitat. Així, podem anomenar aquí els diferents tipus de *marges* (marge comercial, marge sobre actiu, etc.) o les *ràtios de rendibilitat*. Per la seva importància i ús, ens agradaria destacar a continuació algunes d'aquestes ràtios. Concretament, farem referència al BPA, al ROA i al ROE.[11]

- *Ràtio BPA (benefici per acció):* ràtio que relaciona els beneficis d'una entitat determinada amb el nombre d'accions (o participacions). D'aquesta manera, el BPA estableix la part de benefici que correspon al propietari d'una participació de l'empresa.

$$BPA = \frac{Beneficis}{Número \;\; Accions}$$

Encara que, estrictament, el BPA es pot calcular utilitzant qualsevol mesura de benefici, el més habitual és utilitzar els beneficis nets (BN o BDI), tal com apareix en la fórmula següent. D'aquesta manera, parlem estrictament del benefici net per acció (BNPA):

$$BNPA = BPA = \frac{BN}{Número \;\; Accions}$$

Interpretació: atesa la definició, seran preferibles BPA més elevats. Hem d'advertir, de totes maneres, que els BPA d'empreses diferents no són directament comparables, ja que el BPA és una mesura de benefici o rendibilitat absoluta, i no relativa. Així, si volem comparar BPA entre empreses diverses hauríem

11 Per a més informació sobre eines de mesura de la rendibilitat, vegeu qualsevol manual d'anàlisi de balanços, direcció o gestió financera.

de relativitzar els valors utilitzats en la ràtio (dividint, per exemple, per l'actiu total, pel seu preu de mercat, etc.).

- *Rendibilitat econòmica (ROA) o rendibilitat de l'actiu*: és el resultat de dividir els beneficis abans d'interessos i impostos (BAIT o EBIT) de l'empresa entre l'actiu (A) de l'empresa:

$$ROA = R_A = R_E = \frac{BAIT}{A}$$

Hi ha diverses variacions d'aquesta ràtio. Així, en lloc de l'actiu se sol utilitzar l'actiu total mitjà entre diversos períodes:

$$ROA = R_A = R_E = \frac{BAIT}{Actiu\ total\ mitjà}$$

o fins i tot la part de l'actiu que ha necessitat finançament: (RP) són els recursos propis; (EF), l'exigible financer; (BAIT), el benefici abans d'interessos i impostos; (BAT), el benefici després d'impostos, i, finalment, (INT), els interessos.

$$ROA = R_A = R_E = \frac{BAIT}{A - FE} = \frac{BAIT}{RP + EF} = \frac{BAT + INT}{RP + EF}$$

Interpretació: el ROA mesura l'eficiència en l'ús dels actius de l'empresa. Com més gran sigui la ràtio, més rendibilitat. Per tant, interessaran aquelles empreses amb ROA alt.

- *Rendibilitat financera (ROE), rendibilitat de fons propis o rendibilitat dels accionistes:* és el resultat de dividir els beneficis nets després d'impostos (BN o BDI) de l'empresa entre els recursos propis (RP):

$$ROE = R_{FP} = R_F = \frac{BN}{RP}$$

Com en el cas anterior, existeixen variacions d'aquesta ràtio. Així, en lloc dels recursos propis se solen utilitzar els recursos propis mitjans entre diversos períodes:

$$ROE = R_{FP} = R_F = \frac{BN}{RP\ mitjans}$$

Una altra formulació alternativa utilitza el benefici abans d'impostos (BAT) en el numerador en lloc del benefici després d'impostos (BN):

$$ROE = R_{FP} = R_F = \frac{BAT}{RP\ mitjans}$$

Interpretació: el ROE mesura el rendiment que genera l'empresa per als accionistes una vegada «descomptats» els costos del finançament. Com més gran és la ràtio, més rendibilitat per als propietaris de l'empresa. Per tant, interessaran aquelles empreses amb ROE alt.

Operant amb les expressions de la rendibilitat econòmica i la rendibilitat financera, es pot arribar a l'expressió següent, expressió que es coneix amb el nom d'*efecte palanca o palanquejament:*

$$R_F = R_A + \frac{EF}{RP}(R_A - i)$$

on (R_F) és la rendibilitat financera; (R_A), la rendibilitat econòmica; (EF), l'exigible financer; (RP), els recursos propis; $i = \frac{INT}{EF}$, el cost de finançament, i (INT), els interessos pagats pels deutes que manté l'empresa.

Analitzant l'expressió de l'efecte palanca, podem observar que la generació de rendibilitat per a l'accionista (R_F) prové de dues fonts principals: la primera, la rendibilitat de l'actiu (R_A), és a dir, del bé o malament que fa l'empresa la seva activitat productiva i comercial; la segona font (segon terme de l'expressió) és coneguda com *efecte palanca financer* $\left[\frac{EF}{RP}(R_A - i)\right]$. Aquest efecte depèn del bon o mal ús que fa l'empresa dels recursos financers que li generen cost, és a dir, de l'ús correcte o incorrecte de l'exigible financer. Així, si l'empresa presenta una situació de rendiment de l'actiu superior als costos de finançament ($R_A > i$), es troba en una situació òptima per a l'endeutament. Interessarà, per tant, tenir una ràtio de deute $\left(\frac{EF}{RP}\right)$ tan elevada com sigui possible (dins de límits raonables), ja que l'efecte multiplicatiu sobre el factor $(R_A - i) > 0$ serà major com més gran sigui la ràtio de deute. En la situació contrària, amb ($R_A < i$), l'empresa no és capaç de generar prou rendiment per cobrir els costos de finançament, de manera que serà desitjable reduir al màxim la ràtio de deute $\left(\frac{EF}{RP}\right)$.

Acabarem aquest punt fent un petit comentari del possible ús de les eines anteriors més enllà del càlcul de la rendibilitat. Les eines i ràtios que s'han presentat permeten valorar si les decisions dels gestors de l'empresa han estat o no correctes, amb la qual cosa és possible determinar l'impacte futur d'aquestes decisions en els resultats, així com la professionalitat i idoneïtat dels gestors i la cúpula directiva. En aquesta anàlisi de les decisions preses pels gestors, es pot

utilitzar de manera complementària l'anomenat *economic value added* (EVA) o el *market value added* (MVA), que determina si la gestió està creant o destruint riquesa.

6.6.3 *Eines d'anàlisi del risc*

En aquest material, vam definir **risc** com la «proximitat d'un dany» o la «possibilitat que es produeixin fets perjudicials». No és el lloc aquí de desenvolupar una anàlisi detallada del vocable *risc*, perquè ja es va fer en capítols anteriors, però sí que és el moment d'algunes reflexions sobre el risc i, per descomptat, de la presentació de mesures que ens ajudin a determinar-lo en l'anàlisi d'entitats concretes.

En les pàgines següents es presenten les eines d'anàlisi de la solvència i la liquiditat d'una empresa, i amb això, de manera indirecta, s'estan presentant també mesures de risc de «crèdit». Així, com més solvent o líquida sigui una empresa, menor serà el risc d'impagament, i viceversa. Existeixen empreses especialitzades en l'anàlisi d'aquest risc tan important, empreses que reben el nom d'empreses de qualificació o empreses de ràting, que poden aportar informació addicional sobre una empresa o entitat que ens interessi.

A part del risc de crèdit, que sens dubte és un element clau que cal tenir en compte, podem classificar els riscos que pateix una empresa en tres grans grups:

1. *Risc econòmic:* si entenem que les vendes d'una empresa no són conegudes, sinó una variable aleatòria, se sol entendre per risc econòmic les variacions que poden produir-se en les vendes i, per tant, en el BAIT i en la rendibilitat de l'actiu (R_A). El *risc de l'activitat empresarial* o *risc econòmic* està generat per multitud de factors externs (canvis en la demanda, canvis en els preus de les matèries primeres, cicles econòmics, etc.), així com per factors interns (dimensió empresarial, volum de vendes, organització interna, cúpula directiva, etc.). El risc econòmic és, per tant, una mesura aglutinadora de diferents factors interns i externs que creen volatilitat en les vendes i en els resultats de l'empresa. És, en definitiva, una mesura aglutinadora d'un conjunt de riscos que van ser presentats de manera individual en capítols anteriors i que incideixen en el benefici de l'empresa (risc operatiu, risc d'imatge, risc de divisa, risc de mercat dels actius financers que es posseeixen, etc.). Hem de tenir en compte, també, una realitat innegable: aquests factors no tenen el mateix impacte en totes les empreses i actius. Així, per exemple, les empreses amb actius immobiliaris han de parar esment als seus ingressos recurrents (procedents dels arrendaments) i les empreses que operen en sectors molt regulats (elèctriques, telefonia, etc.), a les tensions inflacionistes, perquè les pujades de tarifes solen estar regulades i limitades; les depreciacions de divisa afavoreixen els sectors exportadors i perjudiquen els importadors, i el

creixement econòmic influeix de manera més important en el sector bancari i en els sectors de béns de consum i inversió.

Ja que hem definit *risc econòmic* com a variació, apareix com a mesura adequada la variància (o desviació estàndard). Sent de nou (RP) els recursos propis, (EF) l'exigible financer, (V) les vendes i (m) el marge comercial,[12] la fórmula per calcular el risc econòmic ($\sigma(R_A)$) és la següent:

$$Risc\ \ Econòmic = \sigma(R_A) = \frac{\sigma_{BAIT}}{RP + EF} = \frac{m \cdot \sigma(V)}{RP + EF}$$

2. *Risc financer:* l'entenem com les variacions del rendiment financer (R_F) que estan provocades per la situació d'endeutament que suporta l'empresa. És, en certa manera, una altra mesura alternativa del risc de crèdit. De nou, el risc financer aglutina a l'interior multiplicitat de riscos (i fonts de risc) que podrien ser tractats de manera individualitzada i que tenen efectes diferents en empreses i sectors dispars. Així, per exemple, les pujades de tipus d'interès solen ser beneficioses per a sectors com el bancari, o empreses que disposen d'alta tresoreria com les asseguradores o les empreses de distribució. Les perjudicades, per contra, són empreses elèctriques o constructores que suporten grans deutes i veuen com augmenten els seus costos financers.

   Es pot calcular el risc financer com el producte del ràtio d'endeutament i la desviació estàndard de la rendibilitat de l'actiu (R_A):

$$Risc\ \ Financer = \sigma(R_F) - \sigma(R_A) = \frac{EF}{RP}\sigma(R_A)$$

3. *Risc global (total) o risc suportat per l'accionista:* l'entenem com les variacions globals o totals que pateix el rendiment financer (R_F). El risc global és la suma del risc econòmic (derivat de l'activitat pròpia de l'empresa) i del risc financer (derivat de la situació d'endeutament).

   Concretament, i utilitzant de nou la desviació estàndard i les expressions anteriors, es calcula com:

$$Risc\ \ Global = \sigma(R_F) = \frac{\sigma(BAIT)}{RP} = \sigma(R_A) + \frac{EF}{RP}\sigma(R_A)$$

12 $m = \frac{(V - CV)}{V}$, on (V) són les vendes i (CV), el cost de vendes.

6.6.4 Eines d'anàlisi de la solvència

Es va definir amb anterioritat *solvència* com la capacitat d'una entitat per fer front a les seves obligacions financeres a llarg termini. En general, l'avaluació de la solvència d'una empresa no és més que un intent de determinar si es troba en situació d'equilibri o desequilibri financer. Entenem que una empresa es troba en situació d'equilibri si la partida de tresoreria mostra un saldo positiu ara i el mostrarà en el futur. El problema és que no se sol disposar de dades reals ni detallades d'aquesta partida, ni d'ara ni del futur, amb la qual cosa s'ha de recórrer a l'aproximació a partir de variables indirectes. A continuació presentem algunes ràtios i mesures de solvència que són utilitzades en la literatura i en la pràctica financera. De nou, cal dir que la llista que apareix a continuació no pretén ser exhaustiva, sinó orientativa.

- *Fons de maniobra (FM, o working capital):* es defineix *fons de maniobra* (*FM*) com $FM=AC-PC=PNC-ANC$, on (AC) és l'actiu corrent, (PC) és el passiu corrent, (PNC) és el passiu no corrent i (ANC) és l'actiu no corrent. Respecte al fons de maniobra, ens podem trobar *tres situacions diferents:*
  - $FM=0$. En aquest cas, tenim que $AC=PC$, que significa que l'empresa es troba en una situació d'equilibri a curt termini. Hem de fer notar, però, que es tracta d'un equilibri fràgil. Qualsevol retard en els cobraments que té pendents l'empresa amb els seus clients o deutors pot produir un problema de falta de liquiditat, fet que la portaria a l'incompliment dels pagaments. Encara que un fons de maniobra igual a zero es pot mantenir, pot portar l'empresa a tenir problemes davant de qualsevol contingència inesperada, amb la qual cosa convé augmentar-lo en la mesura del possible.
  - $FM>0$. En aquest cas, el fons de maniobra és positiu, és a dir, $AC>PC$. La situació de l'empresa és bona i es troba en una situació d'equilibri a curt i llarg termini. L'entitat disposa de marge per fer front als diferents pagaments, fins i tot davant de retards de cobrament i altres contingències inesperades. En aquesta situació cobra més importància comparar el fons de maniobra amb el fons de maniobra necessari o ideal (FMNec), per veure si seria convenient incrementar l'FM o, per contra, disminuir-lo.
  - $FM<0$. Ens trobem en una situació en la qual $AC<PC$. L'empresa té problemes greus de liquiditat, ja que part del seu passiu corrent està finançant actiu no corrent (a llarg termini). És a dir, la capacitat de pagament de l'empresa a curt termini no és suficient per fer front als compromisos de

pagament previstos a curt termini.[13] En aquesta situació es fa necessari un refinançament del passiu per tornar a una situació de $FM>0$ i les empreses entren en concurs de creditors. Dins dels casos de $FM<0$, ens agradaria ressaltar-ne un per la seva especial gravetat. Es tracta de la situació en què l'actiu és menor que el passiu ($A<P$), ja que la destrucció de riquesa que s'ha produït a l'empresa és tan greu que els deutes actuals són majors que els actius, i l'empresa presenta insolvència greu. Ens trobem davant d'una fallida tècnica, situació especialment dramàtica dins del concurs de creditors.

- *El fons de maniobra necessari (FMNec):*[14] és el fons de maniobra «ideal» per al funcionament òptim d'una empresa. Es pot definir també com la quantitat que permet a l'empresa finançar el seu cicle a curt termini, i, per tant, ha d'estar sempre disponible per a la realització correcta de totes les activitats productives. Existeixen diverses formes de calcular l'FMNec, i una de les aproximacions més habituals és el mètode de rotacions o saldos mitjans, que consisteix a determinar la quantitat que es troba immobilitzada en les diferents partides de l'actiu i del passiu durant les tasques productives. Concretament, el seu càlcul es realitza utilitzant la fórmula següent, on (SM) significa saldo mitjà [15](es calcula normalment realitzant una mitjana entre els valors d'una partida en dos anys consecutius), i els subíndexs (MP) són de matèries primeres, (PCU) de productes en curs, (PA) de productes acabats, (CL) de clients, (T) de tresoreria, i (P) de proveïdors.

$$FMNec = FMN = SM_{MP} + SM_{PCU} + SM_{PA} + SM_{CL} + SM_{T} - SM_{P}$$

- *Ràtio de solvència total (ràtio actiu/passiu):* aquesta ràtio indica l'excés d'actius sobre el passiu i, per tant, assenyala la solvència d'una empresa determinada, és a dir, la capacitat per fer front a les seves obligacions de pagament, ja que posa en evidència la garantia enfront de tercers que suposen tots els béns de l'empresa. Es calcula seguint la fórmula:

$$R_{Solvència} = R_{A/P} = \frac{A}{P} = \frac{ANC + AC}{PNC + PC} = \frac{ANC}{P} + \frac{AC}{P}$$

13 Existeix un cas en què aquesta interpretació és incorrecta. En empreses comercials que cobren molt abans de realitzar el pagament als seus proveïdors (per exemple, centres comercials, grans magatzems, empreses de venda per Internet, etc.), un $FM<0$ pot significar una situació correcta o fins i tot favorable. Perquè sigui aplicable aquesta excepció a la interpretació que presentem aquí, el període mitjà de maduració financer de l'empresa ha de ser negatiu (PMMF<0).

14 Se sol conèixer també aquest terme amb el nom de *necessitats operatives de fons teòriques (NOF teòriques)*.

15 Cal recordar que per al càlcul correcte de l'FMNec ha d'eliminar-se l'efecte de l'IVA en els saldos mitjans de clients i proveïdors, dividint les partides corresponents prèviament pel factor (1+IVA).

on (A) és l'actiu, (P) el passiu, (ANC) l'actiu no corrent, (AC) l'actiu corrent, (PNC) el passiu no corrent i (PC) el passiu corrent.

Interpretació:

$R_{A/P} > 1$ significa que l'actiu és superior al passiu, de manera que l'empresa presenta una situació de solvència. Normalment se sol dir que el valor ideal és que sigui superior a 1,5.

$R_{A/P} = 1$ significa que l'actiu és igual al passiu, de manera que, encara que l'empresa és solvent, aquesta solvència és fràgil, i pot empitjorar en qualsevol moment si apareix cap imprevist.

$R_{A/P} < 1$ significa que l'actiu és menor que el passiu, de manera que l'empresa presenta una situació d'insolvència o fallida tècnica.

- *Ràtio d'autonomia financera (ràtio patrimoni net/passiu):* aquesta ràtio indica l'excés de recursos propis sobre el passiu, i mesura la capacitat de l'empresa per finançar-se ella mateixa. Es calcula seguint la fórmula:

$$R_{Autonomia\ Financera} = R_{RP/P} = \frac{RP}{P}$$

on (RP) ón els recursos propis (o patrimoni net) i (P) és el passiu (corrent i no corrent).

Interpretació: com més elevada sigui la ràtio, més autonomia financera presenta l'empresa i, per tant, més solvència. Com més alta és la ràtio, menys necessitat de recórrer a finançament aliè té l'empresa, i pot evitar així els costos d'aquest tipus de finançament.

- *Ràtio de dependència financera:* aquesta ràtio relaciona els deutes de l'empresa, materialitzats en el passiu (P), amb el seu valor total.

$$R_{Dependència\ Financera} = \frac{P}{PN + P} = \frac{P}{A}$$

Interpretació:

Aquesta ràtio és la inversa de l'anterior. Així, una ràtio alta significarà que l'empresa està molt endeutada (menor solvència), mentre que una ràtio baixa significarà el contrari.

- *Altres ràtios d'endeutament:* existeixen altres aproximacions que intenten determinar la importància que té el deute dins d'una empresa. A part de les ràtios d'autonomia i dependència financera presentats anteriorment, ens agradaria assenyalar els següents:

   – *Ràtio d'endeutament* (EF/*RP*) (ja presentat amb anterioritat en les eines d'anàlisi de la rendibilitat), on (*EF*) és l'exigible financer i (*RP*) són els recursos propis.
   – *Ràtio d'endeutament a curt termini* (*PC*/*P*), on (*PC*) és el passiu corrent i (*P*) és el passiu. Aquesta ràtio indica el percentatge de deutes que vencen a curt termini. Agafa valors molt alts en empreses molt solvents i en empreses que tenen seriosos problemes, així que no convé estudiar-ho de manera aïllada.

- *Ràtio de cobertura d'interessos (ràtio de cobertura de la càrrega financera):* aquesta ràtio pretén establir si l'empresa genera recursos suficients per fer front a la càrrega financera que suposen els deutes que manté. La metodologia de càlcul és la següent, on, com és habitual, (*BAIT*) és el benefici abans d'interessos i impostos i (*INT*) són els interessos generats pels deutes:

$$R_{Cobertura\ d'Interessos} = \frac{BAIT}{INT}$$

  Interpretació: com més elevat sigui el valor, millor situació de solvència per a l'empresa, ja que els recursos generats seran superiors per fer front al pagament d'interessos. Una ràtio de cobertura inferior a 2 indica una situació de risc. Aquesta ràtio compara beneficis amb interessos, i sabem que les empreses paguen amb diners (fluxos de caixa) i no amb beneficis.[16] Hi ha una variant d'aquesta ràtio que substitueix el BAIT pels fluxos nets de caixa generats durant l'any.

6.6.5 Eines d'anàlisi de la liquiditat

Es va definir *liquiditat*, per als objectius d'aquest material, com la capacitat d'una empresa (o entitat) de fer front a compromisos de pagament a curt termini. Des del punt de vista de l'anàlisi de la liquiditat, se suposa que l'actiu corrent recull els actius líquids (o fàcilment liquidables) de l'empresa. A continuació es presenten algunes eines que poden ser útils per a l'anàlisi de la liquiditat:

- *Anàlisi del període mitjà de maduració (PMM) i del fons de maniobra (FM):* l'anàlisi dels períodes mitjans de realització de les diferents activitats de l'empresa, així com del fons de maniobra i del fons de maniobra necessari, ens serveix com a primera aproximació a l'anàlisi de la liquiditat d'una empresa. Recordem breument que les metodologies de càlcul d'aquests conceptes diferien lleugerament en empreses industrials i comercials, i que es realitzaven

16 Vegeu Borràs i Cámara (2009) o Suárez (2005).

a través del càlcul de rotacions i períodes mitjans. Recomanem la lectura de Suárez (2005) o Borràs i Cámara (2009) per conèixer el procés de càlcul exacte d'aquests períodes.

- *Ràtio de circulant (current ratio):* la ràtio de circulant, una de les ràtios més antigues, relaciona la capacitat de pagament a curt termini (representada per l'actiu corrent) amb les necessitats de pagament immediates (representades pel passiu corrent). Concretament, podem calcular-ho com:

$$R_{Circulant} = R_{Current} = R_{Corrent} = \frac{AC}{PC}$$

on, com és habitual, (AC) és l'actiu corrent i (PC) és el passiu corrent.

Interpretació: hem de realitzar la interpretació de la manera següent:

$R_{Circulant}>1$: l'actiu corrent és superior al passiu corrent, de manera que $FM>0$. L'empresa disposa de liquiditat.

$R_{Circulant}=1$: l'actiu corrent és igual al passiu corrent, de manera que $FM=0$. L'empresa disposa de liquiditat, però la situació d'equilibri és molt inestable, ja que qualsevol problema en el cobrament d'alguns dels seus actius pot generar impossibilitat de fer front als pagaments a curt termini.

$R_{Circulant}<1$: l'actiu corrent és inferior al passiu corrent, de manera que $FM<0$. L'empresa no disposa de liquiditat, es troba desequilibrada i té problemes de liquiditat.[17]

- *Ràtio de liquiditat estricta (quick ratio o acid test):* és una variació de la ràtio anterior, que extreu del numerador aquells elements de liquidació més difícil, és a dir, que extreu les existències (E). Aquesta ràtio s'interpreta de manera semblant a l'anterior. Així, una ràtio de liquiditat més elevada significa més capacitat de pagament a curt termini de l'empresa. D'altra banda, aquesta ràtio permet distingir entre aquelles empreses que tenen una ràtio de circulant elevada perquè funcionen correctament d'aquelles que el tenen perquè estan acumulant estocs (per mala planificació o per dificultats en la venda). Podem calcular el *quick ratio* com:

$$R_{Liquidesa\ \ Estricta} = \frac{(AC - E)}{PC}$$

- *Ràtio tresoreria:* suposa una concreció més del ràtio anterior, i centra l'anàlisi de la liquiditat únicament en la tresoreria (T) i en altres actius líquids equivalents (ALE). Així, es calcularia com:

$$R_{Tresoreria} = \frac{T + ALE}{PC}$$

17 Recordem que aquesta interpretació NO és aplicable en empreses comercials amb períodes mitjans de maduració financers negatius.

Existeixen variants d'aquesta ràtio que inclouen també en el numerador altres inversions financeres temporals (*IFT*), partida que també apareix en l'actiu, sempre que siguin ràpidament convertibles en diners.

6.6.6 Ràtios borsàries

Com ja s'ha comentat amb anterioritat en l'inici d'aquest mòdul, l'anàlisi financera clàssica rep el nom *d'anàlisi fonamental* quan s'aplica a l'estudi d'empreses o companyies cotitzades. En aquest cas, l'objectiu principal de l'anàlisi fonamental és doble: en primer lloc, interessa conèixer com és de bona o dolenta (en termes fonamentals) una empresa respecte a d'altres; en segon lloc, interessa determinar el *valor teòric* d'una empresa per operar en funció de la relació entre aquest valor teòric i el preu que existeixi al mercat. Per a això, a més de les eines de l'anàlisi financera tradicional que s'han presentat fins al moment (anàlisi patrimonial, de rendibilitat, risc, solvència i liquiditat), s'han desenvolupat tècniques i ràtios específiques que inclouen un element essencial: *el preu* (o valor de mercat) de l'empresa o de l'actiu. Presentem a continuació algunes de les ràtios borsàries més conegudes i utilitzades:

- *Ràtio PER (price earnings ratio)*: la PER relaciona el preu (o valor) en borsa d'una empresa amb els beneficis que genera, i es pot interpretar com el «nombre de vegades que el benefici net està inclòs en la cotització de l'empresa». Aquesta interpretació no és gaire intuïtiva, de manera que, saltant-nos lleugerament l'ortodòxia, direm que la PER indica «el nombre d'anys que serien necessaris per recuperar la inversió realitzada en la compra de l'empresa a través del cobrament dels dividends».[18] És a dir, la PER es pot entendre com el *payback* de la compra de l'empresa analitzada. La PER es pot calcular utilitzant dades globals (en l'àmbit de companyia), com mostra l'equació següent:

$$PER = \frac{Capitalització \;\; Borsària}{BN}$$

o, per contra, utilitzant dades individuals d'una acció, com mostra l'equació següent, on (p) és el preu de l'acció en el mercat i ($BNPA$) és el benefici net per acció,

$$PER = \frac{p}{BNPA}$$

18 La definició correcta seria: «nombre d'anys que serien necessaris per recuperar la inversió realitzada en la compra de l'empresa a través del cobrament dels dividends, suposant que l'empresa repartís totalment els dividends i que els beneficis de l'empresa fossin constants».

Interpretació:

Ja s'ha assenyalat que la PER indica «quantes vegades estem pagant els beneficis de l'empresa» o «el nombre d'anys necessaris per recuperar la inversió», de manera que, com més gran sigui la PER, més «cara» comprem una companyia. *En general, són preferibles les PER baixes;* tot i així, hem de fer algunes *consideracions addicionals* sobre la interpretació de la PER:

- *Qualitat dels beneficis*: els beneficis són una variable importantíssima en el càlcul de la PER, de manera que cal conèixer-ne la qualitat, és a dir, si s'han produït de manera ordinària o extraordinària. Pot ser interessant extreure els beneficis extraordinaris per evitar que desvirtuïn el resultat de la PER (se sol parlar llavors de beneficis ajustats).
- *Projecció de beneficis*: la projecció de beneficis futurs ens permetrà estimar la PER d'anys esdevenidors. Valorarem positivament les empreses que tinguin perspectives de creixement de beneficis enfront de les que no tinguin aquestes perspectives.
- *Preu teòric*: la PER ens permet calcular el preu teòric que hauria de tenir una acció a través de la fórmula $p = PER \cdot BNPA$.
- *PER relativa al sector:* no és prudent realitzar comparacions de PER entre empreses sense tenir en compte que el tipus de negoci influeix moltíssim en la ràtio. Així, les comparacions presenten més sentit quan es tracta d'empreses similars, que pertanyen al mateix sector o activitat econòmica. Existeix una modificació de la ràtio PER que facilita aquesta comparació amb entitats o empreses homogènies. Es tracta de la PER relativa al sector (PER_{RAS}), que es defineix com:

$$PER_{RAS} = \frac{PER_{Sector}}{PER_{Empresa}}$$

  - Si la PER del sector és menor que la PER de l'empresa, llavors PER relatiu al sector<1: l'empresa cotitza amb prima respecte al sector (és cara).
  - Si la PER del sector és major que la PER de l'empresa, llavors PER relatiu al sector>1: l'empresa cotitza amb descompte respecte al sector (és barata).

- *Ràtio PSR (price to sales ratio):* aquesta ràtio posa en relació el preu al mercat de l'empresa amb la seva facturació (o vendes). Aquesta ràtio és similar a la ràtio PER, però presenta l'avantatge que les vendes són, sovint, un indicador més fiable de la magnitud i del creixement de l'empresa que no pas els benefi-

cis (que són més manipulables). Com a inconvenient, la PSR no té en compte l'endeutament de l'empresa, ja que pren com a valor les vendes, a la part superior del compte de pèrdues i guanys, que, per tant, és la font inicial d'ingressos, però no conté els efectes sobre el benefici que generen els costos d'explotació, les amortitzacions i els costos financers. Es pot calcular la PSR com:

$$PSR = \frac{Capitalització\ \ Borsària}{Vendes} = PER \cdot m$$

on (m) és el marge comercial.

Interpretació:

La ràtio PSR s'interpreta de manera similar a la PER. Interessaran aquelles empreses amb una PSR baixa, tenint en compte que la comparació té més sentit quan es realitza entre empreses homogènies o del mateix sector. Com que (m) és molt diferent en cada sector, un mateix valor de PSR pot indicar que una empresa és cara o barata.

- *Earnings yield gap (EYG)*: aquesta ràtio relaciona la rendibilitat esperada d'una inversió en borsa amb la rendibilitat esperada d'un actiu sense risc. És útil, doncs, perquè permet relativitzar la rendibilitat que ofereix la renda variable respecte a la renda fixa. La rendibilitat esperada d'invertir en una acció determinada, o *cost de capital*, la calculem per al cas que ens ocupa pel mètode de la inversa de la PER.[19]
- Contretament:

$$k_{FP} = PER^{-1} = \frac{1}{PER} = \frac{BN}{Capitalització\ \ Borsària} = \frac{BNPA}{p}$$

on (k_{FP})és el cost de capital dels fons propis o rendibilitat esperada pels accionistes; (BN), el benefici net de l'empresa; $(BNPA)$, el benefici net per acció, i (p), el preu de mercat de les accions de l'empresa.

A partir de l'expressió anterior, podem definir l'*earnings yield gap* com:

$$EYG = \frac{1}{PER} - r_f$$

on (r_f) és la rendibilitat de l'actiu sense risc que prenem com a referència.

Interpretació:

19 Vegeu Borràs i Cámara (2009) i Suárez (2005) per a una reflexió més profunda sobre el concepte i càlcul del cost de capital.

Interessa que el resultat que ofereix la ràtio EYG sigui el més alt possible, perquè, en aquest cas, com més elevat és el valor, més atractiva és la inversió en l'actiu arriscat en comparació amb l'actiu sense risc.

- *Ràtio PCFR (price cash flow ratio):* aquesta ràtio ofereix una altra mesura del «preu» que es paga al mercat per la generació de recursos de la companyia. Així, la PCFR relaciona el preu (o valor de l'empresa al mercat) amb els *cash flows* que genera l'empresa.

$$PCFR = \frac{Capitalització \;\; Borsària}{Cash \;\; Flows}$$

on podem calcular els cash flows de la manera habitual:[20]

$$Cash \;\; Flows \; (CF) = RGE(1-z) + z \cdot \; AEC$$

on (*RGE*) són els recursos generats per l'explotació, (*z*) és l'impost de societats i (AEC) és l'amortització econòmica. Molts analistes solen utilitzar com a *cash flows* els anomenats *free cash flows (FCF* o *flux lliure de caixa),* que es poden calcular com a:

$$FCF = CF - IANC - IFM$$

on (*CF*) són els *cash flows;* (*IANC*), les inversions en l'actiu no corrent, i, finalment, (*IFM*), les inversions en el fons de maniobra.

Com veiem, la PCFR és una aproximació semblant a la PER (que compara amb beneficis), i la PSR (que compara amb les vendes). L'avantatge de la PCFR és que, igual que la PSR, té en consideració una mesura de beneficis anterior a amortitzacions, provisions, deutes, de manera que evita el biaix que produeixen en els beneficis els criteris comptables escollits per l'empresa i que poden afectar de manera important el benefici finalment publicat. Aquesta ràtio és calculable a través de dades globals, com s'ha presentat anteriorment, o a partir de dades individuals per a una acció determinada. Concretament:

$$PCFR = \frac{Capitalització \;\; Borsària}{CF} = \frac{p \cdot \; Número \;\; Accions}{CF} = \frac{p}{\frac{CF}{Número \;\; Accions}}$$

Interpretació:

Com més gran és el valor de la PCFR, més estem pagant per la generació de fluxos de l'acció, mentre que, com més petit és la PCFR, més barata és la companyia. A priori, interessarà escollir aquelles empreses amb ràtio baixa. De la mateixa manera que la PER, és interessant comparar la PCFR amb PCFR

20 Vegeu Suárez (2005) per a més informació sobre el càlcul de *cash flows*.

d'empreses homogènies o del mateix sector, i per això és fins i tot possible definir mesures com les presentades en el punt de la PER (respecte al sector o al mercat).

- *Ràtio RPD (rendibilitat per dividend) o DY (dividend yield):* la ràtio estableix el rendiment que obté un inversor a través dels dividends cobrats de l'empresa o societat de la qual és partícip (suposant que aquests dividends es mantindran constants). S'obté com a quocient entre els dividends anuals per distribuir i el preu de mercat de l'empresa, en termes totals (empresa) o individuals (acció concreta). En aquest cas, hem optat per presentar el càlcul amb valors individuals, i la definició és similar utilitzant valors totals. Així, definim el dividend per acció (DPA) com:

$$DPA = \frac{Dividend\ \ total\ \ a\ \ distribuir}{Número\ \ Accions}$$

I la ràtio RPD, on, de nou, (p) és el preu de mercat de l'acció, com:

$$RPD = DY = \frac{DPA}{p}$$

Interpretació:

Com que la ràtio RPD determina la rendibilitat rebuda per l'accionista en forma de dividend, interessen les empreses que presentin valors més elevats d'RPD. Aquesta ràtio té un interès especial per a aquells inversors que vulguin construir carteres de renda o d'inversió a llarg termini.

La rendibilitat per dividend (RPD) que ofereix una acció determinada depèn directament del *pay-out* (δ), que és la proporció de beneficis que la companyia reparteix en forma de dividends, i el seu càlcul és:

$$Pay - Out = \delta = \frac{Dividend\ \ total\ \ a\ \ distribuir}{BN}$$

El *pay-out* depèn de manera molt important del sector en el qual opera l'empresa i de la fase d'expansió/maduració del negoci de la companyia, perquè en una fase d'expansió hauria de ser menor que en fases de maduració. Estrictament, per realitzar un càlcul correcte del *pay-out*, hauríem d'incloure també altres formes de retribució de l'accionista com poden ser la devolució de capital o les ampliacions alliberades.

- *Ràtio PVC (preu valor comptable) o ràtio P/B (price to book):* aquesta ràtio relaciona la capitalització borsària (o preu al mercat de l'empresa) amb el seu valor en llibres (o valor comptable). Intuïtivament, la ràtio mostra «quantes

vegades» s'està pagant el valor comptable, i expressa les expectatives que el mercat té sobre el creixement de l'empresa en qüestió. Empíricament, hi ha estudis que asseguren que les empreses amb bones ràtios PVC tendeixen a comportar-se millor que la mitjana del mercat.[21] El seu càlcul, sent (A) l'actiu de l'empresa i (P) el passiu, és:

$$PVC = \frac{Capitalització\ \ Borsària}{Valor\ \ Comptable} = \frac{Capitalització\ \ Borsària}{A - P}$$

Interpretació:

Com més gran és la ràtio, més cara és l'acció; com més baixa, més atractiva. Aquesta ràtio permet comparar empreses entre si de manera fàcil. De nou, la comparació tindrà més sentit si escollim empreses homogènies o del mateix sector. La comparació amb la situació global del mercat també ens pot ajudar a determinar si la companyia (o fins i tot un sector determinat) cotitza a múltiples superiors (o inferiors) del que seria normal. Hem de fer algunes consideracions addicionals sobre la interpretació de la PVC:

- *Actius intangibles*: existeixen empreses que presenten actius intangibles amb grans capacitats de generar fluxos futurs i, no obstant això, aquests actius tenen un valor comptable molt reduït. Aquest és el cas, per exemple, d'empreses farmacèutiques, l'èxit de les quals depèn de l'aprovació de medicaments que s'estan desenvolupant. En aquests casos, els valors de PVC solen ser alts, ja que el valor comptable no reflecteix encara «adequadament» el valor d'aquests actius intangibles.
- *Relació amb el ROE*: la ràtio PVC es relaciona amb el ROE. Un ROE alt significa més potencial de creixement del valor comptable, ja que es generen més beneficis i reserves. Un elevat ROE ens dóna marge per acceptar una ràtio PVC més gran, perquè es mourà a la baixa a mesura que els beneficis es materialitzin.

6.6.7 *Interpretació conjunta de ràtios*

En els punts anteriors s'han presentat diferents aproximacions i ràtios amb l'objectiu de determinar i estudiar paràmetres essencials d'una empresa o entitat. Així, s'han introduït eines d'anàlisi de la situació patrimonial, de la rendibilitat, del risc, de la solvència i liquiditat, així com altres ràtios borsàries que inclouen un element clau addicional: el valor de mercat de l'empresa. És el moment de prestar una mica d'atenció a l'estratègia

21 Vegeu model Fama-French dins l'apartat 5.10.2..

que s'ha de seguir a l'hora d'interpretar tota la informació que prové de les diferents ràtios, que pot ser complementària o contradictòria entre si. De manera resumida, podem concloure que:

1. Preferim BPA alt i creixements de BPA alts.
2. Preferim ROA i ROE alts.
3. Preferim risc econòmic, financer i global baixos (respecte al sector).
4. Preferim mesures que indiquin alta solvència.
5. Preferim mesures de liquiditat altes.
6. Preferim PER baix (respecte al sector).
7. Preferim PSR baix (respecte al sector).
8. Preferim EYG alt.
9. Preferim PCFR baix (respecte al sector).
10. Preferim RPD alt.

Fet això, és l'hora de determinar com tractarem tota aquesta informació de manera consistent. Hi ha alguns analistes que realitzen presentacions gràfiques de les diferents ràtios, comparant normalment ràtios de balanç amb ràtios que inclouen preus de mercat o valoracions de mercat; altres analistes estableixen taules de doble entrada, o fins i tot puntuacions a les diferents ràtios. Tots aquests sistemes han de permetre escollir aquelles empreses que, en general, presentin un conjunt de ràtios fonamentals més interessants, i és la tasca de l'inversor o de l'analista establir un sistema d'utilització propi de tota aquesta informació fonamental, sistema que ha d'estar creat en funció dels seus objectius d'inversió, un sistema que ha de ser coherent, estable, testejat i basat en una racionalitat econòmica fàcilment comprensible.

6.7 Valoració d'empreses

Amb les eines d'anàlisi fonamental presentades fins ara som capaços d'arribar a la conclusió de quines empreses són, comparativament, més interessants tenint en compte els resultats de diferents ràtios. Aquestes empreses són, en principi, les que tenen més potencial de revaloració, ja que estan «incorrectament» valorades pel mercat, incorrecció que ha de corregir-se a la llarga si el mercat tendeix a l'eficiència. Encara que hem avançat molt, encara no som capaços de complir un dels objectius últims de tota anàlisi fonamental: determinar el valor intrínsec (preu teòric, valor just o *fair value*) d'una entitat (empresa o acció), valor que ha de guiar les recomanacions de l'analista i les activitats de l'inversor. Aquest objectiu, aplicat al cas particular d'una empresa, suposa valorar-ne el patrimoni net, a preus de mercat, tenint en compte les primes de risc exigi-

des pels accionistes per dur a terme aquesta inversió. Existeixen diverses tècniques de valoració d'inversions i d'empreses que van més enllà dels objectius d'aquest material.[22] A continuació presentem, per acabar aquest mòdul, algunes de les *mesures de valor* més utilitzades, que ens serviran de referència per determinar el valor teòric d'una empresa:

- *Valor comptable (VC)*: valor de l'empresa segons els estats comptables; és, per tant, el patrimoni net. Té com a avantatge que és una dada fàcilment calculable, mentre que com a inconvenients, que només pren en consideració el passat i present, i no el futur. Es pot calcular com:

  $$VC = Actiu - Passiu \pm Ajustos$$

  on els ajustos fan referència a modificacions de valor d'intangibles, valoració de cartera de clients, provisions, etc.

  Interpretació: normalment, les empreses cotitzen en borsa per sobre del seu valor comptable. D'aquesta manera, l'analista pot prendre el VC com a sòl per sobre del qual ha de trobar-se el valor teòric de l'empresa. Hi ha una excepció: quan el mercat espera pèrdues importants i de caràcter permanent en una empresa, la cotització de l'empresa al mercat pot estar per sota del VC.
- *Valor de liquidació (VL)*: és el valor que podríem obtenir per l'empresa en el cas que calgués liquidar-la, és a dir, en el pitjor dels casos. Igual que el VC, té en compte dades passades i presents, i no la capacitat de l'empresa de generar fluxos en el futur. Ha de prendre's per tant, com un altre valor sòl (o mínim), per sobre del qual hauríem de trobar el valor teòric. Concretament:

  $$VL = VMA - VMP - VPC$$

  on (*VMA*) és el valor de mercat dels actius, (*VMP*) és el valor de mercat dels passius i (*VPC*) és el valor dels passius contingents, en què passius contingents són despeses d'acomiadament, aspectes fiscals, temps de liquidació, etc.
- *Valor de mercat (capitalització borsària)*: el valor de mercat d'una empresa ja ha estat comentat en aquest capítol en nombroses ocasions, i és el valor que li atorga el mercat en funció de les cotitzacions vigents de les seves accions. La capitalització borsària en un moment determinat és el preu que hauria de pagar-se si es volgués comprar tota l'empresa en aquest moment.

  $$Capitalització\ \ Borsària = p \cdot Número\ \ Accions$$

22 La reflexió completa sobre el càlcul del preu teòric d'una inversió, a través del descompte de fluxos o altres eines d'anàlisi, forma part de la valoració de projectes d'inversió, de manera que recomanem la lectura de Suárez (2005) per a més informació sobre aquest aspecte.

on (p) és el preu de l'acció al mercat, i *nombre accions* les accions que formen el capital social de l'empresa.

El valor de mercat (o capitalització borsària) difereix de manera substancial del (VC) i del (VL), i fins i tot del valor teòric de l'actiu, i presenta més volatilitat que la resta de valors presentats. Aquesta diferència entre el valor de mercat i la resta de valors és clau, perquè justifica la recerca d'empreses infravalorades o sobrevalorades i justifica la utilitat de l'anàlisi fonamental.

- *Valoració per descompte de fluxos:* tal com es presenta en els mòduls de direcció financera o gestió financera de l'empresa,[23] la valoració dels fluxos derivats d'una inversió concreta permet establir el valor d'aquesta inversió en qualsevol moment temporal. Hi ha diverses tècniques de valoració en funció dels supòsits i els elements per valorar, però tots tenen, com a element essencial, la taxa de descompte o actualització (k). Aquesta taxa d'actualització, que en el cas que ens ocupa s'utilitzaria per valorar accions (fons propis), rep a partir d'ara el nom de *cost de capital de fons propis* (k_{FP}) i ha de ser determinada *a priori* abans de valorar els fluxos. A continuació comentem únicament alguns dels mètodes més importants per fer aquesta valoració:
  - *Valor actual net (VAN)*: permet la valoració de fluxos de caixa procedents de la inversió, utilitzant les taxes de descompte que es creguin oportunes.
  - *Mètode de la inversa del PER:* es tracta de descomptar els beneficis futurs de l'empresa suposant que seran constants i es repartiran completament en forma de dividend. Concretament, operant amb la fórmula del PER s'obtenia:

$$p_{teòric} = BPA \cdot PER = \frac{BPA}{k_{FP}}$$

    on (k_{FP}) és el cost de capital de fons propis exigit pel mercat (que pot ser estimat a partir del sector o d'empreses similars).
  - *Mètode de Gordon-Shapiro:* es tracta d'una modificació del mètode de la inversa del PER, que suposa que els beneficis no són constants, sinó que creixen a una taxa determinada (g) i que no han de repartir-se per força completament en forma de dividend, sinó en una proporció determinada (*pay-out* o δ).

$$p_{Teòric} = \frac{Dividend\ \ per\ \ Acció}{k_{FP} - g} = \frac{BPA \cdot \delta}{k_{FP} - g}$$

23 Vegeu Suárez (2005) o Borràs i Cámara (2009) per a informació completa de tècniques de descompte de fluxos.

- *Model de Williams:* que realitza la valoració únicament dels dividends que l'empresa repartirà en el futur. És, per tant, un cas general del model anterior. Concretament:

$$p_{Teòric} = \sum_{i=1}^{\infty} \left(1 + k_{FP}\right)^{-i} \cdot E\left(d_i\right)$$

on (k_{FP}) és el cost de capital de fons propis (exigit pel mercat a inversions de risc similar) i $E(d_i)$ és el dividend esperat en el moment (i).

6.8 Conclusions

En aquest capítol s'ha presentat breument l'enfocament conegut pel nom d'*anàlisi financera clàssica* o *anàlisi fonamental*. Després d'entendre el marc conceptual en què es mou aquesta tècnica, i prestar atenció als diferents enfocaments existents en el món financer, s'han estudiat diferents tècniques, ràtios i eines que poden ser útils a tot inversor i analista per realitzar una bona anàlisi financera clàssica. Fet això, s'han comentat breument diferents tècniques de valoració d'empreses, i s'ha remès el lector a manuals de valoració i selecció d'inversions financeres per a un estudi detallat i pausat d'aquestes tècniques d'extrema importància. Arribats fins aquí, hem deixat al lector els deures d'integrar totes aquestes tècniques en un enfocament global que permeti seleccionar i tractar adequadament tota la informació que prové de l'anàlisi fonamental, que li permeti prendre decisions d'inversió en aquelles empreses que presentin globalment millors característiques fonamentals. Ja per acabar, hem de comentar que també és tasca de l'inversor o de l'analista integrar l'anàlisi fonamental dins del ventall de possibilitats d'anàlisi que es van comentar en capítols anteriors, com eren les tècniques quantitatives de predicció, el SAA (*strategic asset allocation*) o l'anàlisi tècnica, eina a la qual dedicarem el capítol següent.

Bibliografia

Barber, B.; Odean, T. (2000): «Trading is Hazardous to your Wealth: the common Stock Investment Performance of Individual Investors», *The Journal of Finance*, 55 (2), p. 773-806.

Borràs, X.; Cámara, X. (2009): *Introducció a la direcció financera*. URV-Cossetània.

DeBondt, W.; Thaler, R. (1985): «Does the market overreact?», *Journal of Finance*, 40 (3), p. 793-805.

DeBondt, W.; Thaler, R. (1987): «Further evidence on investor overreaction and stock markets seasonality», *Journal of Finance*, 42 (3), p. 557-851.
Fama, E. (1991): «Efficient Capital Markets II», *The Journal of Finance*, 46 (5), p. 1575-1617.
Malkiel, B. (2008): *Un paseo aleatorio por Wall Street*. Alianza Editorial.
Odean, T. (1998): «Are investors reluctant to realize their losses?», *The Journal of Finance*, 53 (5), p. 1775-1798.
Shleifer, A. (2000): *Inefficient markets: an introduction to behavioural finance*. Oxford University Press.
Suárez, A. (2005): *Decisiones óptimas de inversión y financiación en la empresa*. Pirámide.

7. Anàlisi tècnica borsària

Com ja sap el lector, una de les grans fixacions de la raça humana ha estat pronosticar el futur. En el camp financer, la voluntat de tot inversor que no cregui en l'eficiència de mercat és determinar el comportament futur dels preus dels actius. Així, si és capaç de preveure l'evolució futura de les matèries primeres, d'un índex borsari o d'una acció determinada, aconseguirà més rendiment i beneficis dels que obtindria amb una estratègia d'inversió passiva. En capítols anteriors es va parlar de cinc grans grups[24] d'estratègies actives, de les quals vam destacar-ne dues: *l'anàlisi financera clàssica* (metodologia tractada extensament en el capítol anterior) i *l'anàlisi tècnica* (eina que serà tractada en aquest capítol). Qualsevol de les tècniques integrades dins d'aquests cinc grans grups es basa en dues idees clau: la *capacitat de la informació* existent de proporcionar pistes sobre l'evolució futura d'un actiu (ineficiència del mercat) i la *capacitat personal* de l'analista o inversor d'aplicar els models i tècniques d'estudi pertinents per analitzar correctament la informació. Respecte a la primera idea, l'eficiència del mercat es basava en supòsits de racionalitat dels inversors, no-correlació de les actuacions irracionals, poder il·limitat de l'arbitratge i aleatorietat en la publicació de nova informació, supòsits que no sempre es compleixen a la pràctica. D'aquesta manera, en una situació d'eficiència marginal i adaptativa, on apareixen anomalies, les tècniques d'anàlisi i previsió, entre les quals l'anàlisi tècnica, poden aportar valor a una inversió, i permetre aconseguir rendiments superiors als que s'obtindrien amb una gestió passiva. La segona idea, la capacitat personal i professional per aplicar les tècniques i metodologies d'anàlisi, serà feina de l'usuari de les previsions determinar-ne la fiabilitat i utilitat, i establir així les possibilitats d'utilitzar-les amb els pas dels anys.

24 Vegeu apartat 2.5.3.

En aquest capítol presentem els fonaments teòrics i pràctics de l'anàlisi tècnica borsària. L'objectiu bàsic d'aquestes pàgines és introduir el lector en els conceptes clàssics de tendència, suport, resistència, així com en les figures de continuació i canvi de tendència més habituals i utilitzades. També farem un petit tast d'indicadors i oscil·ladors borsaris (mètodes d'anàlisi de caràcter estadístic que acompanyen l'estudi gràfic propi de l'anàlisi tècnica) i introduirem algunes mesures de psicologia financera que ens poden ajudar a complementar les eines tradicionals de l'anàlisi tècnica. Finalment, hem de fer notar que la utilització, ús i validesa de l'anàlisi tècnica dependrà de les ineficiències de mercat relacionades bàsicament amb aspectes psicològics dels agents (*behavioural finance*), amb situacions excepcionals i moviments corporatius (*event analysis*), i amb l'ús d'informació privilegiada pels agents, fet que en alguns casos es pot descobrir de manera indirecta a través de l'anàlisi tècnica.

7.1 Fonaments de l'anàlisi tècnica borsària

L'*anàlisi tècnica (AT)* és l'estudi dels *moviments de mercat* d'un actiu determinat amb el propòsit de pronosticar l'evolució futura del seu preu [Murphy (2003)]. L'expressió *moviments de mercat* permet incloure com a font d'informació essencial per a l'anàlisi tècnica no únicament el preu, sinó també el volum, l'interès obert i altres variables que estiguin disponibles en el mercat a través del seu sistema de cotització-negociació.

L'anàlisi tècnica és una evolució de l'anàlisi *chartista*,[25] ja que complementa l'anàlisi visual dels *charts* amb estudis i indicadors estadístics que incrementen la potència de l'anàlisi. La diferència amb l'anàlisi fonamental és clara: l'AT estudia els moviments del mercat, i es despreocupa totalment del valor teòric de l'actiu. El fonamentalista estudia la *causa* que provoca el moviment, mentre que el tècnic estudia *el moviment* per si mateix. Posem un exemple. Imaginem una pedra volant pel cel i volem fer un estudi per saber on caurà. L'analista fonamental intentaria establir la font d'aquest projectil, per què ha estat llançat, la força del llançament, l'eina que s'ha utilitzat per propulsar-lo, mentre que l'analista tècnic simplement controlaria la velocitat de la pedra i les seves coordenades, i es despreocuparia totalment de per què aquest projectil és a l'aire.

L'anàlisi tècnica és una eina *fàcilment adaptable i flexible*, que permet fer un seguiment ràpid i precís de tot tipus d'actius amb visió de curt, mitjà i llarg termini, que permet estudiar actius que es posen de moda sense necessitat de ser un expert (com sí que passa en l'anàlisi fonamental) i tenir una visió global de la situació dels mercats.

Feta la presentació de la tècnica, és el moment de centrar-nos en *tres idees essencials* que determinen les *bases de l'AT*:

25 Anàlisi visual de gràfics. El nom deriva de la paraula anglesa *chart*, que significa 'gràfic'.

1. *Els moviments de mercat ho «descompten tot».* Aquesta hipòtesi assegura que l'oferta i la demanda d'un actiu determinat processen tota la informació disponible i l'aglutinen en un **preu**. Aquest preu, per tant, per les lleis de l'oferta i la demanda, reflecteix totes les informacions econòmiques, moviments polítics, esperances i pors dels inversors, etc. Com que els moviments del mercat compacten tota la informació que té influència en l'economia en el preu de l'actiu, n'hi haurà prou d'estudiar aquest preu per determinar l'evolució esperada de l'actiu en el futur. D'aquesta manera, si els preus cauen és perquè existeixen raons baixistes, mentre que si pugen ho fan perquè existeixen raons alcistes. A diferència dels defensors de l'eficiència, els analistes tècnics creuen que *la incorporació de la informació al preu no és sempre ni immediata, ni correcta*, fet que genera anomalies en la valoració dels actius.

2. *Els preus es mouen per tendències.* Els analistes tècnics creuen que els preus dels actius es mouen per tendències, de manera que la seva anàlisi gràfica i *matematicoestadística* permetrà realitzar previsions sobre els moviments de preus. Hem de recordar que els defensors de l'eficiència i de la teoria del passeig aleatori no accepten aquest postulat, i argumenten que els preus són el fruit d'una variable aleatòria impredictible. Segons els defensors de l'eficiència, per tant, l'AT no aporta cap valor a l'inversor.[26]

3. *La història es repeteix.* Davant de situacions iguals o similars a les passades, els humans tendim a reaccionar de la mateixa manera com vam reaccionar en el passat. L'anàlisi tècnica estudia, per tant, la psicologia humana[27] i els seus patrons de comportament, que queden reflectits en els gràfics. Així, una forma de pensar determinada i una forma d'actuar determinada quedaran reflectides en els gràfics dels actius, així com un electrocardiograma reflexa el comportament del nostre cor. El metge, comparant el meu electrocardiograma amb el d'altres persones amb patologies cardíaques, pot esbrinar si pateixo d'alguna dolència o si, en canvi, tot funciona correctament. Els detractors de l'anàlisi tècnica no creuen en aquesta afirmació, i argumenten, per contra, que l'AT funciona en determinats casos perquè els inversors que l'utilitzen actuen com un ramat quan es produeixen senyals de compravenda per aquesta tècnica (profecia de l'autocompliment). Aquesta afirmació sembla difícil de sostenir, perquè, en primer lloc, únicament una part dels inversors utilitza l'AT, mentre que la resta utilitza altres tècniques de gestió activa o passiva. En segon lloc, no tots els analistes tècnics usen els mateixos patrons, ni indicadors, ni períodes temporals, ni senyals de compra i venda. A més, l'AT es caracteritza per un grau elevat de subjectivitat, fet que provoca que moltes vegades diferents analistes discrepin sobre l'evolució esperada d'un actiu determinat amb vista del seu gràfic.

---

26 Amb anterioritat, en aquest material s'ha presentat una discussió sobre eficiència, ineficiència i anomalies. Remetem al lector a l'apartat corresponent per a una reflexió més detallada sobre aquest punt (veure apartat 2.5).

27 Hem d'entendre aleshores l'anàlisi tècnica com una eina de *behavioural finance*, corrent de pensament molt important en les finances actuals.

Tot i les crítiques existents, i la realitat innegable que l'eficiència és important en la majoria de mercats, les anomalies que apareixen necessàriament en un mercat marginalment eficient donen lloc a l'explotació d'ineficiències a través de l'anàlisi tècnica i d'altres tècniques de gestió activa. L'anàlisi tècnica serà més útil davant d'ineficiències basades en conductes irracionals dels agents, correlacions en aquestes actituds irracionals, ús d'informació privilegiada i davant de la filtració parcial o interessada d'informació econòmica. Entrem ja, doncs, en l'estudi de l'anàlisi tècnica.

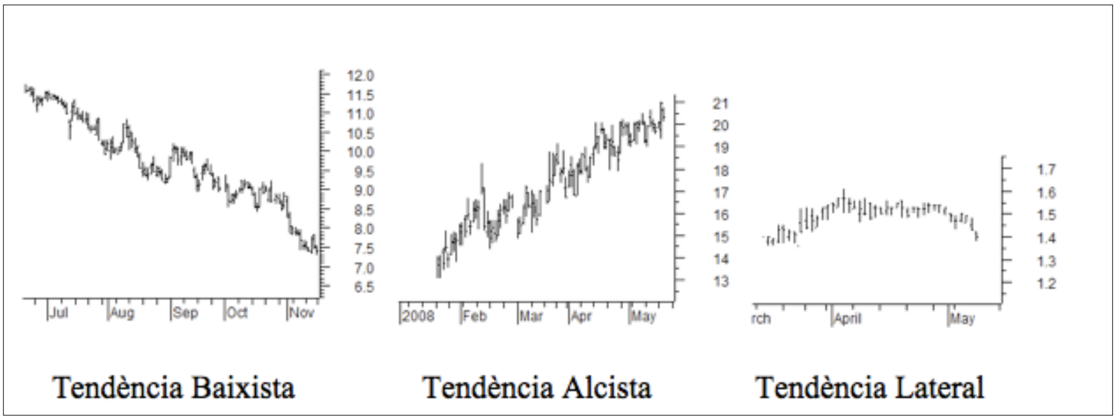
7.2 La teoria de Dow

Igual que en la majoria de ciències, és difícil determinar l'origen de l'anàlisi tècnica. Tot i això, se sol considerar Charles Dow com el creador de l'AT. Dow, juntament amb E. Jones, va fundar el 1882 la companyia Dow Jones & Co, empresa que creà les conegudíssimes *DowJones averages*. Aprofitant aquestes mitjanes (bàsicament la *Industrials* i la de *Ferrocarrils*), Dow va fer certes afirmacions al *Wall Street Journal* sobre els preus de les accions que les componien, afirmacions que són considerades com el naixement de l'anàlisi tècnica i conegudes com la *teoria de Dow*. Podem resumir aquests comentaris en *set principis bàsics*:

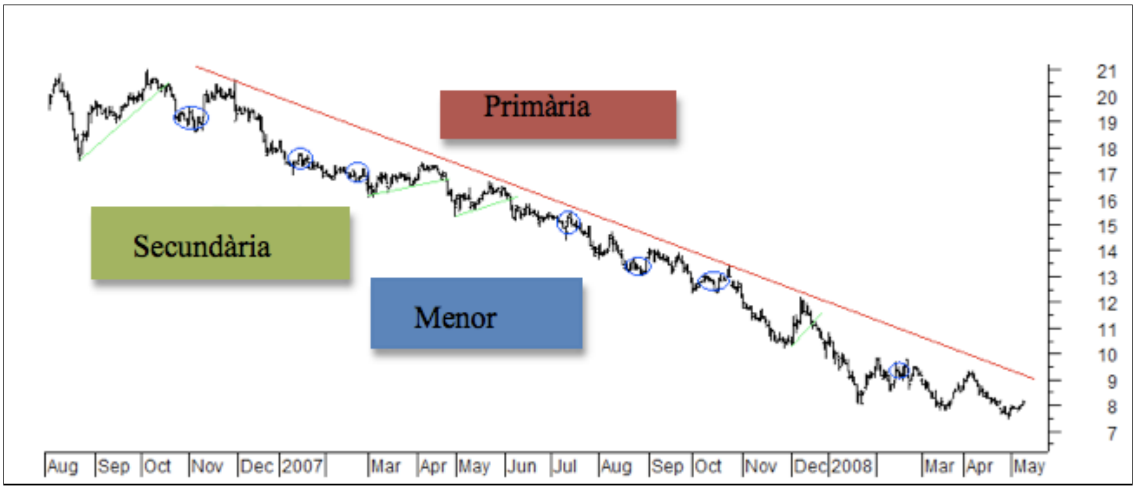
1. *Les mitjanes ho descompten tot.* Aquesta màxima, que ja ha sigut presentada amb anterioritat, la devem precisament a Dow. Segons aquest autor, tota la informació disponible coneguda per Wall Street és processada per l'oferta i la demanda i aglutinada en el preu de mercat.

2. *El mercat té tres tendències:* 1) *Tendència ascendent o alcista*, aquella situació en la qual cada màxim i cada mínim són més alts. 2) *Tendència descendent o baixista*, situació en què màxims i mínims són més baixos. 3) *Tendència lateral o no tendència* (vegeu gràfic 1). Dins de cada tendència es considera que hi ha *tres parts: tendència primària o a llarg termini* (que sol durar més d'un any), *tendència secundària o a mitjà termini* (que pot durar de setmanes a mesos) i *tendència menor o a curt termini* (que pot durar de dies a mesos) (vegeu gràfic 2). Dow presentava un símil que rescatem aquí. Les parts d'una tendència són com el mar: la primària seria la marea; la secundària, les ones, i la menor, l'escuma. D'aquesta manera, si les onades van arribant a zones més altes de la platja, la marea està pujant, encara que de manera puntual es pugui veure el mar retrocedir per uns instants.

Gràfic 1. Tendències bàsiques segons Dow



Gràfic 2. Parts d'una tendència bàsica segons Dow



3. *La tendència primària té tres fases.* Dow va centrar la seva atenció específicament en les tendències primàries (o principals), i va arribar a la conclusió que aquestes tendències passen per tres fases: *acumulació, participació pública i distribució.* Analitzarem aquestes tres fases fent referència a una tendència primària alcista en un actiu de renda variable:

a) *Fase d'acumulació:* ens trobem al final d'un mercat baixista i els inversors més astuts i informats creuen que ja s'han vist els pitjors moments i comencen a comprar, perquè és possible que ens trobem en mínims. La intuïció d'aquests inversors es confirma *a posteriori* quan el mercat comença a recuperar-se visiblement.

b) *Fase de participació pública:* en aquesta fase, les compres de l'actiu en qüestió ja les realitzen inversors que segueixen tendències i tots aquells que decideixen invertir atrets per la millora de perspectives, les bones notícies econòmiques i financeres i els rendiments que ha ofert l'actiu en els darrers anys.

c) *Fase de distribució:* en aquesta fase, la participació d'inversors ja és massiva. És l'època en què la situació econòmica és extraordinàriament positiva, els diaris publiquen beneficis rècord d'empreses cotitzades i l'economia creix de manera important. En la fase de distribució, els inversors astuts que van comprar a la fase d'acumulació (quan ningú no volia comprar) venen, distribueixen, col·loquen els seus títols entre el públic en general que ha acudit a la compra de l'actiu massivament. S'espera que, una vegada acabi la distribució, el preu de l'actiu comenci el seu declivi, i iniciï així una tendència baixista.

La classificació en fases que fa Dow és extremadament important, i va molt més enllà de l'anàlisi tècnica. Assimilar-les és essencial per entendre com l'anàlisi fonamental pot ser útil en la fase d'acumulació (que coincideix encara amb les últimes bategades del cicle baixista), fase en què, en molts casos, l'anàlisi tècnica és encara incapaç de detectar el canvi tendencial que s'està forjant. És crucial també conèixer les tres fases presentades per entendre com els gestors de fons de valors, gestors de patrimonis o, fins i tot, alguns *hedge funds*, hi actuen, i per comprendre el comportament psicològic del mercat i com el *behavioural finance* pot ser utilitzat per aportar valor a una inversió.

4. *Les mitjanes s'han de confirmar entre elles.* Dow assegurava que no podia donar-se cap senyal important en el mercat llevat que les dues mitjanes (*Industrial i Ferrocarrils*) la donessin en un període de temps relativament curt (no cal simultàniament). Així, un mercat és alcista quan la mitjana *Industrial* i la de *Ferrocarrils* són alcistes, i és baixista quan es produeix la situació contrària. En el cas que les mitjanes divergeixin (per ex., una està en màxims i l'altra no), Dow considerava que la tendència anterior es mantenia intacta. Actualment, aquesta idea es continua utilitzant a través de les mitjanes *Industrial* i de *Transports*.

5. *El volum ha de confirmar la tendència.* El volum d'operacions que s'ha realitzat en el mercat és un element extraordinàriament important en l'anàlisi tècnica. Que el volum confirmi la tendència significa que ha de créixer en el sentit de la tendència i decréixer en el sentit contrari. Per exemple, en una tendència alcista primària el volum ha d'augmentar en les pujades i disminuir en les baixades (la relació ha de ser inversa en una tendència baixista).

6. *Una tendència està en vigor fins que dóna senyals definitius que ha retrocedit.* Aquesta idea, relacionada totalment amb les lleis físiques, és clau en el desenvolupament i la concepció de l'anàlisi tècnica, i ha donat lloc a eines i tècniques que tenen per objectiu determinar, precisament, aquests retrocessos (nivells de suport, tendències, mitjanes mòbils, etc.) i la seva importància. El més difícil per a un analista tècnic serà distingir entre una correcció secundària i el primer tram d'una tendència oposada.

7. *Moviments de mercat.* Dow utilitzava únicament els preus de tancament (no considerava vàlids els senyals ni penetracions intradia), i complementava aquest estudi amb

la utilització del volum com a indicador secundari. Aquests dos elements, preu i volum, constitueixen la matèria primera bàsica amb la qual realitzarem l'anàlisi tècnica.

Crítiques a la teoria de Dow: encara que l'aproximació de Dow és molt simple i relativament intuïtiva, ha servit i serveix per detectar amb facilitat tendències alcistes i baixistes d'importància. La principal crítica que rep és que perd al voltant d'un 20%-25% del moviment abans de detectar una tendència. Si tenim en compte que Dow en cap moment no tenia una intenció predictiva en les seves afirmacions (sinó que pretenia que les seves mitjanes fossin reflex del que succeïa en l'economia), podem considerar que la seva teoria funciona relativament bé per a una funció per a la qual no estava dissenyada.

7.3 Construcció de gràfics

L'anàlisi tècnica es basa, en primer lloc, en l'anàlisi de gràfics o *charts* en la terminologia anglesa. La funció principal d'un *gràfic és expressar visualment els moviments de mercat* d'un actiu determinat (preu i volum, bàsicament). La manera habitual de graficar la informació és a través de la utilització de dos eixos. A l'eix horitzontal hi apareix habitualment el període temporal d'anàlisi (temps), mentre que a l'eix vertical hi apareix habitualment el preu de l'actiu (en la seva moneda) o les seves variacions (en percentatge o utilitzant un índex de preus). Un element clau abans de començar a graficar és escollir la periodicitat de les dades que seran representades. En els sistemes financers actuals, podem entendre els moviments de mercat gairebé com a variables contínues, ja que es disposa de dades, fins i tot, dins d'un mateix segon. Un analista tècnic tindrà a la seva disposició dades agrupades segon a segon, minut a minut, per hora, per dia, per setmana, per mes, etc. En aquest aspecte, la periodicitat de les dades per representar pot ser la que convingui a l'analista; la periodicitat escollida més habitual, però, és la diària (cada valor farà referència a les dades agregades d'un dia), encara que també són utilitzades les periodicitats setmanals i mensuals.

Amb l'objectiu de tractar globalment aquestes possibilitats, direm que l'analista tècnic representa en el gràfic *sessions*, que poden tenir una durada d'una hora de cotització, d'un dia, d'una setmana, etc. Les eines i estudis que presentarem en aquest material són aplicables a tot tipus d'horitzons i gràfics, sigui quina sigui la periodicitat de la sessió. L'analista tècnic hauria de començar per una anàlisi global (amb sessions que representin mesos o setmanes) que abasti diferents anys de cotització, i anar baixant a periodicitats més petites, i passar així d'un enfocament *macro* a *micro*. Així, per exemple, una anàlisi amb sessions mensuals que abastés les darreres dues dècades de cotització del petroli ens permetria entendre l'evolució d'aquesta *commodity* en els últims anys, i situar el preu actual dins del seu context històric. Després d'aquesta visió global, l'analista hauria de centrar el seu estudi en periodicitats més petites, i utilitzar, per exemple,

gràfiques de sessions diàries que abastessin un parell d'anys, per analitzar més concretament la situació del petroli en el context més actual.

Com ja s'ha comentat anteriorment, podem resumir la informació bàsica que ens ofereix un mercat en dos grans grups: la informació relativa al *preu* i la informació relativa al *volum*. Aquests dos grans grups d'informació formen la matèria primera amb la que construirem els gràfics, de forma que anem a analitzar-la amb una mica més de detall.

1. Informació relativa al preu

a) Preu d'obertura: indica el primer preu al qual s'ha intercanviat l'actiu en la sessió.

b) Preu màxim: indica el preu màxim assolit per l'actiu durant la sessió.

c) Preu mínim: indica el preu mínim assolit per l'actiu durant la sessió.

d) Preu de tancament: indica el darrer preu al qual s'ha intercanviat l'actiu en la sessió.

2. Informació relativa al volum

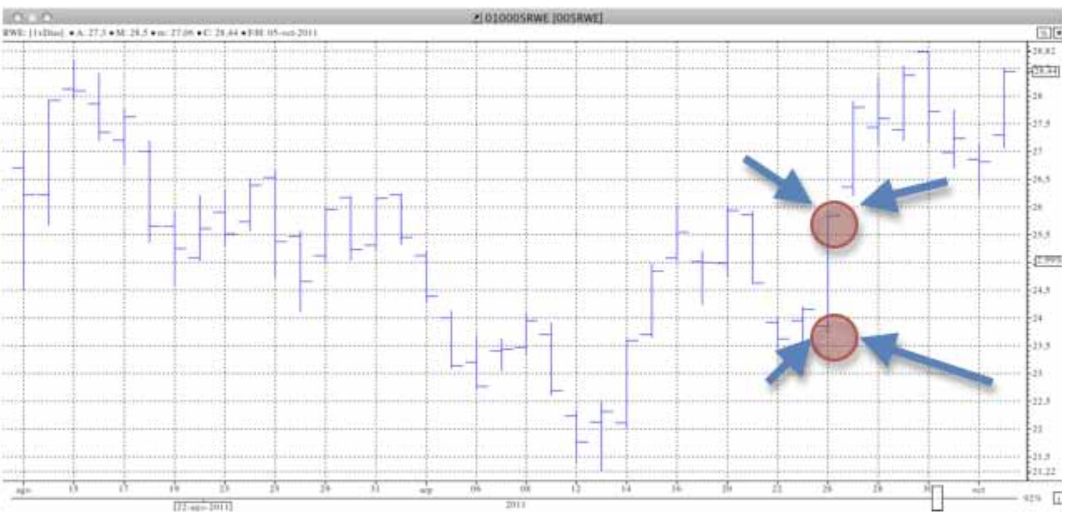
a) Volum d'una sessió: indica el nombre de títols intercanviats al llarg de la sessió. A vegades s'expressa en valors monetaris, però no és el més habitual.

b) Interès obert: indica el nombre de contractes totals en vigor en un moment determinat (en mercats de derivats).

Tota aquesta informació sobre preus i volum s'expressa de diferent manera en funció del *tipus de gràfic que utilitzem*. A continuació presentarem les tipologies més habituals:

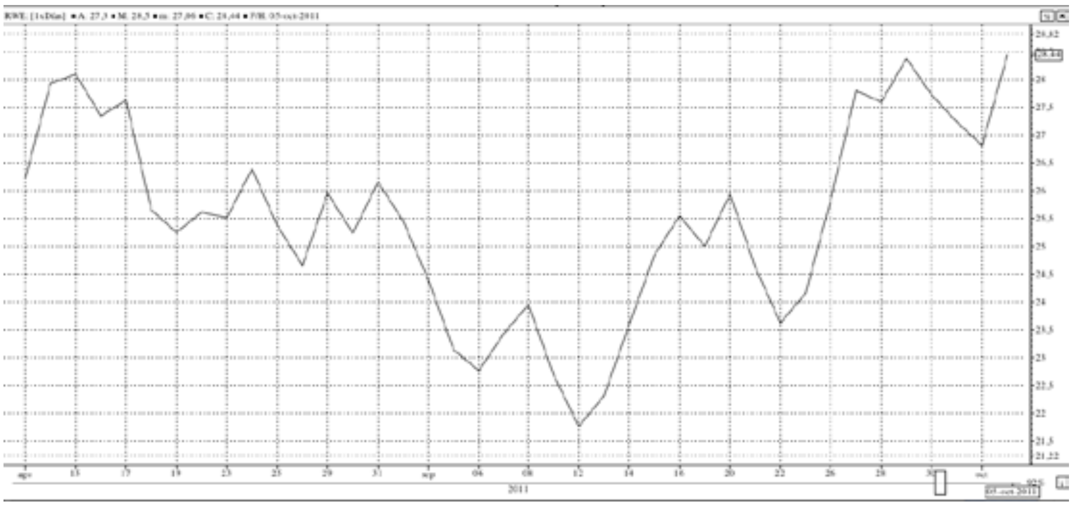
1. *Gràfic de barres:* aquest tipus de gràfic utilitza barres verticals per mostrar els preus. El preu màxim (i mínim) de la sessió és la part més alta (i baixa) de la barra. El *tick* a la dreta de la barra vertical és el preu de tancament, mentre que el *tick* a l'esquerra representa el preu d'obertura (vegeu gràfic 3).

Gràfic 3. Gràfic de barres d'RWE



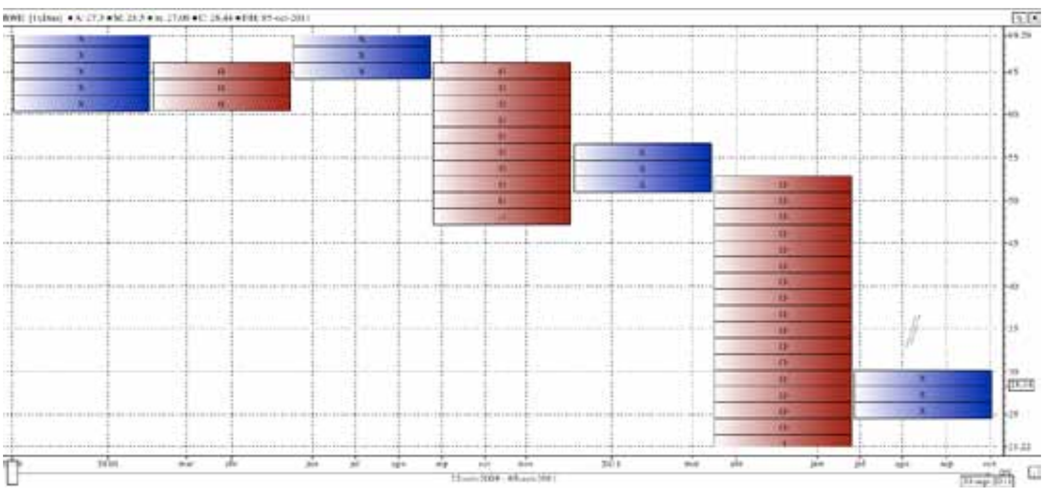
2. *Gràfic de línia:* aquest tipus de gràfic mostra únicament un preu per a cada sessió i uneix aquests preus amb una línia. Molts analistes consideren que el preu de tancament és el valor clau d'una sessió, de manera que sol ser aquest el preu escollit per representar-lo gràficament, ja que resumeix la relació entre oferta i demanda que s'ha gestat en aquella sessió (vegeu gràfic 4).

Gràfic 4. Gràfic de línia d'RWE



3. *Gràfic de punt i figura:* aquest gràfic mostra els moviments de preu de manera comprimida; representa les pujades de preus amb una columna de «x», i les baixades amb una columna de «o» (gràfic 5).

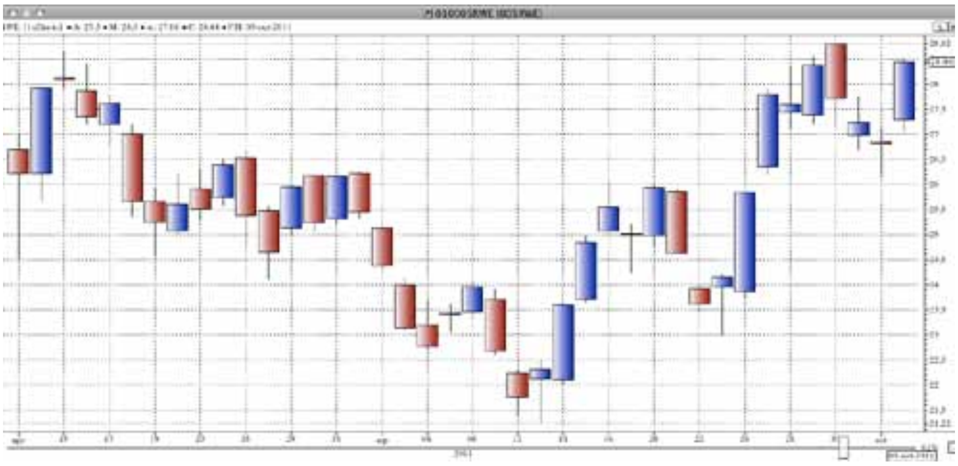
Gràfic 5. Gràfic de punt i figura d'RWE



4. *Gràfic japonès (candlestick):* els gràfics japonesos, d'espelmes japoneses o *candlestick*, són una versió més visual del gràfic de barres. Els preus d'obertura i de tancament

delimiten el *cos* de l'espelma que es pinta de color per indicar que els preus han pujat o baixat. La línia prima que queda fora del cos s'anomena *ombra* i indica el preu màxim i mínim de la sessió. Si l'espelma és blanca (o blava o verda), significa que el preu d'obertura (part inferior del cos) és inferior al de tancament (part superior del cos) i que, per tant, l'actiu ha pujat. En canvi, si l'espelma és negra (o vermella), significa que el preu d'obertura (part superior del cos) és superior al de tancament (part inferior del cos) i que, per tant, el preu ha baixat (gràfic 6).

Gràfic 6. *Candlestick* d'RWE



5. *Altres tipus de gràfics*. Existeixen molts altres tipus de gràfics que poden ser utilitzats per realitzar AT. Ens agradaria citar els gràfics de Candlevolume, Kagi o Renko.

Un cop s'han presentat les diferents maneres de graficar els moviments de mercat, és el moment de prestar una mica d'atenció als **eixos que formen els gràfics:**

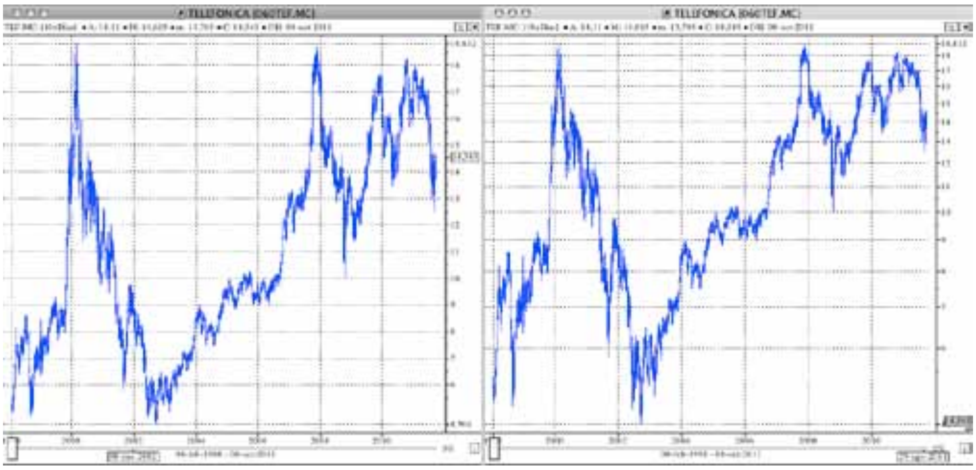
1. *Eix vertical*

a) L'eix vertical del gràfics que s'utilitzen per fer AT mostra els **preus** de l'actiu analitzat o les variacions d'aquest preu en percentatge (o en nombre índex). A l'hora de graficar els preus, l'analista pot escollir entre dues escales bàsiques de representació: *aritmètica o logarítmica* (vegeu gràfic 7).

- *Escala aritmètica (lineal)*: és l'escala que coneixem habitualment i es caracteritza perquè totes les unitats de preu són equidistants, és a dir, hi ha la mateixa distància entre 10 i 11 que entre 20 i 21. Aquest tipus d'escala és útil quan pretenem representar moviments de mercat a més curt termini (dies, setmanes o mesos).
- *Escala logarítmica (semilogarítmica)*: en les escales logarítmiques, les unitats de preu no són equidistants, perquè el que pretén aquest tipus d'escala és reflectir els percentatges de variació dels preus. Així, passar d'un preu d'1 a 2 significa un increment del 100%, el mateix increment que hi ha de 5 a 10. L'escala logarítmica, aleshores, estableix la mateixa distància gràfica entre 1 i 2 que entre 5

i 10. D'aquesta manera, les distàncies entre preus d'una escala logarítmica són molt diferents de les distàncies en una escala aritmètica. Les escales logarítmiques són molt útils en la representació de moviments de mercat a llarg termini o d'actius que han tingut moviments molt bruscos de preu, ja que reflecteixen millor els rendiments que obtenen els inversors d'aquest actiu.

Gràfic 7. Gràfic de Telefónica en escala aritmètica i logarítmica



Nota: a l'esquerra, gràfic en escala aritmètica; a la dreta, gràfic en escala logarítmica.

b) A l'eix vertical també s'hi mesura el **volum** (amb una escala diferent de la del preu) a través de barres situades a la part inferior del gràfic (de vegades lleugerament separat d'aquest). Una barra més alta significa que el volum d'aquella sessió ha estat major[28] (vegeu gràfic 8).

Gràfic 8. Gràfic de Telefónica en escala aritmètica i logarítmica (amb volum)



Nota: a l'esquerra, gràfic en escala aritmètica; a la dreta, gràfic en escala logarítmica.

28 Quan es realitza AT de productes derivats, és molt important graficar també, en l'eix vertical, de manera similar a com ho fem amb el volum, l'*interès obert* (quantitat de contractes en circulació).

2. *Eix horitzontal*. A l'eix horitzontal s'hi representa el període temporal d'estudi. La selecció de les sessions (horària, diària, setmanal, etc.) determinarà en certa manera el període que pot ser analitzat. Per exemple, podríem representar cinc anys de cotitzacions amb sessions setmanals, però difícilment podrem fer-ho amb sessions horàries. La selecció del període temporal d'anàlisi i la periodicitat de les sessions ha d'estar directament relacionada amb l'estratègia que vol dur a terme l'analista tècnic. Així, si l'estratègia d'inversió suposa operacions a curt termini, caldrà escollir períodes d'anàlisi i sessions curts (dies, o fins i tot moviments intradia), mentre que si l'estratègia d'inversió és a mitjà o llarg termini, els horitzons d'anàlisi han de ser superiors.

7.4 Conceptes bàsics d'anàlisi tècnica

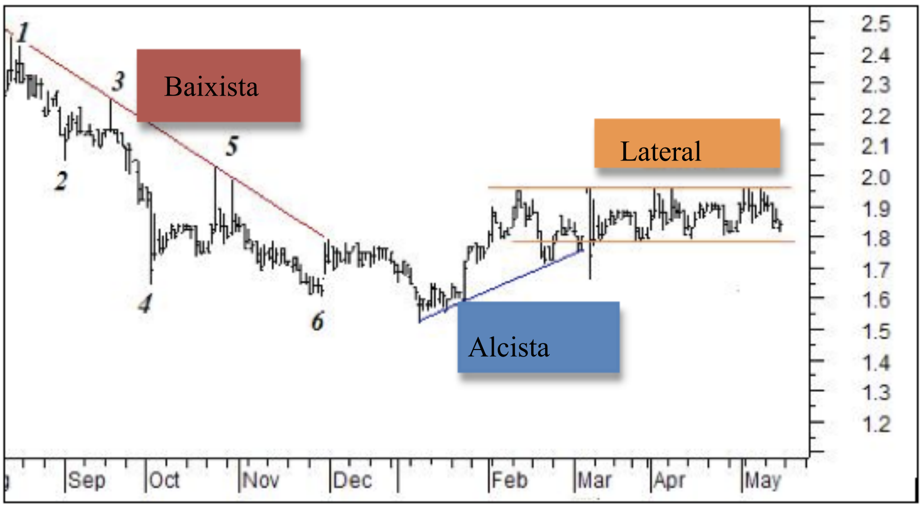
7.4.1 Tendència

El concepte més bàsic en l'anàlisi tècnica és el concepte de *tendència*. Els *chartistes* i analistes tècnics parteixen del fet fonamental que els preus dels actius es mouen per tendències. Totes les eines que posteriorment es desenvoluparan (línies de resistència, suport, línies de tendència, mitjanes mòbils, etc.) i la majoria de sistemes de *trading* tenen com a únic objectiu ajudar-nos a determinar i seguir la tendència del mercat. La tendència, tal com ja es va anticipar en la teoria de Dow, és simplement la *direcció del mercat*. Els mercats no es mouen en línia recta, sinó que presenten moviments en ziga-zaga que es van succeint i alternant. Una tendència alcista s'entén com una successió de màxims i mínims cada vegada més alts. Una situació en què els pics i valls presenten una estructura decreixent és una tendència baixista, i si pics i valls es van succeint de manera horitzontal, ens trobem davant una tendència lateral (o no tendència). Hem de dir que el mercat es mou contínuament utilitzant alguna d'aquestes tendències, i una estimació conservadora assegura que una tercera part del temps ho fa en tendència lateral.

Gràficament, les tendències alcistes se solen assenyalar unint els mínims, mentre que en les baixistes s'uneixen els màxims. La línia que uneix aquests mínims (o màxims) se sol conèixer com a *línia de tendència*[29] (vegeu gràfic 9). Així, una línia de tendència alcista és una línia recta inclinada cap amunt, que uneix mínims successius, mentre que una línia de tendència baixista és una línia recta inclinada cap avall, que uneix màxims successius. Per dibuixar una línia de tendència «en condicions» s'ha de disposar de 3 punts o més que la respectin. Al gràfic 9 l'analista tècnic només pot estar segur que s'ha iniciat una línia de tendència quan la cotització arriba al punt 5 (fins aquest moment, la línia de tendència que podríem traçar unint els punts 1 i 3 és orientativa).

29 Alguns analistes promulguen la utilització de preus de tancament a l'hora de dibuixar línies de tendència, i filtren d'aquesta manera situacions de preus extrems que es poden produir durant la sessió.

Gràfic 9. Línies de tendència



La inclinació de les tendències és un element molt important. En general, la majoria de línies de tendència s'aproximen a una inclinació de 45 graus, pendent que es considera equilibrat. Una tendència que presenta una inclinació superior als 45 graus posa de manifest una gran fortalesa, situació que es pot debilitar amb el pas del temps. Per contra, una línia de tendència massa aplanada indica que la tendència latent no té prou força.

Tal com ja es va introduir en la teoria de Dow, *una tendència* es pot desglossar en *tres parts: primària o a llarg termini*, *secundària o a mitjà termini* i *menor o a curt termini*. Hi ha una gran confusió sobre aquesta classificació a l'hora de portar-la a la pràctica diària. Les diferents percepcions que els operadors tenen respecte a què és la tendència i en quin horitzó temporal realitzen l'anàlisi pot generar ambigüitats que no són poc importants. Així, per als inversors a llarg termini, les tendències principals són aquelles que (tal com apuntava Dow) es prolonguen durant més d'un any, de manera que aquelles tendències que es desenvolupen durant dies, o fins i tot setmanes, poden ser insignificants. Per a un *day trader* (operador intradia) o un operador de futurs, un avanç o retrocés de dos o tres dies és d'extrema importància, ja que representa en la majoria de casos la seva tendència principal. Hem de concloure, per tant, que la classificació d'una tendència en funció de les seves parts està directament relacionada amb l'estratègia de *trading* de l'inversor i, per descomptat, amb l'horitzó o període d'anàlisi que s'utilitza en el gràfic. Així, el que per a un inversor a curt termini pot ser una tendència principal, és una tendència secundària o fins i tot menor per a un operador que realitza les seves activitats a llarg termini.

Un element essencial en les línies de tendència, així com en qualsevol altre instrument d'AT que es faci servir, és la *validesa*. La validesa de les línies de tendència depèn de dos elements: en primer lloc, del *volum d'operacions*. Com més operacions (volum) es

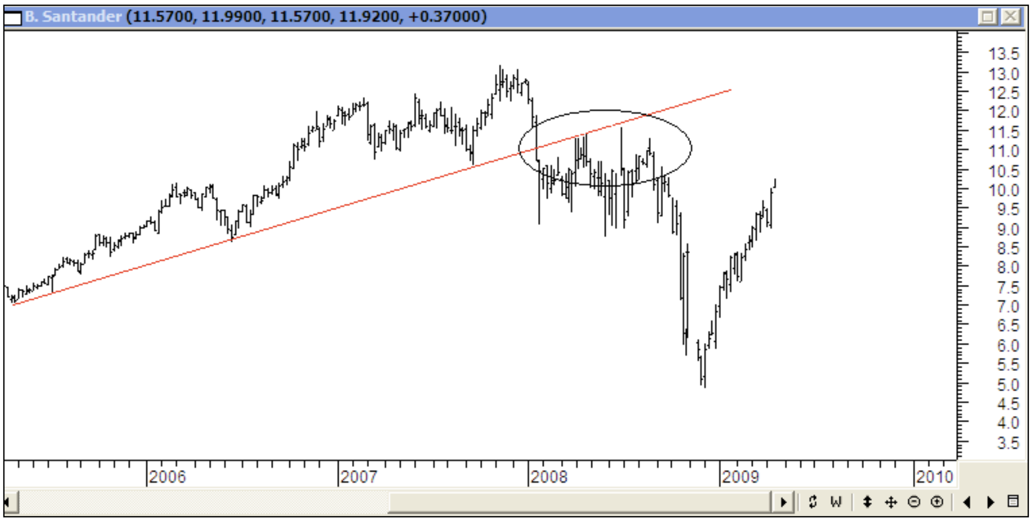
realitzin en les proximitats d'una línia de tendència, més validesa tindrà. En segon lloc, del *temps*. Com més temps es respecti la línia de tendència, i més vegades s'hagi posat a prova, més validesa tindrà. Una línia de tendència que s'ha posat a prova 12 vegades és molt més fiable i més important que una que només s'ha posat a prova 3 vegades. De la mateixa manera, una línia de tendència que s'ha respectat durant mesos té molta més importància que una que només s'ha mantingut durant unes setmanes.

El següent punt en l'estudi de les línies de tendència fa referència a quan es poden considerar *vulnerades*. De vegades el preu d'un actiu *trenca* la línia de tendència lleugerament durant la sessió però l'acaba respectant al tancament. Podem considerar aleshores que aquesta línia de tendència ha deixat de ser vàlida? Com a regla general, considerarem que una línia de tendència ha deixat d'estar en vigor si el preu l'ha vulnerat de manera significativa en *termes de valor i temps*. En termes de valor, se sol considerar que una ruptura és significativa quan el preu ha superat la línia de tendència en un 3%-5%; en termes de temps, es considera que la ruptura s'ha de mantenir, com a mínim, durant dues sessions. Com pot observar el lector, aquesta regla no és més que l'aplicació d'un filtre que permet garbellar els moviments representatius i rebutjar el soroll que se sol produir en el mercat. Ha de ser l'analista, en funció dels seus objectius i la seva estratègia de *trading*, qui decideixi quins són els filtres més adequats per als seus objectius.

Una vegada hem arribat fins aquí, hem de determinar com es *prenen decisions* d'inversió en funció de les línies de tendència. La línia de tendència marca un moviment que, molt probablement, es perpetuï en el temps, de manera que l'inversor hauria de prendre posicions apostant per la continuació de la tendència. En les tendències alcistes, els mínims ens poden servir per prendre posicions de compra, mentre que en una tendència baixista els màxims ens permeten vendes. En cas de trencament significatiu d'una línia de tendència, es pot optar per sortir del mercat, o invertir buscant una possible tendència contrària.[30] Un fet significatiu que volem destacar és que les línies de tendència tendeixen a «girar-se», expressió que significa que una tendència, una vegada perforada, actua de manera contrària a com ho havia fet fins aleshores. Per exemple, una línia de tendència alcista que havia sostingut els preus, una vegada s'ha trencat, impedirà que els preus guanyin posicions (vegeu gràfic 10).

30 Recomanem la lectura de Murphy (2003) per a més informació sobre aquest aspecte, així com sobre el principi del ventall.

Gràfic 10. Inversió d'una línia de tendència



7.4.2 Ampliació del concepte de tendència

Els canals: la figura del canal és una ampliació del concepte de tendència. De vegades, els preus es mouen dins de dues línies paral·leles: la línia de tendència bàsica i la línia de canal (que es traça de manera paral·lela a la línia de tendència). Així, en el punt 3 del gràfic 11 podem determinar que hi ha una tendència alcista incipient, i traçar una paral·lela a aquesta tendència alcista utilitzant el punt 2. La tendència alcista es confirma en el punt 5, mentre que la línia de canal ja ha provat la seva vàlua en el punt 4: ja tenim format un canal alcista.[31] *La validesa* del canal dependrà del temps que es mantingui intacte i de les vegades que es posi a prova: com més duri i més vegades la cotització provi les línies, més important, fiable i segur es torna el canal. La ruptura de la línia de tendència principal indica un important canvi de tendència, mentre que la ruptura de la línia de canal significa una acceleració de la tendència principal, i és un senyal de fortalesa. Els canals poden ser utilitzats per prendre *decisions d'inversió*. Mentre el canal es respecti, les línies que el delimiten poden utilitzar-se com a referència (comprant i venent en els màxims i mínims que delimiten). Una vegada trencat el canal, l'inversor pot apostar per la tendència que acaba de néixer, ja que un cop els preus han trencat el canal tendeixen a desplaçar-se una distància igual que l'amplada d'aquest canal. Així, l'usuari simplement ha de calcular l'amplada del canal i projectar-la a partir del punt en què s'ha realitzat la ruptura de la línia de tendència i tindrà l'objectiu de preus teòric (vegeu gràfic 11).

31 Un canal baixista o lateral es defineix de la mateixa manera utilitzant una línia de tendència baixista o una de lateral, respectivament.

Gràfic 11. Figura de canal



Retrocessos: s'ha comentat amb anterioritat que una tendència retrocedeix sobre si mateixa abans de continuar avançant en la mateixa direcció. Aquests retrocessos solen respondre a unes regles que són relativament fàcils d'entendre. Així, una tendència alcista (baixista) tendeix a retrocedir entre 1/3 (33%) i 2/3 (66%) del camí que ha recorregut abans de continuar en la mateixa direcció, i són molt comuns els retrocessos del 50%. Tots aquells retrocessos que excedeixin del 66% ens indiquen debilitat de la tendència prèvia i un possible canvi de tendència. Posem un exemple. Imaginem que una acció ha realitzat un avanç significatiu de 100 a 200 euros, preu al qual comença a corregir. La correcció mínima que cal esperar és d'un 33% del camí recorregut; per tant, una caiguda fins a 167 euros.[32] Si la correcció és força important, podria arribar fins a 150 euros (50%), o fins a 133 euros (66%). Si la correcció anés més enllà dels 133, possiblement ens trobem davant d'un canvi de tendència. Els retrocessos del 33%, 50% i 66% són molt utilitzats en anàlisi tècnica, encara que també s'utilitzen uns retrocessos basats en la sèrie de Fibonacci. Concretament, es tracta dels *retrocessos de Fibonacci* del 38,2%, del 50% i del 61,8%. És, per tant, convenient tenir en ment, quan parlem de retrocessos, que poden oscil·lar en unes franges del 33%-38,2% , 50% i 61,8%-66% (vegeu gràfic 12).

Forats (gaps): els forats en els gràfics de preus (*gaps* en la terminologia anglesa) són àrees del gràfic en què no hi ha hagut operacions. En una tendència alcista indiquen que els preus han obert per sobre del màxim de la sessió anterior, i han deixat un buit, un espai sense omplir. D'aquesta manera, el mercat no ha donat oportunitat als inversors de negociar a aquests preus. En una tendència a la baixa, el buit significa que els preus han obert en una zona inferior al mínim de la sessió anterior, no donant, per tant, la possibilitat als inversors de negociar en aquest espai. Els *gaps* poden indicar dues coses:

[32] $200 - \left[(200 - 100) \cdot \frac{1}{3}\right] = 167$

Gràfic 12. Retrocessos percentuals de Fibonacci



Gràfic 13. *Gap* en la cotització de CEPSA



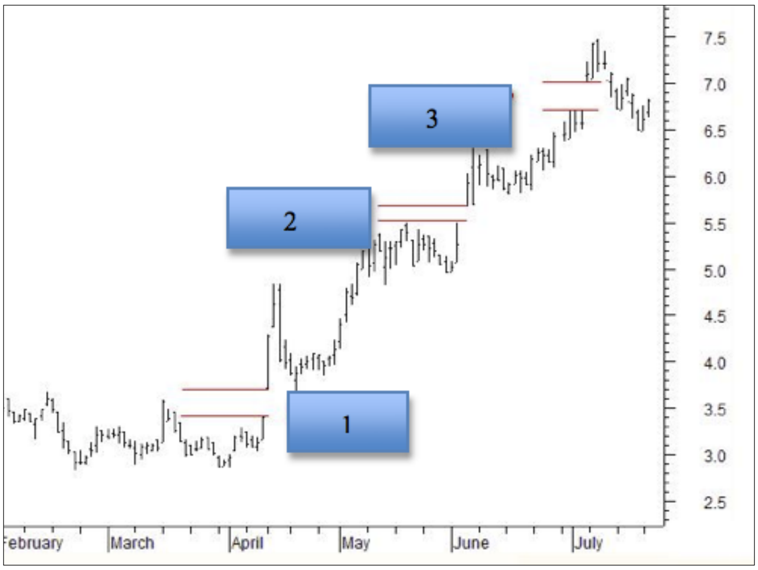
En primer lloc, poden indicar la *reacció a una notícia* determinada de gran magnitud que s'ha produït mentre el mercat estava tancat, i que ha de corregir de manera brusca un cop obert. Imaginem anuncis d'OPA, fusions, extraordinaris beneficis, problemes financers, que, en cas de conèixer-se fora de la sessió, provoquen un gran impacte en les expectatives dels inversors i, per tant, es reflecteixen fortament en el preu una vegada obre la sessió. Al gràfic 13 es pot observar un *gap* d'aquest estil en la cotització de CEPSA. Mentre el mercat estava tancat, un accionista majoritari de la companyia va comunicar que vendria la seva participació del 32,5% del capital a un preu sensiblement

inferior al de mercat, fet que va provocar la caiguda anterior (sobre la base de rumors) i la posterior, un cop comunicada la notícia.

En segon lloc, indiquen la *força del mercat*, la força de la tendència en curs. En aquest sentit, podem parlar que hi ha *tres classes de forats* (vegeu gràfic 14):

1. *Forats de separació (breakaway gaps)*: són buits que apareixen a l'inici d'un moviment significatiu de mercat, que indica que la tendència anterior s'ha esgotat i en comença una de nova en direcció contrària. Normalment es presenten en zones clau de la cotització (en resistències quan s'està formant una tendència alcista i suports quan s'està formant una tendència a la baixa, a prop de línies de tendència, etc.). Els buits de separació solen aparèixer quan hi ha molt de volum, i el més freqüent és que no «es tapin». De nou, el volum que es negociï en les proximitats del *gap* i el temps que es respecti la formació donen validesa a la figura. A més, una vegada formats aquests buits, actuen com a suport (o resistència) en el naixement d'una tendència alcista (o baixista).

Gràfic 14. Tipologies de *gaps*



Nota: 1. Separació; 2. Mesura; 3. Esgotament.

2. *Forats d'escapament o mesura (runaway gaps)*: després que la tendència ja estigui en vigor durant cert temps, més o menys cap a la meitat del moviment, poden aparèixer *forats d'escapament*. Aquest buit, de nou, mostra que la força de la tendència en vigor és gran, i té implicacions molt importants. Com que solen aparèixer a la meitat del recorregut, serveixen fàcilment per *calcular objectius de preu* (a l'alça o a la baixa) en funció de la distància que la tendència ha recorregut fins al buit. El desitjable és que tampoc «es tapin», atès que, si es produís aquest fet, indicaria que la tendència s'està debilitant.

3. *Forats d'esgotament* (*exhaustion gaps*): cap al final d'una tendència que ha durat cert temps, els preus poden fer un salt endavant, fer un últim esforç en la direcció de la

tendència, i provocar un *gap*. Aquest *gap*, al contrari que els altres presentats amb anterioritat, perd força i els preus «el tapen» ràpidament. Aquest tipus de buits indica el final de la tendència i és molt comú veure'ls en gràfics diaris o intradiaris.

7.4.3 Suports i resistències

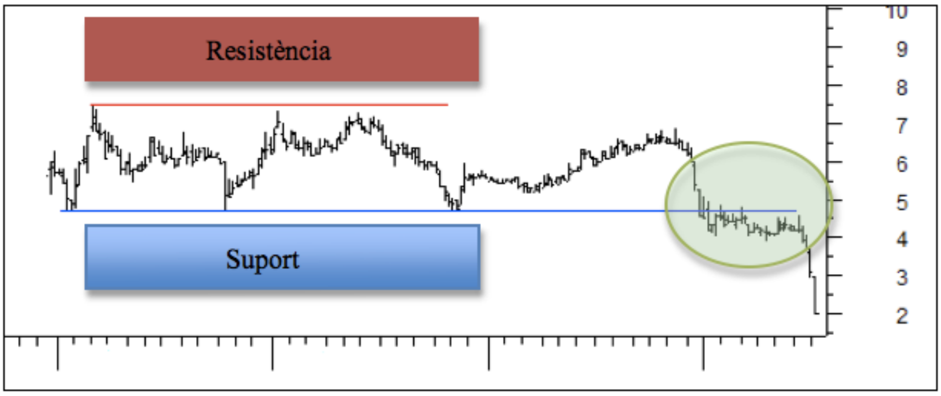
Anteriorment, en definir una tendència, s'ha parlat de successions de *pics i valls*. És el moment d'anomenar ja aquests pics i valls amb els noms que els analistes tècnics solen utilitzar per a ells. Així, cada vall o mínim local de preus sol rebre el nom de *suport*, mentre que cada pic o màxim local de preus sol rebre el nom de *resistència*. Un suport és el punt concret, la zona de preus, que ha aconseguit aturar la caiguda de preus, és a dir, és aquella zona on l'interès del mercat per comprar és prou gran per vèncer la pressió venedora. Una resistència podria ser definida de manera similar, perquè es tracta d'aquella zona de preus que ha aconseguit aturar l'escalada de preus perquè la pressió venedora és superior a la demanda del mercat. Els punts de suport i resistència tenen una importància essencial, ja que reflecteixen el lloc on l'oferta i la demanda han intercanviat momentàniament les seves forces. Els punts de suport i els de resistència poden suposar correccions puntuals d'una tendència determinada o fins i tot, si són molt importants, provocar un canvi de tendència. Així, per exemple, en una tendència principal alcista, una zona de resistència provoca una correcció. Si posteriorment el màxim és superat, la tendència seguirà el seu camí, mentre que si aquesta resistència no aconsegueix ser superada apareix un símptoma de cansament o de pèrdua de moment de la tendència, que pot ser un avís de debilitat de la tendència ascendent.

Gràficament, les zones o punts de suport i resistència es marquen a través d'una *línia horitzontal* (gràfic 15). A aquesta línia se la coneix com a *línia de suport* (o *línia de resistència*). De nou, la *validesa* i importància d'una zona de suport o resistència ve definida per la *quantitat d'operacions* (volum) que es realitzen en les seves proximitats, per la *quantitat de vegades que es posa a prova* aquesta zona i pel *temps* que es respecta. Una vegada es produeix *un trencament significatiu*[33] d'un suport o resistència, s'intercanvien el paper. Així, un suport trencat passa a actuar de resistència, i una resistència trencada passa a actuar com a suport. Al gràfic 15 es pot observar una zona de resistència i una de suport. La cotització de l'acció trenca en un moment determinat el suport (cercle verd) i passa des de llavors a convertir-se en resistència, ja que el preu de l'acció toca diverses vegades la línia blava sense aconseguir superar-la. Aquest fet té la seva explicació lògica si pensem que l'anàlisi tècnica ens serveix, entre altres coses, per detectar els comportaments i la psicologia dels agents del mercat. Així, una zona de resistència

33 És habitual utilitzar filtres de magnitud (3%-5%) i de temps (2 sessions) per determinar quan un trencament és significatiu.

(suport) suposa un lloc on molts inversors han realitzat la venda (compra) amb anterioritat, suposant que es preparava una correcció de la tendència. Si aquesta correcció no es materialitza, i la tendència continua i travessa el nivell de resistència (suport), tots aquells inversors que n'han sortit perjudicats estaran desitjosos de recomprar (vendre) les accions, i establiran com a punt psicològic de compra (venda) el preu al qual van realitzar la venda (compra) anterior. Aquest mecanisme pel qual els punts de suport i resistència s'intercanvien el paper és el resultat de la combinació de diferents biaixos psicològics (bàsicament aversió a les pèrdues i ancoratge), elements molt importants procedents de l'estudi del comportament dels inversors o *behavioural finance*.

Gràfic 15. Suport i resistència



Posem un exemple més detallat per entendre com funcionen les zones de suport i resistència des d'un punt de *vista psicològic*. Dividim els agents d'un mercat en tres categories: els que han comprat un actiu, els que l'han venut i els que es troben fora de mercat i no tenen cap posició. Imaginem que el mercat comença a pujar després de rebotar en una zona de suport. Els agents que van comprar prop del suport estan encantats, però lamenten no haver comprat més actius. Els que van vendre s'adonen que possiblement es van equivocar i voldrien que la cotització baixés per comprar aquesta vegada. Els agents fora de mercat es poden dividir en dues classes: els que mai van tenir (ni volen tenir) una posició en aquest actiu i els que esperaven preus millors per entrar-hi. Aquests últims estan extremadament enfadats i estan buscant una altra oportunitat per comprar. Com veiem, els diferents grups en què s'ha dividit el mercat estan esperant per realitzar la compra a la pròxima baixada i, si pot ser, prop de la zona de suport, ja que s'hi han *ancorat psicològicament* (no accepten comprar més car d'un preu que han vist factible fa poques sessions). El preu del suport s'ha convertit en clau, en zona on tots els participants en el mercat volen comprar i on col·locaran les seves ordres de compra. De manera similar, podríem establir una anàlisi equivalent en una tendència que no ha respectat la zona de suport. Imaginem que els preus arriben i trenquen la línia de suport, i la caiguda continua. Els inversors que van comprar s'adonen del seu error,

mentre que els que van vendre estan extremadament contents. De nou, tenim també els que estan fora de mercat, que es divideixen en els que no tenen (ni volen tenir) cap posició i els que esperen preus millors per entrar. Anteriorment, el que creava una zona de suport era la predominança d'ordres de compra, mentre que ara el que predomina en les proximitats de l'antic suport són les ordres de venda: qualsevol aproximació al suport anterior servirà perquè els inversors que mantenen accions (i que ara mateix veuen pèrdues als seus comptes) surtin del mercat, perquè si els preus tornen al lloc on van comprar vendrien «sense perdre». És d'aquesta manera com una zona de suport s'ha convertit en zona de resistència.

Finalment, ens agradaria destacar un element interessant, la importància que tenen els *nombres rodons* per convertir-se en zones de suport o resistència. Analitzant els preus de qualsevol actiu, es pot observar com els nombres rodons solen aturar les pujades i les baixades. Així, els agents que participen en un mercat tendeixen a pensar en nombres rodons (10, 20, 100, 1.000, 12.000) com a objectius de preus, preus que s'arriben a convertir en veritables barreres psicològiques. Alguns exemples interessants són, per exemple, el mercat de l'or (els preus màxims dels anys 1990 i 1997 són 400 dòlars, i entre el 1999 i el 2002 es va tocar 300 dòlars. A finals del 2006, el valor de 600 va servir com a suport, etc.) o els punts en el Dow Jones Industrial (els 7.000, 7.500 i 8.000 han servit de suport en múltiples ocasions, per exemple en les caigudes de l'any 1997, 1998, i 2002, les zones de l'11.000 i 12.000 actuen com a fortes resistències, i és el 14.000 l'última resistència psicològica que no va poder superar durant els màxims de l'any 2007).

És el moment, doncs, d'establir les regles d'inversió partint de suports i resistències. És sensat, com ja hem vist, *comprar en zones de suport i vendre en zones de resistència*, i cancel·lar l'operació immediatament si aquestes zones són vulnerades i no actuen com se n'espera. A més, un dels corol·laris derivats del paràgraf anterior és *evitar els preus rodons a l'hora d'establir ordres de compra o venda*. En cas de voler vendre, és sensat establir l'ordre de venda uns cèntims o punts per sota del preu rodó, mentre que si el que es vol és comprar, és interessant situar l'ordre uns punts o cèntims per sobre del preu rodó. Per contra, si el que es pretén és establir ordres de protecció (*stop loss*), l'argument serà lleugerament diferent. Interessa precisament que el mercat trenqui aquest valor psicològic per considerar que s'ha iniciat un nou tram en la direcció (o en contra de la tendència).

7.4.4 Patrons de continuació de tendència

Els patrons de continuació de tendència són formacions que impliquen que la *tendència en vigor és probable que continuï*, i que, per tant, el mercat només es pren un descans abans de prosseguir en la mateixa direcció. Són *imatges o formacions* que apareixen en els gràfics de preus i que ens serveixen per pronosticar continuacions en la tendència

viva. Podem classificar-los en tres grans grups: *patrons triangulars, patrons tipus bandera i patrons rectangulars.*

PATRONS TRIANGULARS: els *patrons triangulars o triangles* són formacions que, en la majoria dels casos, indiquen continuïtat de la tendència. Hi ha *quatre grups de triangles* en funció de la seva forma: *simètrics, ascendents, descendents* i *expansius*. Presentades aquestes tipologies, farem una referència a una figura similar als patrons triangulars que rep el nom de *falca*.

1. *Triangles simètrics*: els triangles simètrics són formacions gràfiques en les quals les línies de tendència que els contenen convergeixen cap a un punt (vèrtex). Tal com es pot observar al gràfic 16, la línia de tendència a la baixa és descendent, mentre que la línia de tendència alcista és ascendent. L'alçada del patró se sol conèixer com a base, i servirà per calcular objectius en el moviment esperat de preus un cop produïda la ruptura del patró. El triangle simètric és, normalment, una figura de continuïtat, de pausa, en la tendència precedent. Al gràfic 16, la tendència precedent és alcista, de manera que hi ha més possibilitats que el triangle simètric es resolgui a l'alça que no a la baixa.

Gràfic 16. Patró triangular simètric



Aprofitarem el gràfic del triangle simètric que s'acaba de presentar per explicar algunes característiques generals de tots els patrons triangulars. El *requisit exigit* perquè hi hagi un triangle (de qualsevol tipus) és que hi hagi **sis** *punts de canvi*: tres punts per traçar la línia de tendència baixista i tres més per traçar la línia de tendència alcista. La *resolució temporal en els triangles* és especialment important. Hi ha un límit temporal per resoldre el patró: el vèrtex. Com a norma general, *la tendència s'hauria de reprendre entre els ⅔ i els ¾ de la longitud del patró*; en cas contrari, la fiabilitat del patró empitjora. Si els preus es mantenen dins del patró més enllà del punt dels ¾, el triangle perd la seva potència predictiva. Respecte als preus *objectius* que estableix el patró, una vegada trencada la figura, la projecció de preus es correspon a l'altura del triangle (base) mesu-

rada des del punt en què s'ha fet el trencament. Finalment, parlem del *volum* en la creació dels triangles. El volum ha de disminuir a mesura que el preu es mou dins del patró, però ha de créixer de manera important un cop la cotització trenca la línia de tendència. Respecte a la *fiabilitat* de les figures triangulars, hem de dir que és força escassa respecte a la que podem esperar d'altres figures. Així, creiem que no convé realitzar operacions dins de la figura (venent a la part alta o comprant a la part baixa), sinó que és més adequat esperar el trencament del patró (i no avançar-s'hi) per tal de prendre posicions.

2. *Triangles ascendents*: en els triangles ascendents (gràfic 17), la línia de tendència baixista (o superior) és horitzontal, mentre que la línia de tendència alcista està inclinada cap amunt (és ascendent). Aquest patró presenta cert biaix alcista, ja que significa que els compradors són més agressius que els venedors, i per això es dibuixa el patró. Per tant, sol aparèixer com a figura de consolidació en tendències alcistes (encara que no és impossible trobar-ne en altres ocasions), i és més probable que es resolgui a l'alça. La tècnica de mesura d'objectius és l'habitual (projectar l'altura de la formació des del punt de trencament) i el volum ha de disminuir durant la formació del triangle i créixer al trencament.

Gràfic 17. Patró triangular ascendent



3. *Triangles descendents*: els triangles descendents (gràfic 18), en canvi, presenten una situació inversa. La línia de tendència baixista (o superior) està inclinada cap avall, mentre que la línia de tendència alcista és horitzontal. En aquest cas, els venedors són més agressius que els compradors, de manera que aquesta figura presenta cert biaix baixista. De nou, la majoria de vegades aquest tipus de triangle es resol a la baixa. La determinació d'objectius i el comportament del volum és l'habitual.

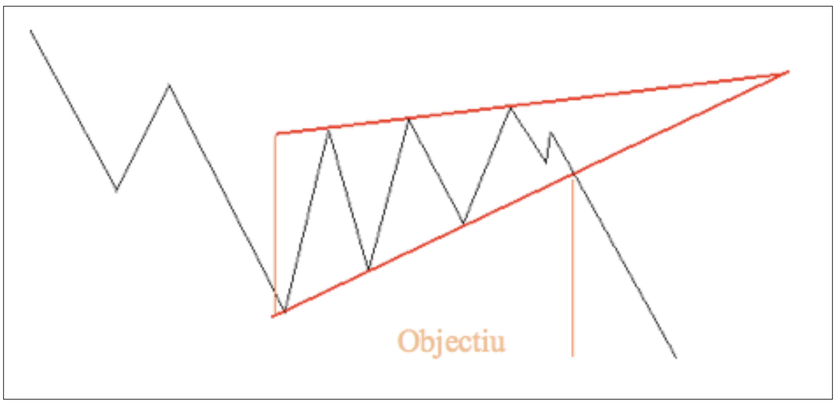
Gràfic 18. Patró triangular descendent



4. *Triangles expansius*: els triangles expansius es presenten de vegades com a patrons de continuïtat, però, amb més freqüència, suposen un patró de canvi baixista en els màxims d'una tendència alcista. Per aquesta raó, els analitzarem amb detall en el punt 7.4.5, dedicat als patrons de canvi de tendència.

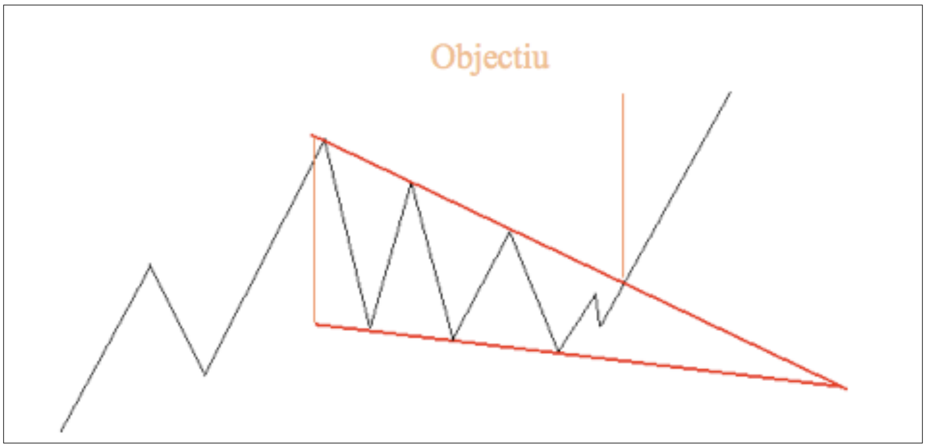
Falca: la formació en falca és un patró que s'assembla al triangle simètric tant per la seva forma (dues línies que convergeixen en un vèrtex) com pel temps que necessita per formar-se. El que distingeix la falca del triangle simètric és la inclinació de les línies de tendència (les dues s'inclinen en la mateixa direcció), que, normalment, és la direcció contrària a la tendència prèvia. El patró queda complet quan es trenca una de les línies de tendència que delimiten la figura. De nou, és desitjable que el volum disminueixi durant la formació de la figura i creixi en el trencament. Respecte als objectius de preus, com és habitual, es calcularan projectant l'alçada de la figura a partir del punt de trencament.

Gràfic 19. Falca alcista d'implicacions baixistes



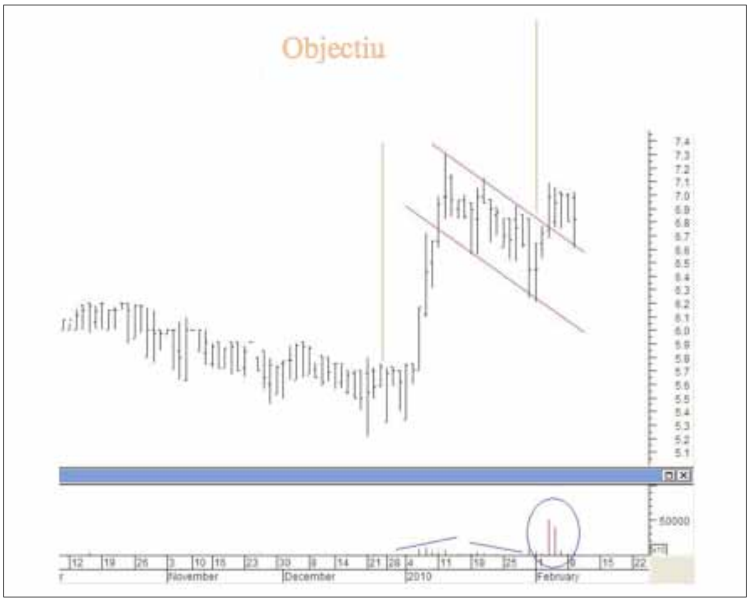
- Una *falca alcista* (vegeu gràfic 19) suposa un senyal baixista.
- Una *falca baixista* (vegeu gràfic 20) suposa un senyal alcista.

Gràfic 20. Falca baixista d'implicacions alcistes



Banderes i banderoles: les formacions de tipus bandera i banderola són figures de continuació molt corrents i útils, que suposen pauses breus en una tendència en vigor i que rarament suposen canvis de tendència (vegeu gràfic 21 i gràfic 22). Un dels requisits d'aquest tipus de formacions és que vinguin precedides d'un *moviment previ brusc* (gairebé vertical), amb un volum important. La formació bandera es diu així per la seva forma (un pal i dues línies de tendència paral·leles), mentre que la banderola sol ser una bandera en què les línies de tendència convergeixen i formen una espècie de triangle. Durant la formació de la figura, el mercat s'està prenent un descans, de manera que el **volum** decreix significativament mentre el rang de fluctuació dels preus s'estreny. L'acabament de la figura es produeix quan es trenca el rang estret de fluctuació, fet que és essencial que vagi acompanyat d'un increment important del volum. Tant en un cas com en l'altre, el *càlcul d'objectius* s'aconsegueix mesurant el pal que sosté la bandera o banderola i projectant-lo des del punt de ruptura de la formació. La *fiabilitat* de les banderes i banderoles és força alta, de manera que es poden prendre posicions durant la seva formació a favor de la tendència prèvia a la figura.

Gràfic 21. Patró de tipus bandera



Gràfic 22. Patró de tipus banderola



Patrons rectangulars: la formació rectangular o rectangle (vegeu gràfic 23) és habitualment una formació de continuïtat que suposa una pausa en els preus, preus que passen a moure's en un rang lateral delimitat per dues línies horitzontals paral·leles.

Un trencament significatiu fora del límit superior o inferior anuncia que el rectangle s'ha completat. Pel que fa al **volum** en aquesta formació, en ser una figura de consolidació, ha de disminuir durant la formació de la figura i créixer en el trencament d'alguna de les línies horitzontals. La tècnica de mesura i càlcul de *l'objectiu de preus* està de nou relacionada amb l'altura del patró. Per calcular l'objectiu mínim pronosticat pel patró, s'ha de mesurar-ne l'altura i projectar-la des del punt de trencament. Respecte a la presa de *decisions d'inversió* atès aquest patró, és prou fiable utilitzar les franges horitzontals per realitzar operacions de compravenda, així com també realitzar operacions una vegada s'ha completat el patró a través del trencament de la figura.

Gràfic 23. Patró rectangular



7.4.5 Patrons de canvi de tendència

Els patrons de canvi de tendència són formacions que impliquen el **canvi de la tendència** en vigor. Així, si la tendència és alcista, un patró de canvi indica que la tendència esperable després de figura serà baixista, i al revés. Aquestes formacions, que poden ser detectades a través de l'anàlisi gràfica o a través de models matemàtics, expressen el resultat de la batalla entre l'oferta i la demanda, i són el reflex del comportament psicològic dels inversors. Abans de començar amb l'anàlisi d'aquest tipus de patrons, hem d'indicar que els canvis importants de tendència requereixen un període de transició, d'ajust, de batalla de les forces d'oferta i demanda, període que queda reflectit, precisament, en el patró de canvi. Els patrons de preu de canvi de tendència són, per tant, imatges o formacions que apareixen en el gràfic de preu i que mostren gràficament com es resituen les forces oferta-demanda i com es prepara i consolida un canvi de tendència.

Abans de començar l'anàlisi detallada dels diferents patrons de canvi, hem de presentar una sèrie d'**aspectes preliminars** comuns a tots. Aquests aspectes són essencials i convé recordar-los sempre que es realitzi anàlisi tècnica:

1. *Existència d'una tendència anterior*: perquè es pugui parlar d'un patró de canvi de tendència, cal que existeixi una tendència, ja que òbviament hi ha d'haver alguna cosa per canviar. Poden existir patrons similars als de canvi de tendència, i fins i tot figures o imatges que ens els recordin, però si no disposem d'una tendència prèvia (alcista o baixista) clara, no es poden considerar com a patrons vàlids.

2. *Primer senyal*: el primer senyal que ens adverteix d'un canvi imminent en la direcció de la tendència és una ruptura important d'una línia de tendència. La violació d'una línia de tendència principal no anuncia necessàriament un canvi de tendència, però és la confirmació que la tendència s'està debilitant. De vegades, la ruptura d'una línia de tendència principal és el primer pas en la formació del model, mentre que, en altres ocasions, la ruptura d'aquesta línia de tendència coincideix amb la fi del model.

3. *Amplitud del patró*: com més gran o alt (en termes de variació percentual) i llarg o ample (en termes de durada temporal) sigui un patró, més gran serà el moviment subsegüent. Pràcticament totes les tècniques de mesura d'objectius de preus es basen en l'altura i amplada dels patrons.

4. *Durada i volatilitat*: els patrons superiors (canvi d'alcista a baixista) solen presentar menys durada i més volatilitat que els patrons inferiors (canvi de baixista a alcista). Els patrons inferiors solen ser de més durada, ja que cal més temps per a un canvi important en les forces oferta-demanda que ens portin a una pujada de llarga durada en els preus.

5. *Importància del volum*: s'ha comentat àmpliament que el volum ha de donar suport a la tendència. Encara que això és generalment cert, cal matisar que aquest suport del volum és més important en el costat ascendent, és a dir, en les tendències alcistes, i no tan important en les tendències baixistes. Vegem amb una mica més de detall aquesta afirmació. El volum, en una tendència alcista, s'ha d'incrementar en la direcció de la tendència, i és un factor clau, ja que demostra que el mercat dóna suport a aquesta pujada, que els inversors tenen interès, aposten, negocien en aquesta direcció. És impossible que un mercat pugi de manera sostinguda si no augmenta el volum, si no «entra diner», com se sol conèixer en l'argot tècnic. En canvi, en una tendència a la baixa, encara que la confirmació de la tendència per part del volum també sigui important, no és imprescindible. Se sol dir que perquè un mercat caigui, no cal res (ni tan sols volum), ja que els mercats «cauen pel seu propi pes».

6. *Pautes teòriques*: tots els patrons de canvi presenten una sèrie de pautes teòriques tant gràfiques com de volum, pautes que, en la realitat, no es compleixen al peu de la lletra. Així, en patrons dobles o triples, els pics poden no estar exactament al mateix nivell, o les pautes de volum en diferents formacions poden no complir-se gens. Com més pautes es donin en la situació analitzada, com més proper a la teoria sigui el patró real que presenten els preus d'un actiu, més fiabilitat generarà aquesta formació com a

indicador de canvi i eina de càlcul d'objectius teòrics. Tot i això, si la majoria de pautes teòriques no es compleixen, hem de desconfiar del patró, i pensar que segurament trobem una formació que presenta certa semblança amb els patrons estudiats, però que no n'és un.

7. *Filtres*: en tot tipus de formacions i eines tècniques hem de tenir en compte que s'analitzen moviments significatius del mercat. Recordem que la majoria d'analistes tècnics utilitzen una combinació de filtres basats en dos elements: filtres de magnitud o de percentatge de variació (3%-5%) i filtres de temps. Aquests tipus de filtres són també essencials en l'anàlisi de formacions de canvi que presentem a continuació, ja que ajuden a detectar els *senyals falsos* (*whipsaws*), coneguts també com *trampes alcistes* i *trampes baixistes*.

Fets aquests comentaris previs, podem agrupar els diferents patrons de canvi en *dos grans grups*: de *canvi alcista-baixista* (espatlla-cap-espatlla, els dobles i triples sostres, els patrons arrodonits, les V invertides i les illes) i de *canvi alcista-baixista* (espatlla-cap-espatlla invertit, els dobles i triples sòls, els patrons arrodonits, les V i les illes). Passem ara a analitzar-los amb detall.

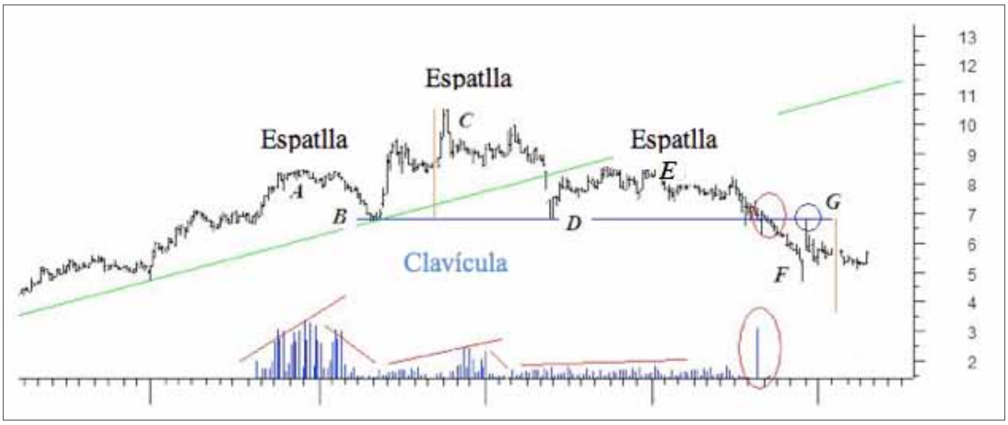
Patró espatlla-cap-espatlla (ECE):[34] el patró de canvi espatlla-cap-espatlla (o figura del fantasma) és una figura essencial, ja que la majoria de figures de canvi són variacions d'aquest patró, i es tracta d'una figura de canvi alcista-baixista. Imaginem que estem en una tendència alcista (línia verda del gràfic 24). S'hi van superant contínuament màxims, i els mínims cada vegada són més alts, i mostren la fortalesa de l'impuls alcista (punts A i B). En un moment determinat, després d'un sostre superior a l'anterior (punt C), es produeix un fet insòlit: el mínim no s'atura en una cota superior, sinó que busca una zona ja testada prèviament (punt D). De vegades, com en el cas de la figura, amb aquest moviment fins i tot s'ha trencat una línia de tendència alcista (línia verda), encara que aquest fet no és absolutament necessari per a la formació de l'ECE. Arribats a aquest punt, s'ha dibuixat el que es coneix com l'espatlla esquerra i el cap de la figura, i ja es pot traçar la línia clavicular o base del coll (zona de suport que uneix els punts B i D).[35] El punt D es pot entendre de moment com un fet curiós, ja que la tendència de fons continua sent alcista i els inversors esperen la superació dels màxims anteriors. Encara que aquesta és la visió de la majoria del mercat, la realitat és que s'està produint una fase de distribució i que el nou mínim ha de ser considerat com un avís. En la següent recuperació, el màxim aconseguit és inferior a l'anterior (punt E) i tornen les caigudes, fet que de nou hauria de cridar l'atenció de l'analista, perquè ja disposem de la meitat dels requisits d'una tendència a la baixa (pics decreixents). El patró es completa quan els preus no són capaços de mantenir-se sobre la línia clavicular i l'acaben

34 És possible trobar algunes formacions ECE que actuen com a figures de continuació.

35 Al gràfic 24, la línia clavicular és horitzontal. Podem trobar línies claviculars ascendents, descendents i horitzontals en figures ECE.

perdent (punt F).[36] Podem considerar aleshores que la fase de distribució ha acabat i ha començat una tendència baixista. En aquest punt, hem de recordar que s'han d'aplicar *filtres (de percentatge i de temps)* per determinar si la línia clavicular s'ha perforat.

Gràfic 24. Patró espatlla-cap-espatlla (ECE)



Després d'analitzar les pautes gràfiques de la figura, cal analitzar les pautes de *volum*. El volum ha de créixer en la direcció de la tendència mentre es forma el patró, tendència que de moment continua sent alcista, és a dir, ha de créixer en la formació de l'espatlla esquerra (punt A), en la formació del cap (punt C) i en la formació de la segona espatlla (punt E); aquests creixements en el volum són cada vegada menors, i el volum és més important en la formació de la primera espatlla, més lleuger en la formació del cap i molt menor en la formació de la segona espatlla. Aquests increments de volum han d'anar seguits de retrocessos (per falta de negociació) en la formació de cada mínim (de A a B, de C a D, i a partir de E). Finalment, la pauta de volum es completa quan augmenta considerablement amb el trencament de la línia clavicular.

El *moviment de retorn* (*pullback*): generalment, quan ja s'ha completat el patró de canvi, pot aparèixer un retorn a alguna de les zones de preus que s'han perdut en els últims moviments. Normalment aquest retorn testeja de nou els mínims perduts (punt D) o la línia clavicular, que ara s'han convertit en zones de resistència, i han format amb aquest moviment de tornada un nou màxim relatiu (punt G). Si el trencament de la línia clavicular s'ha produït amb molt de volum és més improbable el *pullback*. En canvi, si el volum ha estat menor, les possibilitats d'un moviment de retorn augmenten. Un cop el patró de preus ha travessat la base del coll i s'ha completat el patró ECE, la cotització no hauria de tornar a creuar la base del coll (ni tan sols amb el *pullback*), ja que es tractaria d'una seriosa advertència que la ruptura inicial va ser probablement falsa i que podrien no complir-se els objectius de preus que pronostica la figura.

36 Patró ECE complex: es tracta d'una variació del patró ECE que pot presentar diferents caps, o espatlles dobles, etc. Per tal de detectar un ECE complex, hem de tenir en compte la propietat de simetria. Així, per exemple, si trobem dues espatlles esquerres, generalment s'espera una major probabilitat d'aparició de dues espatlles dretes.

Respecte a aquests **objectius de preus**, el mètode per determinar l'*objectiu de caiguda mínima* de preus es basa, com sempre, en l'altura del patró. Es tracta de prendre la distància vertical des del cap (punt C) fins a la base del coll, i projectar aquesta distància a partir del punt on la cotització trenca la línia clavicular. En el moment de calcular els objectius de preus, cal tenir en compte l'existència d'àrees d'importància significativa (zones de suport, línies de tendència, buits, percentatges de retrocés, etc.) que puguin suposar un fre a les caigudes, perquè aquestes àrees ens deurien fer ajustar les projeccions. Posem un exemple, imaginem que un patró ECE indica una caiguda mínima fins a 30 euros, però en els 31 euros trobem un suport importantíssim que s'ha respectat durant 10 anys, més un buit d'escapament de l'última etapa alcista i que, en aquest preu, a més, es compleix el 33% de retrocés de l'ona alcista anterior. És plausible pensar que la zona de 31 euros suposarà un suport importantíssim i que possiblement (almenys, en una primera fase) la cotització s'aturarà en els 31. Una vegada coneixem el patró, és el moment de preguntar-nos quina ha de ser *l'estratègia d'inversió* que hi podem acomodar. El més comú és que els analistes tècnics aprofitin la confirmació de l'ECE (trencament de la línia clavicular) per vendre el títol si el tenien, o fins i tot prendre posicions baixistes a través de derivats per tal d'aprofitar la baixada prevista. La gran fiabilitat del patró ECE permet que es pugui esperar a la confirmació de la figura i no sigui desitjable intentar prendre posicions avançant-se a la finalització de la figura.

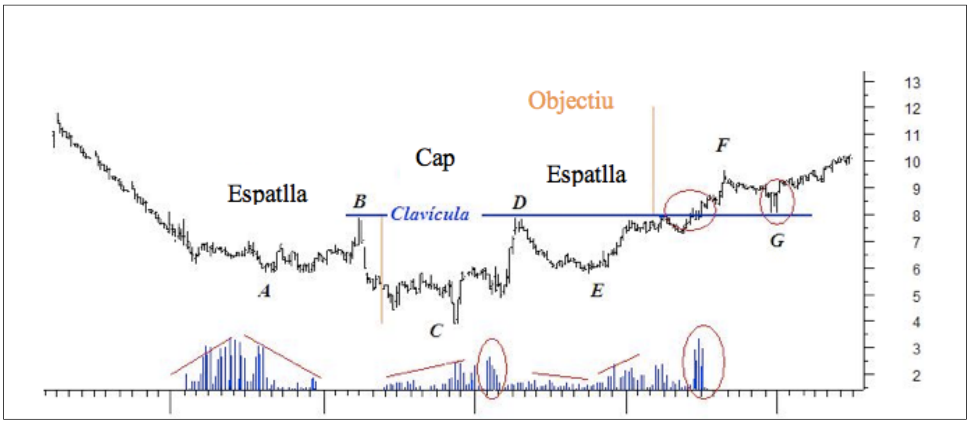
El patró espatlla-cap-espatlla invertit (**ECEi**): el patró de canvi espatlla-cap-espatlla invertit no és més que la figura inversa a l'ECE i reflecteix, per tant, un canvi de tendència baixista-alcista. El patró, observable al gràfic 25, està compost per tres valls o mínims: dos formen les espatlles i un el cap, que es troba en una situació més baixa que les respectives espatlles. De nou podem parlar de la base del coll (o línia clavicular) i de la importància de la superació d'aquesta línia per completar el patró.[37] També, un cop s'ha trencat la línia clavicular, podem assistir a un moviment de retorn (punt G) que sol rebre el nom de *throwdown*, moviment que és molt més comú en els ECEi que els *pullbacks* dels ECE. Un cop els preus han travessat la base del coll i s'ha completat el patró ECEi, la cotització no ha de perdre la línia clavicular, ja que qualsevol tancament significatiu per sota d'aquesta línia és una seriosa advertència d'una ruptura falsa, i de possibilitats d'incompliment de les previsions de l'ECEi. Pel que fa al *càlcul d'objectius mínims*, de nou la tècnica consisteix a mesurar l'altura del patró i projectar-la a partir del punt de trencament de la línia clavicular. De manera semblant al seu homòleg ECE, el patró de **volum** és essencial, fins i tot més important, perquè, tal com s'ha informat amb anterioritat, el volum és clau en les tendències alcistes o, en el nostre cas, en la formació d'aquestes tendències. Si no hi ha una pressió compradora, un interès per part de la demanda, és impossible que assistim a una fase alcista amb garanties, ja que el

37 Els comentaris fets sobre la inclinació de la línia clavicular i sobre els ECE complexos són aplicables de nou als ECEi.

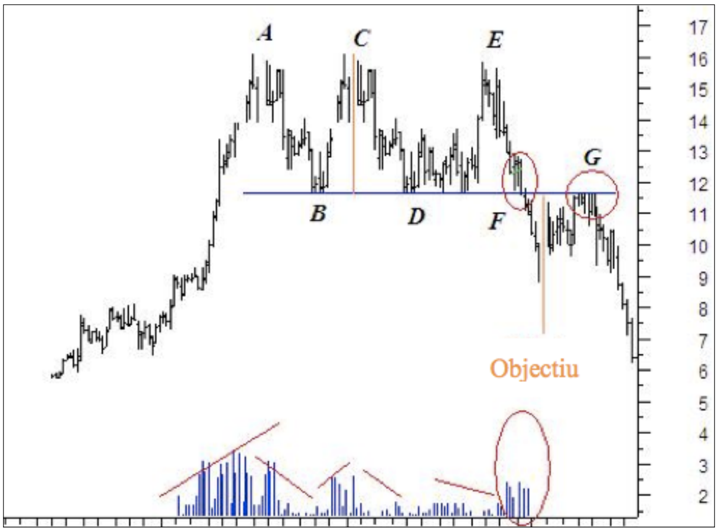
mercat no puja per inèrcia. Els preus només pugen quan la demanda (els compradors) són més agressius que els venedors. Aquest patró de volum, per tant, és el següent: el volum en la baixada que forma el cap (zona B a C) és inferior al de la baixada que forma l'espatlla esquerra (fins a A). La pujada a partir del cap (zona C a D) comença a mostrar un increment d'operacions (que indica que l'equilibri de forces oferta-demanda subjacent està canviant). La caiguda fins a l'espatlla dreta (zona D a E) hauria de presentar volum molt lleuger, i en la pujada següent aparèixer de nou l'interès comprador, interès que explota en travessar la base del coll. Respecte a *l'estratègia d'inversió*, igual que es feia amb l'ECE, és important esperar que es confirmi el patró per prendre posicions alcistes.

Patró superior triple: un patró superior triple, o triple sostre (*triple top*), es pot observar al gràfic 26. Com es pot veure fàcilment, el triple sostre és una variació de l'ECE en la qual els tres pics (espatlles i cap) presenten aproximadament la mateixa alçada. Aquest patró queda complet quan els preus travessen a la baixa la línia de suport (coneguda com a línia clavicular en el patró ECE). El *volum*, de nou, juga un paper essencial en la formació del patró: tendeix a disminuir en cada pic i ha de créixer en el trencament de la base. També és comú assistir a un moviment de retorn, a un *pullback* (punt G), abans que continuïn les caigudes projectades. Els *objectius mínims* previstos, de nou, es calculen de manera similar als objectius de l'ECE, mesurant l'altura entre el segon pic i la línia clavicular i projectant-la una vegada la cotització ha trencat la base. Finalment, *respecte a l'estratègia d'inversió*, de nou és important esperar que es confirmi el patró per prendre posicions baixistes.

Gràfic 25. Patró ECEi

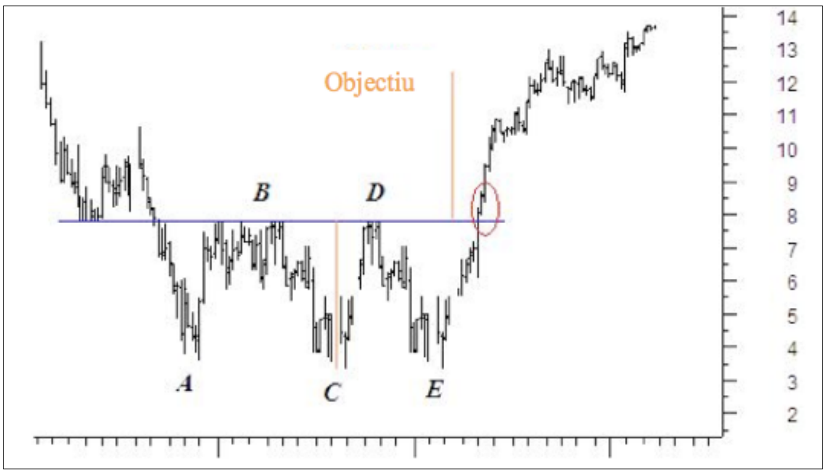


Gràfic 26. Patró superior triple



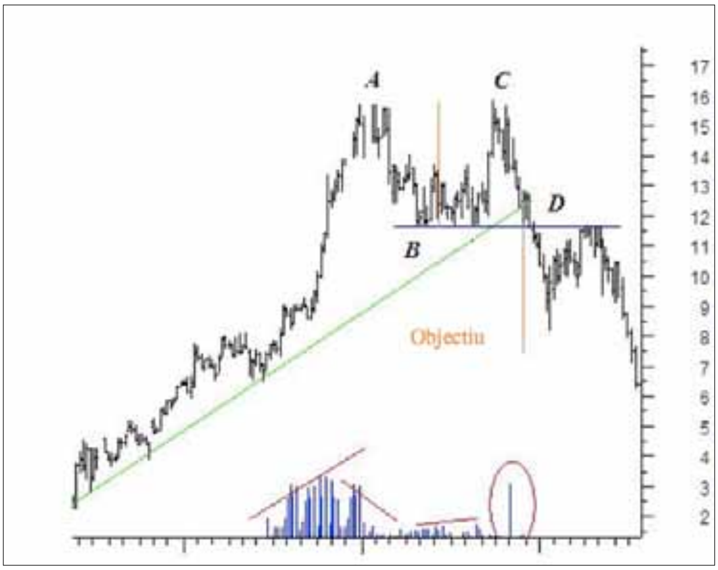
Patró inferior triple: un patró inferior triple, o triple sòl (*triple bottom*), està disponible al gràfic 27. És fàcil veure com el triple sòl és la figura simètrica del triple sostre i té, en aquest cas, implicacions de canvi alcista. De nou, el patró de **volum** és essencial. El volum va perdent força en la direcció de la tendència baixista a mesura que avancem en el patró (sol ser més important fins a A que de B a C, o de D a E) i va creixent en les tendències alcistes (és major de C a D que de A a B, i finalment incrementa molt a partir de E i sobretot en la ruptura de la línia clavicular). Els *objectius mínims* de pujada es calculen, com és habitual, projectant l'alçada del patró a partir del punt de ruptura, i és de nou essencial per a l'inversor esperar que es confirmi el patró per prendre posicions alcistes.

Gràfic 27. Patró inferior triple

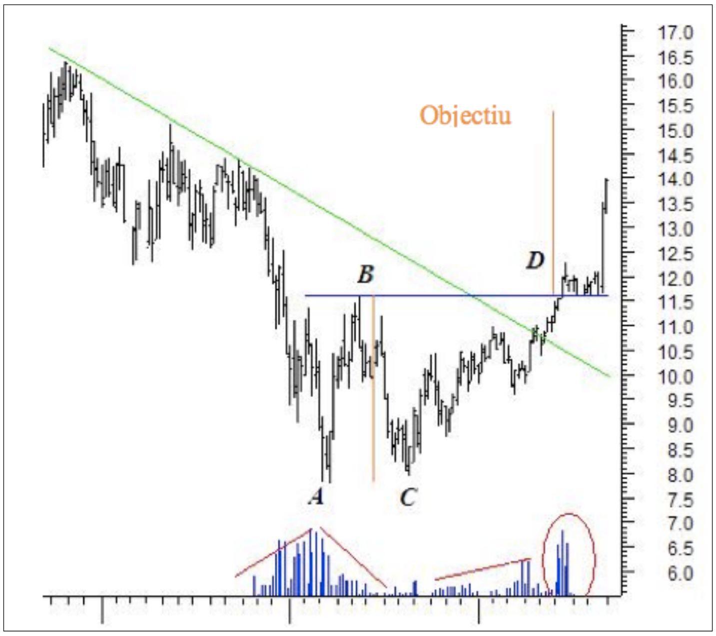


Patró superior doble: el patró superior doble, doble sostre o patró M (*double top*), és un dels patrons més comuns en l'anàlisi tècnica. En aquest patró, les cotitzacions proven una mateixa zona dues vegades, i donen lloc a dos pics similars. Els patrons de volum són molt semblants als dels triples sostres i els ECE (decreixent en les tendències alcistes i creixent en les baixistes). El gràfic 28 mostra amb més detall aquest patró. En una tendència a l'alça (línia verda), el mercat estableix un nou màxim (punt A) normalment amb un volum relativament important. El mercat llavors cau fins al punt B, i es produeix també una caiguda significativa del volum. Fins aquí es segueixen al peu de la lletra les condicions d'una tendència alcista forta. No obstant això, en la següent pujada fins al punt C, la cotització no és capaç d'establir un nou màxim i tanca una altra vegada a l'altura del pic A. Si prestem atenció al volum, sol ser inferior al presentat en l'anterior pujada. Fins aquest moment només disposem d'un possible patró doble, però encara no ha quedat confirmat. El patró queda complet quan la cotització trenca la zona de suport establerta utilitzant el punt B (línia blava), i és aconsellable que aquesta ruptura es produeixi amb un increment significatiu del volum per estar segurs que ens trobem davant d'aquest patró. En aquest tipus de figura, també podem assistir a un moviment de retorn (*pullback*), que suposarà una prova de la fortalesa d'un suport anterior (línia blava) que ara actua com resistència. Pel que fa al càlcul d'*objectius mínims,* de nou la tècnica és mesurar l'altura del patró i projectar-la des del punt en què s'ha realitzat el trencament del suport (línia blava).

Gràfic 28. Patró superior doble



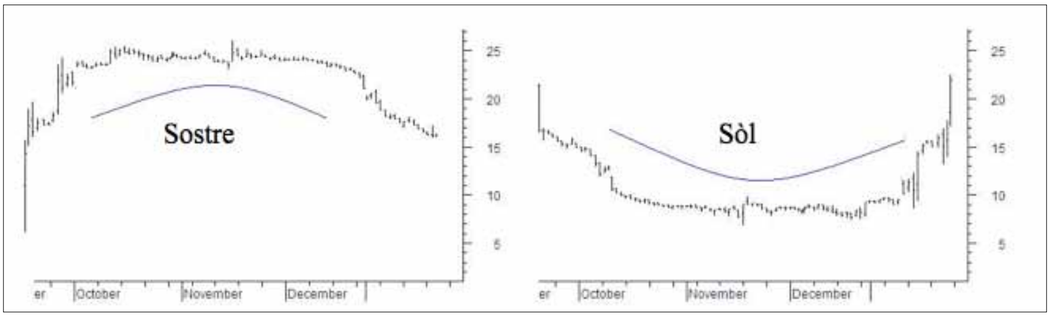
Gràfic 29. Patró inferior doble



Patró inferior doble: el patró inferior doble, doble sòl o patró W (*double bottom*) és la figura simètrica del patró superior doble, i és, per tant, una figura de canvi baixista-alcista. Els patrons gràfics són inversos al doble sostre i el volum es comporta de manera similar al d'altres patrons de canvi baixista-alcista. El càlcul d'*objectius mínims* es fa de nou amb la projecció de l'alçada vertical del patró a partir del punt de trencament, i convé recordar que és desitjable esperar que es confirmi per tal de prendre posicions alcistes. Es pot observar aquesta figura al gràfic 29.

Sostres i sòls arrodonits: aquest tipus de figures es formen a través d'un canvi gradual i lent en les forces d'oferta i demanda (vegeu gràfic 30). Així, en una tendència alcista, un sostre arrodonit significa un canvi lent i gradual de tendència alcista a lateral, i de lateral a baixista. Els sòls arrodonits, també anomenats *platerets* o *tasses*, són figures simètriques als sostres arrodonits, on, de nou, el canvi de baixista a alcista és molt lent i gradual. És molt difícil establir quan la figura queda completa, de manera que és també difícil establir quan els preus començaran a moure's en la direcció oposada. En els patrons arrodonits és molt important el temps, calen uns quants mesos o fins i tot anys per formar-se. Com més temps es consumeix en la seva formació, més força tindrà el moviment posterior. Respecte a les pautes de volum, és comú que disminueixi a mesura que es forma la figura, de manera que els inversors mostren desinterès en aquest actiu, i que el volum creixi un cop s'ha completat el patró. La presa de decisions d'inversió és convenient fer-la precisament amb aquest increment de volum del final de la figura. D'aquesta manera, l'inversor s'assegura atrapar la tendència que ja s'ha format i està en vigor, i no caure en la no-tendència i l'atonia que regeix i guia durant mesos la formació de la figura.

Gràfic 30. Sostres i sòls arrodonits

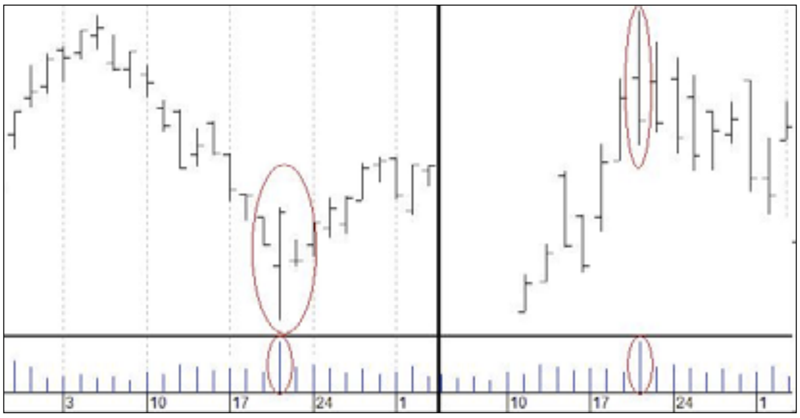


TRIANGLES EXPANSIUS: els triangles expansius (també anomenats *megàfons*) són variacions poc corrents dels triangles que ja van ser comentats breument en l'apartat dedicat a aquestes figures. Es tracta de triangles «girats a l'inrevés», formacions expansives que funcionen exactament al contrari que un triangle normal. Aquesta figura mostra una situació inestable en el mercat, posa de manifest un mercat que està fora de control, i apareix en els màxims d'una tendència alcista; és, per tant, una figura de canvi baixista. Com mostra el gràfic 31, les línies de tendència no convergeixen, sinó que divergeixen a partir d'un vèrtex. Per dibuixar el patró es necessiten tres pics creixents i dos de decreixents. La pèrdua dels preus marcats pel segon vall, situació que es produeix al punt 6, dóna per finalitzada la figura. Pel que fa al volum, el més habitual és que s'expandeixi en la formació de la figura (al contrari del que passa en un triangle tradicional) i augmenti encara més en el moment de completar el patró. La presa de decisions d'inversió en cas de triangles expansius és força més fiable que amb la resta de triangles, i és convenient esperar que es confirmi el patró per tal de prendre posicions baixistes.

Gràfic 31. Figura triangular expansiva



Gràfic 32. Sessions de canvi



Sessions de canvi: les sessions de canvi (o dies de canvi) són aquelles sessions en què es produeix un canvi molt significatiu en l'equilibri de forces oferta-demanda. Imaginem que ens trobem en una tendència alcista molt important. Una sessió de canvi (clímax de compra) es produeix quan durant aquesta sessió es fixa un nou màxim que no fa més que continuar la tendència alcista precedent i, fet això, la demanda es debilita i el tancament de la sessió acaba sent inferior al del dia anterior. De manera semblant, en una tendència a la baixa, una sessió de canvi (clímax de venda) es produeix quan durant la sessió, després de marcar un mínim que no fa més que continuar la marcada tendència baixista, els preus es recuperen i s'acaba tancant a uns preus superiors als de tancament de la sessió anterior. Com *més rang* hagi recorregut la sessió de canvi i com *més alt sigui el volum*, més important serà la senyal de canvi de tendència que marquen aquestes figures. Les sessions de canvi són molt habituals en els mercats financers i solen marcar un canvi de tendència normalment a curt termini, fet que pot ser aprofitat pels inversors per prendre decisions d'inversió en aquest horitzó temporal. La fortalesa i capacitat predictiva d'aquestes figures per al llarg termini és força escassa, així que no convé prendre decisions en aquests intervals utilitzant les sessions de canvi. L'anàlisi dels processos psicològics subjacents a aquestes formacions és extraordinàriament important. Així, en un clímax de compra, el mercat creu que els preus continuaran pujant, de manera que els inversors aposten per les compres. Inexplicablement, la força de les compres es debilita i el mercat comença a retrocedir. Davant la incredulitat dels inversors, el preu continua perdent força i l'actiu acaba baixant (ja que el preu de tancament és inferior al del dia anterior). El mercat, per tant, no ha estat capaç de suportar les cotes assolides. En una tendència a la baixa, l'anàlisi psicològica també ens revela una situació interessant. Els inversors veuen, amb abnegació, com els preus continuen caient, i assoleixen nous mínims. Un dia determinat, les caigudes continuen (normalment de manera molt intensa), però, sense saber ben bé per què, es moderen, el preu recupera terreny i la cotització acaba pujant (ja que el preu de tancament és superior al de tancament del dia anterior).

Podem observar un clímax de venda a la part esquerra del gràfic 32, mentre que a la part dreta del mateix gràfic hi trobem un clímax de compra.

Figures V: les figures V (gràfic 33) són patrons de canvi que podríem considerar com una generalització de les sessions de canvi. En les figures V, el mercat mostra la mateixa psicologia que en una sessió de canvi, però calen unes quantes sessions per realitzar el canvi de tendència. Així, en una tendència alcista (baixista) que presenta una gran inclinació, poden produir-se canvis bruscos de tendència que prenen forma de V, d'aquí el nom que reben aquestes figures. Respecte al volum, sol ser molt fort durant la formació. La presa de decisions d'inversió utilitzant aquest tipus de patró és extraordinàriament difícil, de manera que és recomanable utilitzar alguna figura o tècnica addicional per prendre finalment la decisió d'inversió.

Gràfic 33. Figura V



Canvi en illa: l'illa o canvi en illa no és una figura de canvi de tendència gaire habitual, però presenta unes implicacions molt importants en el cas que es produeixi. Imaginem una tendència alcista (baixista) i, cap al final d'aquesta tendència, un *gap* d'esgotament. La cotització, una vegada dibuixat el *gap*, s'estanca i és incapaç de trencar màxims (mínims), fins que al final dibuixa un *gap* de separació a la baixa (a l'alça), i inicia així una tendència baixista (alcista). Per la figura que presenten els moviments de preus descrits, una situació així es coneix amb el nom d'*illa*, ja que les cotitzacions queden aïllades per les dues bandes de la resta de preus. Al gràfic 34 es pot observar un patró de canvi en illa.

Gràfic 34. Canvi en illa



7.4.6 Volum

Ja s'ha comentat anteriorment que la matèria primera per a l'analista tècnic és el *moviment del mercat*, del qual s'extreu bàsicament el *preu*, però també el **volum** d'operacions (i l'interès obert en cas que analitzem productes derivats).

El volum es presenta a la part inferior dels gràfics a través de barres verticals i indica el nombre de transaccions realitzades (en unitats monetàries o, el més corrent, en nombre d'actius transaccionats). En primer lloc, el volum és un indicador molt important a l'hora de donar fiabilitat a la tendència, ja que ha de créixer amb la tendència i decréixer en els moviments a contratendència. Aquest creixement és molt important en les tendències a l'alça (un mercat no puja si no hi «entra diner»), i no és tan important en les tendències a la baixa. Si el volum no dóna suport a la tendència dominant, som davant d'una divergència que ens adverteix de debilitat. En segon lloc, els patrons de volum també són essencials en la formació i confirmació de figures de continuació i canvi de tendència. Així, en la ruptura d'aquestes formacions, és desitjable un increment de volum, fet que donarà més probabilitats de compliment als objectius de preus predits per cada figura. Finalment, se sol dir que el *volum precedeix al preu*, que significa que la falta de força en la tendència es reflecteix abans en el volum que en el preu. Així, per exemple, en un mercat alcista que arriba a la fi, l'interès comprador es pot anar reduint (baixada de volum) a mesura que escalem posicions, fet que ens adverteix que la pressió compradora s'està debilitant, i que és possible que el preu comenci a baixar si aquest interès comprador no es reprèn.

Fer una anàlisi visual de les variacions de volum no és, precisament, una tasca fàcil. Per facilitar l'anàlisi de volum (i d'interès obert) que ha de realitzar l'analista tècnic, existeixen diferents indicadors. Un dels més importants és l'OBV. *On balance volume (OBV) o volum total acumulat (VTA)*: aquest indicador tracta de mesurar quantitativament les barres verticals de volum que apareixen a la part inferior del gràfic per detectar com evolucionen les forces d'oferta i demanda. Així, la línia OBV (VTA) es calcula sumant el volum dels dies o sessions de pujada, i restant el volum dels dies o sessions de baixada. Així, un tancament més alt (baix) que la sessió anterior fa que el volum d'aquesta sessió rebi un valor positiu (negatiu) i se sumi (resti) al volum total acumulat fins aquell moment. L'important és la direcció de l'OBV i no els nombres per si mateixos (que varien en funció del període d'estudi que utilitzem). Si el volum dóna suport a la tendència dominant, la línia de l'OBV hauria d'anar en la mateixa direcció que la tendència de preus. Si la tendència és alcista (baixista), la línia OBV hauria d'anar creixent (decreixent), ja que el volum ha de ser superior en les pujades (baixades) i menor en les baixades (pujades). Una divergència indica que les forces que guien la tendència s'estan debilitant. Al gràfic 35, l'indicador OBV creix amb la tendència. En un moment determinat (cercle blau), els preus són a prop dels màxims i la tendència alcista continua en vigor mentre l'indicador OBV comença a divergir, fet que indica que la pressió compradora disminueix. Aquesta debilitat de la pressió compradora es materialitza poc després amb un descens important dels preus. La simplicitat de l'indicador OBV fa que, de vegades, produeixi senyals incorrectes, ja que no tracta adequadament tots els moviments intrasessió. Per tal de millorar les senyals d'aquest indicador existeixen moltes variacions com poden ser l'índex de demanda de James Sibbet, l'índex de rendibilitat de Herrick, l'acumulació-distribució, etc.[38]

Gràfic 35. OBV



38 Recomanem la lectura de Murphy (2003) per a un tractament exhaustiu d'aquest punt. L'indicador acumulació-distribució mereix un tractament especial entre les diferents alternatives a l'OBV.

Ràtios put/call. Tot i que no és l'objectiu d'aquest material endinsar-se en l'anàlisi de l'interès obert, ens agradaria presentar aquí aquesta ràtio per la seva importància. La ràtio *put/call* compara el nombre d'opcions *call* (alcistes) amb el nombre d'opcions *put* (baixistes), i determina així «el sentiment de mercat». Quan els operadors són alcistes, el volum d'opcions *call* excedeix el volum d'opcions *put*, i la ràtio cau. Una actitud baixista, en canvi, queda reflectida en un major volum d'opcions *put* i una ràtio més alta. Valors molt alts de la ràtio signifiquen que el mercat és «massa pessimista» i pronostiquen una pujada de preus, mentre que valors massa baixos signifiquen que el mercat és «massa optimista» i pronostiquen una caiguda dels preus.

7.4.7 Mitjanes mòbils

Ja s'ha comentat amb anterioritat que l'anàlisi tècnica incorporava, a més de l'estudi de gràfics, mètodes i càlculs estadístics que la dotaven de més precisió. Un d'aquests mètodes, molt utilitzat i conegut, és el de les *mitjanes mòbils*, també conegut per *moving average* (MA). Per la seva versatilitat, facilitat de programació i ús tant en inversions esporàdiques com en sistemes automàtics de *trading*, les MA són un dels elements més utilitzats en l'anàlisi tècnica i volen determinar la tendència subjacent en els preus d'un actiu. Com que els preus dels actius varien constantment i són sotmesos a brusques variacions, les *mitjanes mòbils (de preus)*[39] tenen per objectiu, precisament, netejar el «soroll» dels preus i trobar la tendència que els guia. Les **mitjanes mòbils** posen aleshores de manifest la *tendència passada subjacent*, una tendència que es presenta de manera suau en el gràfic a través d'una corba superposada a les cotitzacions.

Les mitjanes mòbils són una *mitjana o ponderació matemàtica d'un conjunt (bloc) de dades* que «es va traslladant» cap endavant amb cada nova sessió. Així, si, per exemple, volem fer una mitjana mòbil dels preus de tancament[40] de les 20 últimes sessions, agafarem la dada de la sessió d'avui i les 19 anteriors, retrocedint des d'avui cap al passat. A la sessió següent farem exactament el mateix (agafar la dada de la sessió i les 19 anteriors), i així de forma successiva. D'aquesta manera s'observa com la mitjana mòbil utilitza dades canviants, ja que incorpora cada vegada el preu de la nova sessió i elimina el preu més allunyat en el temps.

La mitjana mòbil d'un bloc de dades (en el nostre cas, preus de tancament) es pot calcular utilitzant diferents aproximacions. Així, la manera més comuna de calcular una MA és a través del que es coneix com *mitjana mòbil simple* (MMS) o *mitjana aritmètica*

39 Es pot calcular una mitjana mòbil de qualsevol dada que es vulgui (volum, interès obert, indicadors, etc.), tot i que en aquest apartat ens centrarem en el càlcul de mitjanes mòbils de preus.

40 La majoria d'analistes utilitza preus de tancament per calcular les MA, tot i que es poden utilitzar preus màxims, mínims, etc. Per a una reflexió completa sobre quins preus podem incloure en el càlcul d'una mitjana mòbil, vegeu Murphy (2003).

(fórmula que es pot trobar a l'apartat 2 de l'annex estadístic d'aquest mateix material). La MMS fa una mitjana aritmètica amb el bloc de preus que vulguem (sumant-los i dividint el resultat pel nombre de dades que es tenen en compte), i va incorporant els nous preus i eliminant els antics a mesura que van transcorrent les sessions. Tot i que la mitjana mòbil simple és una de les tècniques més utilitzades, presenta un problema que cal tenir en compte: atorga la mateixa importància a tots els preus, però podem pensar que el preu més proper podria tenir més influència en el futur que no pas el preu més allunyat en el temps. Per tal de solucionar aquest problema, existeixen diferents metodologies de càlcul de les MA. Així, la mitjana mòbil ponderada linealment o la mitjana mòbil ponderada exponencialment solucionen en part els problemes de la mitjana mòbil simple.[41]

A més d'establir la fórmula de càlcul més adequada per a les MA, una altra de les decisions que ha de prendre l'analista és la d'*establir la longitud* de la mitjana mòbil que vol utilitzar. Hem de dir que les mitjanes de poques dades són més sensibles als preus, és a dir, que seguiran més de prop les cotitzacions; d'altra banda, les mitjanes amb més longitud seran menys sensibles, seguiran de lluny les cotitzacions i allisaran més les variacions de preus. Les longituds més habituals utilitzades pels analistes són les MA de 5, 10, 20, 40, 50, 70, 100 i 200 sessions. La *longitud òptima* dependrà de l'objectiu que perseguim amb la nostra estratègia d'inversió. Així, si l'objectiu de l'inversor és realitzar operacions a llarg termini, no tindrà gaire sentit que utilitzi mitjanes curtes (5, 10, 20, 40...), perquè les tendències que recullen aquestes mitjanes són les de curt termini, tendències que no interessen. En canvi, si l'inversor vol realitzar operacions a curt termini, no tindrà cap sentit que utilitzi mitjanes de moltes sessions (100, 150, 200 sessions). El més adient és que cada inversor o analista intenti «optimitzar» la longitud de les MA que utilitza de manera que aquestes s'adaptin tant com sigui possible a la seva operació i que produeixin els millors resultats. Aquesta optimització es pot realitzar a través de tècniques matemàtiques, algoritmes evolutius o xarxes neuronals, encara que la majoria d'analistes ho fan partint de la seva experiència.

Posem un exemple per tal d'entendre millor com es calcula una MMS. Imaginem que l'analista ha arribat a la conclusió que la longitud òptima de l'MMS que ha d'utilitzar és de 10 sessions, i la calcula utilitzant els preus d'un actiu determinat (taula 1). El primer dia per al qual es pot computar la mitjana és el dia 10, ja que per als anteriors no es disposa de prou dades. La mitjana mòbil simple del dia $t=10$ i $t=11$ es calcularia de la manera següent:

$$MA(10)_{t=10} = \frac{(9{,}3+9{,}4+9{,}5+9{,}7+8{,}9+9{,}6+10+10{,}2+9{,}7+9{,}4)}{10} = 9{,}57$$

41 Per a una anàlisi detallada d'aquest punt, vegeu Murphy (2003).

$$MA(10)_{t=11}=\frac{(9,4+9,5+9,7+8,9+9,6+10+10,2+9,7+9,4+9,4)}{10}=9,58$$

Taula 1. Mitjana mòbil (MA) de 10 sessions

Dia	*Preu*	*MA (10)*
1	9,3	***
2	9,4	***
3	9,5	***
4	9,7	***
5	8,9	***
6	9,6	***
7	10	***
8	10,2	***
9	9,7	***
10	9,4	9,57
11	9,4	9,58
12	9,5	9,59
13	9,8	9,62
14	8,9	9,54
15	9,9	9,64
16	9,6	9,64
17	9,7	9,61
18	10	9,59
19	10,2	9,64

Finalment, i ja per acabar aquest punt, ens agradaria fer èmfasi en l'**ús** i les possibilitats que presenten les MA. En general, hem de recordar que *les MA poden ser enteses com a línies de tendència corba* i són, per tant, aplicables totes les idees i estratègies presentades en l'apartat dedicat a les tendències. Tot i així, convé fer algunes referències específiques a les MA. Com es pot veure al gràfic 36, en una tendència alcista les mitjanes es troben per sota de la cotització. Al contrari, en una tendència a la baixa les mitjanes es troben per sobre de la cotització. Al gràfic 36 podem observar, a més, com l'MA serveix com a línia de tendència baixista (frena la cotització en cada rebot) i com la mateixa MA serveix de línia de tendència alcista (suporta les caigudes durant la reacció alcista) un cop la cotització ha trencat la mitjana mòbil.

En segon lloc, un altre ús habitual de les mitjanes mòbils consisteix a utilitzar-les com a generadores de senyals de compra i venda. En ser enteses com a línies de tendència corba, si els preus trenquen a l'alça la mitjana mòbil, s'entendrà com un senyal de compra, mentre que un trencament a la baixa generarà un senyal de venda. En aquest

punt, cal reconèixer que els senyals de compra i venda depenen directament de la mitjana que s'utilitzi. Una mitjana curta, en ser més propera a la cotització, generarà més senyals de compra i venda que una mitjana llarga. Això significa més operacions, més costos i també més «soroll» en els senyals. A canvi d'aquests problemes, les mitjanes curtes detecten molt abans els canvis de tendència.

A part de les possibilitats presentades en aquest material, les MA permeten diverses aproximacions i estratègies que van més enllà dels nostres objectius. Remetem el lector a la lectura de manuals d'AT com ara Amat i Imanol (1999), Aragonés i Álvarez (2000) o Murphy (2003), per tal d'analitzar detingudament totes les possibilitats de les MA, així com els senyals de compravenda per creuament de mitjanes, els oscil·ladors MACD o les bandes de Bollinger.

Gràfic 36. Mitjanes mòbils



7.4.8 Oscil·ladors

En els mercats sense tendència, situació en què els sistemes que segueixen tendències (com la mitjana mòbil) no funcionen gaire bé, l'alternativa són els oscil·ladors. L'oscil·lador proporciona a l'analista tècnic una eina *d'anàlisi de mercats laterals* o sense tendència. A més, utilitzats en conjunció amb els gràfics de preus durant les fases de tendència, permeten detectar moments en què el mercat s'ha excedit en les pujades (sobrecompra) o en les baixades (sobrevenda). *Els oscil·ladors són indicadors secundaris* que s'han de subrogar sempre al preu. Així, seria incorrecte operar contra la direcció del mercat dominant perquè un oscil·lador indiqui que s'ha arribat a un sostre o sòl de mercat, ja que els

oscil·ladors entren en zones extremes fàcilment quan les tendències que s'estan gestant són molt importants. Els oscil·ladors sempre ens han d'ajudar a operar en la direcció dominant del mercat.

Un indicador o oscil·lador tècnic *és una representació gràfica* que se sol presentar a la part inferior del gràfic i que mostra una relació matemàtica entre variables. Els oscil·ladors *fluctuen en una franja lateral* (que pot estar limitada o no), i assoleixen valors extrems tant a l'alça com a la baixa. Quan un oscil·lador arriba a un extrem, es considera que el preu ha anat massa lluny, i que és possible que es produeixi alguna mena de correcció o consolidació. Una lectura extrema a l'alça (baixa) significa que el mercat està sobrecomprat (sobrevenut), i és una advertència que el preu és vulnerable. En segon lloc, els oscil·ladors poden reflectir *divergències* amb la tendència existent; indiquen que està perdent força o que pot canviar amb certa rapidesa. A continuació, presentem alguns dels oscil·ladors més utilitzats en l'AT.

7.4.8.1 *Momentum*

El *momentum* o *moment* mesura la «velocitat» de canvi dels preus, l'acceleració o desacceleració de les cotitzacions. Si tenim un cotxe i mesurem la seva velocitat, sembla possible determinar la distància que recorrerà partint d'aquesta informació. Però aquests càlculs no serien correctes si no tenim en compte també les acceleracions o desacceleracions que fa el seu conductor. Així, si el cotxe porta una velocitat determinada però està accelerant, els quilòmetres recorreguts es veuran modificats, i també si el que fa és frenar. El *moment* persegueix un objectiu similar respecte a la velocitat i acceleració dels preus. Si mirem el gràfic 37, si els preus pugen el moment estarà per damunt del valor 100, que indica que el preu actual és superior al de fa *n* dies. En canvi, si els preus baixen, el moment estarà per sota de 100. A més, la inclinació del moment indica l'acceleració dels preus. Si la *línia és creixent, significa que la tendència s'està accelerant* a l'alça, mentre que si el moment s'accelera a la baixa, vol dir que la tendència baixista està guanyant força. En una tendència alcista, si el moment és positiu però decreixent, indica que els preus estan frenant, i que possiblement en breu s'aturaran o començaran a baixar; és la típica *divergència* entre preu i indicador. El contrari seria aplicable en una tendència baixista. Al gràfic 37, una divergència baixista està marcada amb una línia vermella: mentre la cotització continua pujant, el moment indica que la velocitat de pujada està disminuint, és a dir, que l'acció està posant el peu al «fre». Utilitzant aquesta informació, es pot intentar esbrinar què faran els preus partint de l'acceleració que ens indica el moment. Alguns analistes també utilitzen la línia del 100 per prendre decisions de compra i venda. Un trencament a l'alça de la línia de 100 es pot entendre com una senyal de compra, mentre que un trencament a la baixa com una senyal de venda.

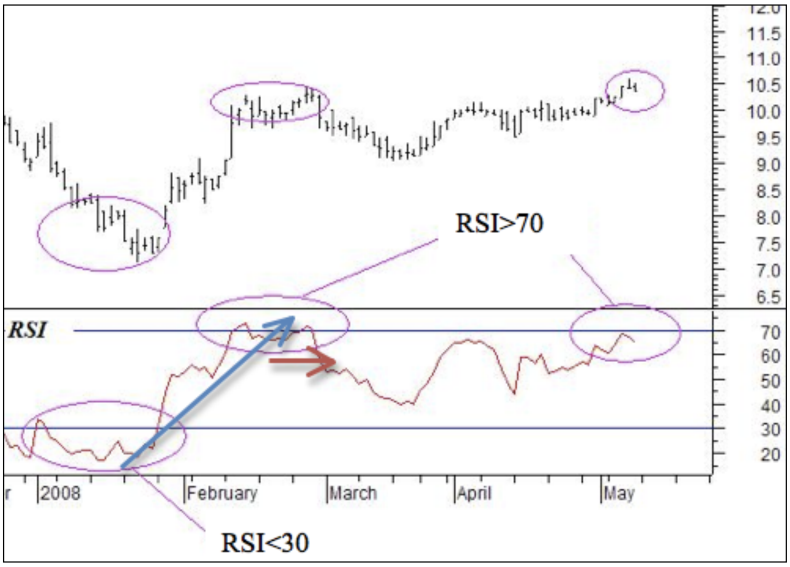
Gràfic 37. Moment



7.4.8.2. Relative strength index (RSI)

L'*RSI o índex de força relativa* és un indicador que intenta millorar l'oscil·lador del *momentum* presentat anteriorment. L'RSI mesura en un període determinat *les vegades que s'ha pujat* (i en quina quantitat s'ha pujat), i ho compara amb *les vegades que s'ha baixat* (i la quantitat que s'ha baixat). L'indicador RSI es presenta en un gràfic que oscil·la entre una quota inferior de 0 i una superior de 100. D'aquesta manera, si en el període analitzat s'ha pujat la mateixa «proporció» que s'ha baixat, l'RSI tindrà un valor del 50%. D'altra banda, si l'oscil·lador en qüestió és superior al 50%, indica que les pujades presenten més força relativa que les baixades, i el contrari si s'assoleixen cotes inferiors. En general se suposa que un *RSI de més de 70%* indica que el valor està *sobrecomprat*, de manera que es pot esperar una correcció a la baixa dels preus. Quan l'*RSI se situa per sota del 30%*, es considera que el valor està *sobrevenut*, i s'espera una recuperació a l'alça dels preus. Aquestes situacions de sobrecompra i sobrevenda es poden observar al gràfic 38. Una segona forma d'analitzar l'indicador RSI és a través de *divergències*. Aquestes situacions ocorren quan l'RSI es troba en zones de sobrecompra o sobrevenda (per sobre del 70% o per sota del 30%), tot i que també apareixen fora d'aquestes zones. En aquesta situació extrema, si en una tendència alcista (baixista) l'RSI no és capaç de superar el seu anterior màxim (mínim), es considera que la tendència està perdent força. Una divergència baixista es marca al gràfic 38 amb una fletxa vermella. Així, mentre el preu és capaç de superar màxims, l'RSI no ho és, i indica una debilitació de la tendència, situació que es confirma poc després amb la caiguda de la cotització. Hem de recordar, de nou, que l'*RSI s'ha de supeditar al preu*. Seria un error prendre posicions contra tendència o liquidar les posicions a favor de la tendència si l'RSI adquireix valors extrems. Hem de prendre les senyals de l'RSI com a simple advertència. És molt millor esperar una divergència doble, o fins i tot triple, per estar molt segurs que la situació està a punt de canviar, o prendre mesures de prudència com *cenyir l'stop*, liquidar posicions parcials, etc.

Gràfic 38. RSI



Alguns operadors utilitzen també les línies de 70 i 30 per generar senyals. Si l'RSI perd el valor de 70 es considera un senyal de venda, mentre que si l'RSI que es troba per sota de 30 trenca aquest valor a l'alça, es considera un senyal de compra.

7.4.8.3 Altres indicadors i oscil·ladors

El món dels indicadors és pràcticament il·limitat, actualment hi ha desenes o fins i tot centenars d'indicadors i oscil·ladors. Així, l'estocàstic (K%D), el MACD, el CCI, el ROC, el Williams %R, el BOP, són algunes de les moltes possibilitats que l'AT posa al nostre abast. Per a un tractament complet d'indicadors i oscil·ladors, recomanem la lectura del llibre de referència de l'anàlisi tècnica; ens referim al llibre de Murphy (2003).

Abans, però, de tancar l'apartat que dediquem a indicadors i oscil·ladors, ens agradaria fer una breu referència a un tipus d'indicador que ja vam presentar breument. Ens referim als *indicadors d'opinió contrària, o indicadors de sentiment*. Aquests estudis, que es basen en una anàlisi psicològica dels participants en el mercat, tenen per objectiu determinar com és de pessimista o optimista un mercat determinat, partint de la hipòtesi que en finances, quan la majoria de persones està d'acord en alguna cosa, generalment s'equivoca. Aquest tipus d'indicadors (que inclouen la ràtio *put/call* presentada amb anterioritat) són publicats, per exemple, per la consultora Market Vane, pel Consensus Index of Bullish Market Opinion o per Investors Intelligence. Recomanem al lector la lectura i l'aprofundiment en aquest tipus d'indicadors que són francament apassionants i útils.

7.5 Eines de gestió del risc

Una vegada coneixem les eines bàsiques que ens permet aplicar l'AT, és el moment de fer una reflexió veritablement important. Si hom analitza inversors que han aplicat AT i que han obtingut mals resultats, en el 90% dels casos es poden explicar les pèrdues per un desconeixement o no-aplicació correcta de *tècniques de gestió de risc de les operacions realitzades, i no pas per un desconeixement de les eines d'AT*. L'anàlisi tècnica té per objectiu determinar quin és el moviment més probable dels preus davant una figura determinada, davant un valor concret d'RSI o davant d'una mesura de sentiment contrari determinada. Però l'AT no ofereix seguretat en els seus pronòstics, sinó probabilitats altes d'ocurrència (del 60%, 70%, 80%, etc.) d'un fet determinat. D'aquesta manera, apareix com a *essencial* per a l'inversor que vol aplicar AT desenvolupar *tècniques que li permetin controlar el risc* que assumeix amb cadascuna de les seves operacions. Un inversor podria realitzar correctament mil operacions d'inversió, però si amb una sola equivocació perdés la meitat o tot el que ha guanyat, no podríem considerar que desenvolupés correctament la seva tasca. Precisament les tècniques de gestió del risc que presentem a continuació intenten evitar que aquestes situacions de pèrdues extremes es produeixin; són, per tant, una garantia, una assegurança que poden aplicar els seguidors de l'anàlisi tècnica per millorar els seus resultats. En les pàgines següents, farem referència a tres tècniques molt simples (però molt útils) per controlar el risc en inversions aplicant l'AT: *la diversificació, l'stop loss i l'stop profit, i la regla de la moneda.*[42]

7.5.1 Diversificació

Amb anterioritat ja s'ha presentat el concepte de diversificació, de manera que el lector ja està familiaritzat amb aquesta idea. Hem de dir que la diversificació és l'estratègia més simple i una de les més útils per tal de controlar el risc (i, per tant, les pèrdues) que pot generar una operació equivocada. No és convenient invertir tot el capital en una o poques operacions, per molt que l'AT ens digui amb alta seguretat que el moviment de preus pel qual apostem és molt possible. Un inversor que aplica AT mai no està segur al 100% de res; per tant, mai no invertirà el 100% del capital en una operació. És més convenient realitzar *diferents operacions de renda variable* simultàniament mentre *deixem un romanent de diner líquid* per si apareix alguna oportunitat d'inversió atractiva. La majoria d'inversors inexperts pensa que existeixen «gangues» o «trens» que no es poden perdre, i s'aventuren a invertir-hi de manera moltes vegades inconscient, com si una oportunitat així mai més no es pogués tornar a produir. Si l'experiència ens pot

42 Per a un estudi detallat de les tècniques de gestió de risc, aconsellem la lectura de qualsevol manual d'AT [Amat i Imanol (1999), Aragonés i Álvarez (2000), Murphy (2003)].

ensenyar alguna cosa és que existeix un «tren esperant a cada estació», i que sempre apareixen noves oportunitats d'inversió iguals o millors que les que havíem detectat prèviament.

La diversificació permet controlar el risc que s'està assumint a la vegada que *dificulta* (no impedeix) que es produeixin *pèrdues importants* que siguin difícils de recuperar. El pitjor que pot fer un inversor és permetre que grans pèrdues s'apoderin de la seva cartera, ja que aleshores sortir de la ruïna sense aportar diner addicional es converteix en una tasca titànica, si no és impossible. Expliquem aquest punt utilitzant la taula 2. Imaginem que invertim 100 euros en una acció. Què passa si aquesta acció baixa un 50%? En primer lloc, que solament ens queda el 50% de la nostra inversió i, en segon lloc, que l'acció, que ara val 50, ha de doblar el seu valor (és a dir, pujar el 100%) perquè nosaltres recuperem el capital que vam invertir inicialment. Si és difícil veure com un actiu puja de preu un 30%-50%, podem imaginar la dificultat que ho faci un 100%. A la taula 2, a la primera columna, hi apareix el valor inicial d'aquesta acció que hem pres com a referència; a la segona columna, hi podem trobar diferents caigudes de preu que podria patir aquesta acció (entre parèntesis, el % de caiguda que suposen aquests preus); a la tercera columna, s'hi presenta la revaloració que hauria de patir l'acció (des dels preus de la segona columna) per permetre a l'inversor recuperar el capital inicialment invertit, és a dir, per tornar al valor inicial de 100 euros. Així, per exemple, es pot observar com, a partir d'una caiguda del preu del 40%, la recuperació del capital inicial es fa molt difícil. Parafrasejant Warrent Buffet, hem de dir que existeixen dues regles que qualsevol inversor ha de seguir al peu de la lletra: la primera és «no perdre diners»; la segona, «no oblidar mai la primera regla».

Taula 2. Percentatges de revaloració necessaris per recuperar el capital inicial

Preu inicial	*Preu final (caiguda en %)*	*% de pujada necessari fins a preu inicial*
100	95 (5%)	5,25%
100	90 (10%)	11,11%
100	80 (20%)	25%
100	70 (30%)	42,85%
100	60 (40%)	66,66%
100	50 (50%)	100%
100	40 (60%)	150%
100	30 (70%)	233%
100	20 (80%)	400%
100	10 (90%)	900%
100	5 (95%)	1.900%

Comentat aquest punt, ens agradaria presentar dues recomanacions molt simples que ajuden a realitzar una diversificació de forma senzilla i efectiva. La primera regla consisteix a invertir en *10 o 20 actius*, de manera que cadascun suposi entre un 10% i un 5% de la nostra cartera. D'aquesta manera, fins i tot si algun dels actius perdés tot el seu valor, solament hauríem perdut entre un 5% i un 10% de la nostra cartera. Aquesta idea senzilla té un problema: la correlació o covariància que s'observa en les variacions de preus dels actius, de forma que tendeixen a baixar tots conjuntament. Convé tenir en compte aquest fet i realitzar una diversificació més eficient des d'un punt de vista estadístic, estratègia que es pot trobar en punts anteriors d'aquest mateix material. La segona regla útil seria tenir controlada la cartera de manera que c*ap de les nostres posicions no pugui produir més d'un 5%-10% de pèrdua* sobre el total de la mateixa. Per dur a terme aquest objectiu, l'inversor ha de conèixer i vigilar periòdicament les seves inversions, a la vegada que pot fer ús de l'*stop loss* i l'*stop profit*.

7.5.2 Stop loss i stop profit

L'*stop loss* és una eina de control de les pèrdues en el cas que les coses no surtin tan bé com esperem. Així, l'*stop loss* suposa un *preu* a partir del qual l'inversor *acceptarà que s'ha equivocat* i *tancarà l'operació*, i materialitzarà d'aquesta manera les pèrdues que se'n deriven. Si alguna cosa tenim els inversors és que tendim a fixar-nos sempre en allò que podem guanyar, mentre que no prestem tanta atenció a allò que podem perdre si l'operació no surt com esperàvem. Si a aquest fet hi unim que els inversors no païm gens bé les pèrdues, tenim un còctel explosiu. Si deixem actuar la nostra psicologia, tendirem a tancar ràpidament les operacions que ens estan generant beneficis (per por que s'evaporin), mentre que mantindrem aquelles operacions que ens estan generant pèrdues («esperant a veure si millora la situació» i deixant la majoria de vegades que aquestes empitjorin de manera alarmant). L'*stop loss*, precisament, és una tècnica que evita que la nostra psicologia ens arruïni. El que ha de fer un inversor quan realitzi una operació és sempre fixar un preu (o un % de pèrdua) a partir del qual acceptarà que s'ha equivocat i la tancarà. En el món de la informàtica, aquests preus o stops es poden programar en els sistemes dels brokers o en els mercats financers, de manera que, si tenim programat l'stop, el nostre broker tancarà automàticament la nostra operació si el preu de l'actiu arriba al valor marcat com a *stop loss*, sense que calgui que estiguem constantment vigilant aquest preu de referència.

L'*stop profit* és una evolució de l'*stop loss*, una aplicació concreta en una situació més favorable. Consisteix a *fixar un preu* a partir del qual abandonarem l'operació, i obtenir d'aquesta manera un benefici concret. Imaginem que hem realitzat una inversió en un actiu determinat, comprant-lo a 10 euros. Imaginem també que aquest actiu puja fins a 12 euros, de manera que ara mateix tenim latent a la nostra cartera un 20%

de benefici. *Mai* quan apliquem estratègies basades en AT no hem de deixar que una operació que tenim en *beneficis entri en pèrdues*. És a dir, no podem considerar acceptable veure com l'actiu baixa fins a 9 euros sense fer absolutament res. Per evitar aquesta situació, una vegada tenim en una operació un benefici latent, aplicarem l'*stop profit*, és a dir, fixarem un preu que ens assegurarà, si les coses es torcen, un benefici mínim. En l'exemple, i considerant que l'acció està a 12, podríem posar un *stop profit* a 11 euros, de manera que, en el pitjor dels casos, si l'acció torna a baixar, quan passi per 11 euros l'stop s'executarà i ens reportarà un benefici d'1 euro. L'*stop profit* es converteix aleshores en una assegurança de benefici, i evita que la nostra psicologia ens jugui una mala passada.

Una vegada s'han presentat els conceptes de *stop loss* i *stop profit*, és el moment de fer-hi unes petites reflexions.

En primer lloc, ens agradaria dir que *aprendre a utilitzar stops* és una de les claus per a qualsevol analista tècnic. Una vegada es dominen els conceptes bàsics de l'AT, l'analista o inversor ha de dedicar tot el seu temps i esforços a definir estratègies que incloguin la utilització d'aquestes eines. Així, cada vegada que inverteixi ha de tenir clar quin serà el seu *stop loss*, així com quina serà l'estratègia d'aplicació de *stop profit* quan l'operació entri en beneficis. Fixarà un *stop loss* del 3%, del 5%? El fixarà per sota d'un suport important, per sota d'una MA? Pujarà l'*stop loss* a una zona de beneficis ràpidament quan l'operació entri en guanys i el convertirà en *stop profit*? Utilitzarà *stops loss i stops profit* dinàmics? Totes aquestes qüestions han de ser resoltes per l'inversor que utilitzi l'AT.

En segon lloc, hem de recordar per a què serveixen els *stops (loss* i *profit)*, i *per a què no serveixen*. L'*stop loss* i l'*stop profit* són eines de control o limitació del *risc de mercat*; per tant, no són útils per controlar cap altre risc. Així, en l'exemple anterior, si poso el meu *stop profit* a 11 euros mentre l'acció està a 12 i l'empresa anuncia la seva fallida mentre el mercat està tancat, difícilment el meu stop servirà d'alguna cosa. Els stops, per tant, són més útils en actius líquids, amb sòlids fonaments, amb una bona estructura empresarial, i s'han d'utilitzar conjuntament amb altres eines de gestió del risc com pot ser la diversificació.

7.5.3 La regla de la moneda

Un dels secrets de la inversió en actius, més quan estem utilitzant l'AT, és determinar en quines operacions ens interessa participar i en quines no. No cal dir que l'enfocament que s'ha plantejat en aquest material fuig de la idea de moltes persones que «invertir en borsa» o «invertir financerament» és equivalent a «jugar a la borsa». El vocable «jugar» ens rememora les paraules atzar, diversió, res més lluny del que hem pretès en aquest material on s'ha defensat la concepció d'inversió, de gestió del patrimoni, d'administració d'una cartera d'inversió. Imaginem per un moment, però, que la probabilitat que

pugi un actiu és del 50% i que baixi el 50%, igual que si algú tirés una moneda a l'aire i l'actiu pugés en funció de si ha sortit cara o creu. Jugaríem a un joc en què guanyéssim 1 euro amb cada cara i perdéssim 1 euro amb cada creu? Per diversió potser sí, però mai per guanyar diners, ja que l'esperança matemàtica del joc és zero, la qual cosa significa que a mesura que anem tirant la moneda, el nombre de cares i creus s'igualen (perquè tenen una probabilitat del 50%) i, per tant, els guanys i pèrdues també.

Matemàticament, el joc s'expressaria com:

$$E(B_{joc}) = p(cara) \cdot B(cara) + p(creu) \cdot B(creu) = 0,5 \cdot 1 + 0,5 \cdot (-1) = 0$$

on $E(B_{joc})$ és l'esperança de benefici del joc, $p(cara)$, la probabilitat que surti «cara»; $B(cara)$, el benefici del joc si surt «cara»; $p(creu)$, la probabilitat que surti «creu», i $B(creu)$, el benefici del joc si surt «creu».

Si a aquest joc, a més, hi afegim comissions, és a dir, que el «senyor» que tira la moneda ens cobra 0,2 euros per cada llançament, aleshores l'esperança passa a ser negativa, i indicarà que a mesura que repetim el joc patirem pèrdues.

Igual que podríem fer amb aquests tipus de jocs, és convenient que analitzem, a l'hora de realitzar una operació d'inversió, els beneficis que obtindrem en el cas que l'operació surti bé i les pèrdues que patirem si surt malament. Una manera molt intuïtiva de fer-ho és establint una *ràtio benefici-pèrdua suposant un 50% de probabilitats de pujades i un 50% de probabilitats de baixades de preus*, que ens indiqui què esperem guanyar per cada unitat esperada de pèrdua. Aquesta ràtio m'agrada anomenar-la *ràtio de la moneda*, perquè ens rememora molt fàcilment la idea del joc del cara o creu. Per determinar el benefici esperat de l'operació, ens serà molt útil el càlcul de preus objectius que s'ha presentat en les figures de continuació de tendència i canvi de tendència, així com altres tècniques també presentades amb anterioritat. Per determinar la pèrdua esperada, ens serà molt útil utilitzar stops. Definim la ràtio, doncs, com:

$$R_{moneda} = \frac{E(B)}{E(P)}$$

on $E(B)$ és el benefici esperat i $E(P)$, la pèrdua esperada.

Dit això, convé tenir en compte que hem de mesurar els beneficis i les pèrdues esperades en *percentatge sobre la inversió que es realitzarà, i que no s'han d'acceptar ràtios inferiors a 1,1, ràtio que genera uns beneficis mínims per poder fer front a les comissions d'intermediació i custòdia que existeixen als mercats reals*. A la taula 3 es presenten valors de la ràtio de la moneda, així com el benefici a llarg termini esperat en percentatge (s'han considerat, a més, unes comissions d'intermediació del 0,25%). Es pot observar com amb una ràtio d'1, i assumint comissions, l'esperança de benefici és negativa. Amb una ràtio d'1,1 l'inversor aconseguiria un rendiment a llarg termini del 4,74%, mentre que a partir d'una ràtio de 2 l'inversor ja obtindria un rendiment de quasi el 50%.

Taula 3. Ràtio de la moneda

E(B)	*E(P)*	*Rmoneda*	*E(Bjoc) (%)*
1	1	1	–0,25%
1,1	1	1,1	4,74%
1,2	1	1,2	9,73%
1,3	1	1,3	14,71%
1,4	1	1,4	19,70%
1,5	1	1,5	24,69%
1,6	1	1,6	29,68%
1,7	1	1,7	34,66%
1,8	1	1,8	39,65%
1,9	1	1,9	44,64%
2	1	2	49,63%
2,1	1	2,1	54,61%
2,2	1	2,2	59,60%
2,3	1	2,3	64,59%
2,4	1	2,4	69,58%
2,5	1	2,5	74,56%
2,6	1	2,6	79,55%
2,7	1	2,7	84,54%
2,8	1	2,8	89,53%
2,9	1	2,9	94,51%
3	1	3	99,50%

Finalment, la tasca de l'analista o gestor serà la d'aprendre com es pot *incrementar la probabilitat que «surti» cara més enllà del 50%*, i desenvolupar mètodes que incrementin l'esperança de benefici a llarg termini.

Tancarem aquest apartat amb un exemple d'aplicació de la regla de la moneda. Suposarem que podem realitzar la compra de l'acció Rotic, SA a un preu de 10 euros, perquè hem detectat una figura W amb una projecció de pujada de preus fins a 12. D'altra banda, si realitzéssim aquesta operació ens veuríem obligats a fixar un *stop loss* a 9 euros. En segon lloc, tenim l'opció de comprar Fersac, SA a un preu de 2 euros, ja que hi hem detectat una figura ECEi amb projecció de preus fins a 2,5 i la necessitat de fixar un stop a 1,85 euros. En primer lloc, realitzarem el càlcul de la ràtio de la moneda per a cadascuna d'aquestes inversions i, en segon lloc, escollirem en funció de la ràtio, de manera que es pot observar com Fersac sembla una millor opció a la llum d'aquesta ràtio.

Respecte a Rotic, SA:

$$E(B_{ROTIC}) = \frac{(12-10)}{10} \cdot 100 = 20\%$$

$$E(P_{ROTIC}) = \frac{(9-10)}{10} \cdot 100 = -10\%$$

$$R_{moneda} = \frac{E(B)}{E(P)} = \frac{20\%}{10\%} = 2$$

Respecte a Fersac, SA:

$$E(B_{FERSAC}) = \frac{(2,5-2)}{2} \cdot 100 = 25\%$$

$$E(P_{FERSAC}) = \frac{(1,85-2)}{2} \cdot 100 = -7,5\%$$

$$R_{moneda} = \frac{E(B)}{E(P)} = \frac{25\%}{7,5\%} = 3,33$$

Bibliografia

Amat, O.; Imanol, J. (1999): *Análisis técnico bursátil*. Barcelona: Gestión 2000.

Aragonés, J. R.; Álvarez, A. (2000): *La eficiencia y el análisis técnico de los mercados financieros*. Madrid: Pirámide.

Murphy, J. (2003): *Análisis técnico de los mercados financieros*. Barcelona: Gestión 2000.

Annex

L'annex que es presenta a continuació ha estat parcialment extret de Domingo, C.; Allepús, J.; Andreu, J.; Casas, R.; Corbella, T.; Fibla, M. T.; Masip, J. (2006): *Exercicis d'Estadística Empresarial*. Cossetània/URV. Concretament, de les pàgines 7-9, 27-32, 73-77, 105-107, 127-131, 155-156. La resta ha estat elaborat pels autors.

1. Nocions bàsiques d'estadística descriptiva[1]

Variable: Característica dels individus que volem estudiar.

Classificació de variables

1. Segons la naturalesa de les dades:
   - Qualitatives (atributs): dades no numèriques.
     - Nominals: no existeix un ordre (ex.: països emissors de deute públic).
     - Ordinals: existeix un ordre implícit (ex.: ràting).
     - Dicotòmiques: dualitat de valors (ex.: pagament de dividends sí/no).
   - Quantitatives: dades numèriques.
     - Discretes: prenen valors finits (ex.: preus d'un actiu de renda variable).
     - Contínues: infinits valors en un interval (ex.: rendibilitat d'un actiu).
2. Segons les característiques estudiades:
   - Estudis unidimensionals: una variable.
   - Estudis multidimensionals: més d'una variable.
3. Segons la situació temporal de les dades:
   - Històriques (sèries temporals): una característica analitzada al llarg del temps.
   - Tall transversal (*cross section*): valors d'una variable en un moment determinat del temps.
   - De panell: combinació de les dues anteriors.

1 Extret de Andreu *et alii* (2006): «Tabulació i descripció gràfica de les dades», a: Domingo *et alii* (2006).

Anàlisi descriptiva de les dades

Distribució de freqüències d'una variable: Conjunt de valors que pren una variable amb les seves corresponents freqüències. S'expressa mitjançant una taula.

Freqüència absoluta (n_i): Nombre de vegades que es repeteix un valor.

Freqüència absoluta acumulada (N_i): Nombre de dades iguals al valor considerat o inferior.

$$N_i = \sum_{j=1}^{i} n_j$$

El total de valors de què disposem es representa amb la lletra (n).

Freqüència relativa (f_i): Percentatge o tant per u de cada classe d'observacions.

$$f_i = \frac{n_i}{n}$$

Freqüència relativa acumulada (F_i): Percentatge de dades iguals al valor considerat o inferiors.

$$F_i = \sum_{j=1}^{i} f_j = \frac{N_i}{n}$$

Propietats de les freqüències.

$$\sum_{j=1}^{n} f_j = 1$$

$$F_n = 1$$

Reducció de dades: intervals

Existeixen dos tipus de distribucions de freqüències:

- No agrupades en intervals: la taula relaciona cada valor amb les seves freqüències.
- Agrupades en intervals: es resumeixen les dades en intervals. Aconsellable quan la variable pren molts valors.

Els intervals es representen (L_{i-1}, L_i), on el primer element és l'extrem inferior i el segon, l'extrem superior.

Amplitud de l'interval (c_i): És la diferència entre l'extrem superior i l'extrem inferior de l'interval.

$$c_i = L_i - L_{i-1}$$

Marca de classe (x_i): S'utilitza per representar un interval, i és el punt mitjà de l'interval.

$$x_i = \frac{L_{i-1} + L_i}{2}$$

Representacions gràfiques

Fenòmens qualitatius: diagrames sectorials, diagrames de rectangles o barres, pictogrames.

Fenòmens quantitatius:

- Distribucions no agrupades en intervals: diagrames de barres, diagrames d'escala.
- Distribucions agrupades en intervals.
  - Histogrames: és un diagrama de barres on l'àrea dels rectangles de l'histograma ens proporciona la freqüència de la variable. L'altura de l'histograma s'anomena *densitat de freqüència*, i es calcula com:

$$d_i = \frac{n_i}{c_i}$$

  - Polígons de freqüència: representació en línia que s'obté a partir de l'histograma unint les marques de classe.
  - Ogiva: representació en línia que s'obté a partir de l'histograma unint els extrems inferiors.

2. Estadística descriptiva amb una variable[2]

Mesures de posició central

Mitjana aritmètica: És la suma de tots els valors de la distribució dividida per nombre total d'observacions.

$$\overline{X} = \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i n_i}{n}$$

Mitjana aritmètica ponderada: És la suma de tots els valors de la distribució, als quals atorguem una ponderació diferent a la freqüència absoluta, dividida per la ponderació total.

$$\overline{X}w = \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i w_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i}$$

Mitjana geomètrica: Es defineix com l'arrel N-èsima del producte dels *n* valors de la variable. S'utilitza per calcular la mitjana en el cas que les variables presentin taxes de creixement acumulatives; per exemple, percentatges, taxes de variació, números índex, rendibilitats, etc.

$$G = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n} x_i^{n_i}}$$

2 Extret de Fibla i Andreu (2006): «Anàlisi descriptiva amb una variable», a: Domingo *et alii* (2006).

Mitjana harmònica: És la inversa de la mitjana aritmètica de la inversa dels valors de la variable. S'utilitza per calcular la mitjana en el cas que les unitats de la variable estiguin expressades com el quocient de dues magnituds simples; per exemple, velocitats, rendiments, productivitat, etc.

$$H = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \frac{n_i}{x_i}}$$

Mediana: És el valor de la variable que ocupa el lloc central de la distribució. En el cas que la distribució tingui un nombre parell d'observacions, s'agafa com a valor de la mediana el valor mitjà dels dos valors centrals. Per trobar la posició del valor de la variable que ocupa el lloc central, el que farem serà:

$$\text{Parells} \rightarrow \frac{n}{2} \rightarrow Me = \frac{\left[valor(\tfrac{n}{2}) + valor(\tfrac{n}{2}+1)\right]}{2}$$

$$\text{Imparells} \rightarrow \frac{n+1}{2} \rightarrow Me = Valor\ en\ aquesta\ posició$$

$$\text{Intervals} \rightarrow Me = L_{i-1} + \frac{\frac{n}{2} - N_{i-1}}{n_i} c_i$$

Moda: És el valor més freqüent de la distribució, el que presenta una freqüència absoluta major. En el cas de tenir intervals amb amplitud no constat, l'interval modal serà aquell que presenta una densitat de freqüència major. Gràficament és l'interval de major alçada a un histograma. Per al càlcul de la moda en cas de tenir variables agrupades en intervals, el que farem serà:

$$Mo = L_{i=1} + \frac{d_{i+1}}{d_{i-1} + d_{i+1}} c_i$$

Mesures de posició no centrals

Els quantils són mesures de posició no central i divideixen la distribució en parts iguals, és a dir, cada part comprèn el mateix nombre d'observacions. En el cas dels quartils, dividim la distribució en quatre parts iguals; per tant, en cada part hi tenim agrupat el 25% de les observacions. Els decils divideixen la distribució en deu parts iguals; per tant, en cada part hi tenim agrupat el 10% de les nostres observacions, i els percentils divideixen la distribució en cent parts iguals, que agrupen l'1% de les nostres observacions en cadascuna. Per trobar la posició del valor de cada quantil, el que farem serà:

Quartils	Decils	Percentils
$C_1 \rightarrow \frac{n}{4}$	$D_1 \rightarrow \frac{n}{10}$	$P_1 \rightarrow \frac{n}{100}$
$C_2 \rightarrow \frac{2n}{4}$	....	....
$C_3 \rightarrow \frac{3n}{4}$	$D_9 \rightarrow \frac{9n}{10}$	$P_{99} \rightarrow \frac{99n}{100}$

En el cas que la variable estigui agrupada en intervals, un cop determinat l'interval que conté el quantil, el que farem per trobar el valor de la variable serà:

$$Q_{r/k} = L_{i-1} + \frac{\frac{rn}{k} - N_{i-1}}{n_i} c_i$$

Mesures de dispersió

Serveixen per mesurar la dispersió de la variable i poder determinar la representativitat de les mesures de posició central. Com més valor tinguin aquestes mesures, més dispersió; per tant, menys representatives seran les mesures de posició central. Les mesures de dispersió són utilitzades habitualment com a aproximacions del risc d'una inversió.

1. *Mesures de dispersió absolutes:* Analitzem la major o menor separació dels valors de la variable.

a) Recorregut: Diferència entre el major i el menor valor d'una distribució.

$$Re = x_n - x_1$$

b) Recorregut interquartílic: Diferència entre el tercer i el primer quartil.

$$R_I = C_3 - C_1$$

c) Desviació mitjana respecte a la mitjana aritmètica: Es tracta d'analitzar la dispersió dels valors de la variable respecte a la mitjana aritmètica de la distribució.

$$D_{\bar{x}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{/x_i - \bar{x}/ \cdot n_i}{n}$$

d) Desviació mitjana respecte a la mediana: Es tracta d'analitzar la dispersió dels valors de la variable respecte a la mediana de la distribució.

$$D_{Me} = \sum_{i=1}^{n} \frac{/x_i - Me/ \cdot n_i}{n}$$

e) Variància: És la mesura de dispersió més utilitzada i ens mesura la major o menor dispersió dels valors respecte a la mitjana aritmètica.

$$S^2(x) = S_x{}^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i - \bar{x})^2 \cdot n_i}{n}$$

f) Desviació típica o estàndard: És l'arrel quadrada de la variància, i l'avantatge respecte a la variància és que ve expressada amb les mateixes unitats de mesura que la distribució.

$$S(x) = S_x = \sqrt{S^2}$$

2. *Mesures de dispersió relatives:* Mesuren la variabilitat dels valors de la variable. L'avantatge respecte a les mesures de dispersió absolutes és que ens permeten la comparació amb altres variables, ja que eliminem les unitats de mesura.

a) Coeficient d'obertura: És el quocient entre el major i el menor valor d'una distribució.

$$A = \frac{x_n}{x_1}$$

b) Recorregut relatiu: És el quocient entre el recorregut i la mitjana aritmètica de la distribució, ens indica el nombre de vegades que el recorregut conté la mitjana.

$$R_r = \frac{R_e}{\bar{x}}$$

c) Recorregut semiinterquartílic: És el quocient entre el recorregut interquartílic i la suma del primer i tercer quartil.

$$R_s = \frac{C_3 - C_1}{C_3 + C_1}$$

d) Coeficient de variació de Pearson: És el quocient entre la desviació estàndard i la mitjana. L'avantatge respecte a les mesures anteriors és que ens permet fer comparacions entre distribucions amb mitjanes diferents.

$$C_v = \frac{S}{\bar{x}}$$

e) Índex de Dispersió respecte la Mediana: És el quocient entre la desviació mitjana respecte a la mediana i la mediana. Ens permet comparar la representativitat de la mediana entre diferents distribucions.

$$V_{Me} = \frac{D_{Me}}{Me} = \frac{\sum_{i=1}^{n} / x_i - Me / \frac{n_i}{n}}{Me}$$

Mesures de forma

1. Mesures d'asimetria: Permeten determinar el grau d'asimetria o de simetria d'una distribució sense necessitat de realitzar la representació gràfica.

a) Coeficient d'asimetria de Fisher: Es tracta de comparar cada valor de la variable respecte a la mitjana. En el cas que la suma de les diferències dels valors situats a l'esquerra de la mitjana coincideixi amb la suma de les diferències dels valors situats a la dreta de la mitjana, la distribució serà simètrica i el valor del coeficient serà 0. Si la distribució és simètrica, tenim el mateix nombre de valors tant a la dreta com a l'esquerra de la mitjana. Si la distribució és asimètrica positiva o a la dreta, direm que hi ha un major nombre de valors a la dreta de la mitjana. Si la distribució és asimètrica negativa o a l'esquerra, direm que hi ha un major nombre de valors a l'esquerra de la mitjana.

$$g_1 = \frac{m_3}{S^3} = \frac{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^3 n_i}{\left[\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 \frac{n_i}{n}\right]^{\frac{3}{2}}}$$

$$\begin{aligned} g_1 &= 0 \rightarrow \text{Simètrica} \\ g_1 &> 0 \rightarrow \text{Asimètrica positiva} \\ g_1 &< 0 \rightarrow \text{Asimètrica negativa} \end{aligned}$$

b) Coeficient d'asimetria de Pearson: Comparem la posició de la moda o la mediana respecte a la mitjana aritmètica de la distribució. Si la distribució és simètrica, es compleix que: $Me = \bar{x} = Mo$; per tant, el coeficient és zero. Si la distribució és asimètrica positiva o a la dreta, tenim que: $\bar{X} > Mo$ i $\bar{X} > Me$; per tant, el coeficient és més gran que zero. Si la distribució és asimètrica negativa o a l'esquerra, tenim que: $\bar{X} < Mo$ i $\bar{X} < Me$; per tant, el coeficient és més petit que zero.

$$A_p = \frac{\bar{x} - Mo}{S} \quad \text{o} \quad A_p = \frac{3(\bar{x} - Me)}{S}$$

$$\begin{aligned} A_p &= 0 \rightarrow \text{Simètrica} \\ A_p &> 0 \rightarrow \text{Asimètrica positiva} \\ A_p &< 0 \rightarrow \text{Asimètrica negativa} \end{aligned}$$

c) Coeficient d'asimetria de Bowley: Es basa en la posició dels quartils i la mediana de la distribució.

$$A_B = \frac{C_3 + C_1 - 2Me}{C_3 - C_1}$$

$$\begin{aligned} A_B &= 0 \rightarrow \text{Simètrica} \\ A_B &> 0 \rightarrow \text{Asimètrica positiva} \\ A_B &< 0 \rightarrow \text{Asimètrica negativa} \end{aligned}$$

2. Mesures de curtosi: Mesura la distribució dels valors de la variable respecte a la mitjana. Ens permet observar si existeix o no una concentració de valors al voltant de la mitjana aritmètica, sense necessitat de representar gràficament la distribució.

a) Coeficient de curtosi:

La distribució serà mesocúrtica o normal si no s'observa concentració al voltant de la mitjana. En el cas que existís una elevada concentració prop de la mitjana, el coeficient d'apuntament seria positiu i, per tant, tindríem una distribució leptocúrtica. Finalment, la distribució és platicúrtica si existeix una gran dispersió dels valors de la variable respecte la mitjana.

$$g_2 = \frac{m_4}{S^4} - 3 = \frac{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^4 n_i}{\left[\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 \frac{n_i}{n}\right]^{\frac{4}{2}}} - 3 \quad \begin{array}{l} g_2 = 0 \rightarrow Mesocúrtica\ (normal) \\ g_2 > 0 \rightarrow Lepticúrtica \\ g_2 < 0 \rightarrow Platicúrtica \end{array}$$

3. Estadística descriptiva amb dues variables[3]

En la descriptiva bidimensional, s'estudien simultàniament dues variables: una variable X i una variable Y (per exemple, el rendiment de l'actiu A amb el rendiment de l'actiu B). S'estudia la possible relació entre les dues variables, si hi ha cap grau d'associació entre elles.

Taula de doble entrada o de contingència

Les dades recollides es reuneixen en una taula de doble entrada. Se situen a la primera columna els valors d'una variable X i a la fila superior els valors de l'altra variable Y. A la cel·la intersecció s'hi situa n_{ij}, la freqüència absoluta conjunta de cada parella (x_i, y_j).

X\Y	y_1	y_2	...	y_j	...	y_k	$n_{i\bullet}$
x_1	n_{11}	n_{12}	...	n_{1j}	...	n_{1k}	$n_{1\bullet}$
x_2	n_{21}	n_{22}	...	n_{2j}	...	n_{2k}	$n_{2\bullet}$
...	...	...	...	...	...	...	...
x_i	n_{i1}	n_{i2}	...	n_{ij}	...	n_{ik}	$n_{i\bullet}$
...	...	...	...	...	...	...	...
x_h	n_{h1}	n_{h2}	...	n_{hj}	...	n_{hk}	$n_{h\bullet}$
$n_{\bullet j}$	$n_{\bullet 1}$	$n_{\bullet 2}$	...	$n_{\bullet j}$	...	$n_{\bullet k}$	n

On h és el nombre de valors diferents que pren la variable X i x_i és l'i-èsim valor de X; on k és el nombre de valors diferents que pren la variable Y i y_j és el j-èsim valor de Y.

3 Extret d'Allepús i Domingo (2006): «Anàlisi descriptiva amb dues variables», a: Domingo *et alii* (2006).

S'anomena *taula de correlació* quan les dues variables considerades són quantitatives. Quan alguna de les dues variables és de tipus qualitatiu, s'anomena *taula de contingència*.

Freqüències relatives: La freqüència relativa de la parella (x_i, y_j) la designem per f_{ij}.

La suma de totes les freqüències relatives és igual a la unitat, o al 100% si van expressades com a percentatge.

Representació gràfica (diagrama de dispersió o núvol de punts): Els parells de punts (x_i, y_j) es poden representar en uns eixos cartesians. La representació gràfica permet visualitzar les dades numèriques i molts cops l'aparença d'aquest núvol de punts en facilita la interpretació. Quan les freqüències n_{ij} són altes, es produeixen superposicions de punts i es recorre a representacions tridimensionals en què s'indica sobre el tercer eix el nombre de vegades que es repeteix un determinat parell de dades.

Distribucions marginals: Donada la distribució bidimensional $(x_i; y_j; n_{ij})$, anomenem distribucions marginals cadascuna de les dues distribucions unidimensionals per separat. A la taula de doble entrada estan indicades com:

$n_{i\bullet}$ freqüència absoluta del valor x_i per a qualsevol valor de Y,

$n_{\bullet j}$ freqüència absoluta del valor y_j per a qualsevol valor de X.

X	$n_{i\bullet}$
x_1	$n_{1\bullet}$
x_2	$n_{2\bullet}$
x_3	$n_{3\bullet}$
...	...
x_h	$n_{h\bullet}$
	n

Y	$n_{\bullet j}$
y_1	$n_{\bullet 1}$
y_2	$n_{\bullet 2}$
y_3	$n_{\bullet 3}$
...	...
y_k	$n_{\bullet k}$
	n

A l'última fila hi podem observar que la suma de les freqüències absolutes marginal és igual al nombre de parells d'observacions (n).

$$\sum_{i=1}^{h} n_{i\bullet} = \sum_{j=1}^{k} n_{\bullet j} = \sum_{i=1}^{h} \sum_{j=1}^{k} n_{ij} = n$$

Distribucions condicionades: Les distribucions condicionades per a una variable s'obtenen considerant un valor fix de l'altra variable. S'acostumen a representar com:

X/Y: indica que el valor de X ve condicionat per Y

Y/X: indica que el valor de Y ve condicionat per X

Independència estadística: Dues variables X i Y seran independents si els seus valors no presenten cap tipus de relació/associació entre si. Matemàticament, es defineixen dues variables X i Y estadísticament independents quan la freqüència relativa conjunta és igual al producte de les freqüències relatives marginals per a tots els casos:

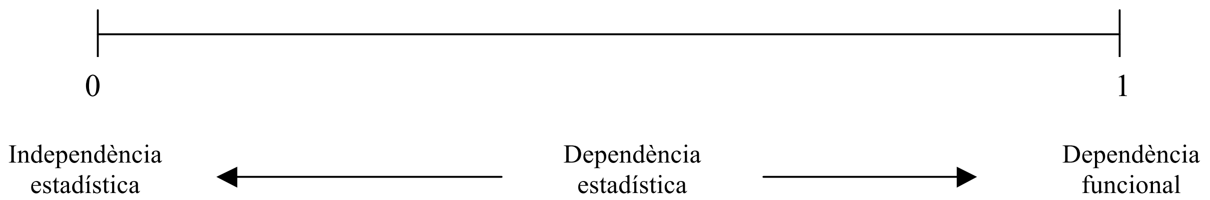
$f_{ij} = f_{i\bullet} \cdot f_{\bullet j} \quad \forall i, j$ O bé expressat com $\frac{n_{ij}}{n} = \frac{n_{i\bullet}}{n} \cdot \frac{n_{\bullet j}}{n}$

Es pot demostrar una expressió alternativa de la condició d'independència, si la freqüència relativa condicionada coincideix amb la corresponent freqüència relativa marginal:

$$f(y_j \mid x_i) = n_{\bullet j} / n$$
$$f(x_i \mid y_j) = n_{i\bullet} / n$$

Dependència funcional i dependència estadística: Es poden caracteritzar dues situacions extremes quant al grau de dependència entre dues variables. Esquemàticament:

Grau de dependència entre dues variables



1. *Independència*. Inexistència de relació entre dues variables.
2. *Dependència funcional*. Hi ha una relació funcional perfecta entre ambdues variables: $y=f(x)$.
3. *Dependència estadística*. Trobem moltes situacions en ciències socials en què es dóna una certa relació entre dues variables, tot i que no es tracta d'una relació matemàticament perfecta.

Mesures de relació lineal entre dues variables: La covariància i el coeficient de correlació lineal de Pearson mesuren la possible relació lineal entre dues variables: *x*, *y*.

Covariància

$$S(x,y) = S_{xy} = \sum_{i=1}^{h}\sum_{j=1}^{k}\frac{(x_i - \bar{x})(y_j - \bar{y})n_{ij}}{n} \text{ o bé } S_{xy} = \sum_{i=1}^{h}\sum_{j=1}^{k}\frac{x_i y_j n_{ij}}{n} - \bar{x}\cdot\bar{y}$$

- $S_{xy} > 0$ → relació lineal directa (positiva).
- $S_{xy} = 0$ → les variables estan incorrelades, és a dir, no hi ha relació lineal.
- $S_{xy} < 0$ → relació lineal inversa o negativa.

La covariància no es veu afectada pels canvis d'origen; en canvi, sí que l'afecten els canvis d'escala.

Coeficient de correlació de Pearson

$$r_{x,y} = \rho_{x,y} = \frac{S_{xy}}{S_x \cdot S_y}$$

- $\rho_{xy} = +1$ → Relació lineal perfecta directa.
- $\rho_{xy} = 0$ → Les variables estan incorrelades, és a dir, no hi ha relació lineal.
- $\rho_{xy} = -1$ → Relació lineal perfecta inversa.

4. Model de regressió lineal simple[4]

Model matemàtic que parteix de la hipòtesi de l'existència d'una relació lineal entre dues variables, una de les quals (x) és la causa i l'altra (y) la conseqüència. Partint d'aquesta hipòtesi es pot ajustar una recta ($y=a+bx$) al núvol de punts que formen les observacions (x, y). La diferència entre el punt observat (real) i el que se situaria sobre la recta de regressió per al mateix valor de (x) és l'error. Per a cada observació hi ha un error. Si el punt es troba sobre la recta, l'error és nul.

(y) variable explicada, endògena o dependent.
(x) variable explicativa, exògena o independent.

Els valors *a* i *b* s'anomenen *coeficients de la recta de regressió*. El coeficient *a* és l'ordenada a l'origen de la recta (el valor que prendrà la variable *y*, quan *x* pren el valor nul o zero) i el coeficient *b* és el pendent de la recta (variació de la variable *y* quan *x* augmenta en una unitat).

4 Extret de Casas i Allepús (2006): «Anàlisi de la regressió», a: Domingo *et alii* (2006).

Mètode de mínims quadrats ordinaris (MQO): s'utilitza per calcular els coeficients de la recta de regressió. Es tracta de buscar *a* i *b* que facin mínima la suma dels errors al quadrat. Donat un conjunt d'observacions, els valors de *a* i *b* buscats són els que resolen el següent sistema d'equacions:

$$\sum_{i=1}^{n} y_i = n \cdot a + b \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot y_i = a \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i + b \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i^2$$

Aquests valors són: $b = \frac{S_{xy}}{S_x^2}$ i $a = \overline{y} - b \cdot \overline{x}$

Un cop ajustada la recta de regressió, per a cada observació (x_i, y_i) es pot distingir la *y observada* (y_i), la *y predita per la recta* ($\hat{y}_i$) i l'*error* (e_i).

- *y observada* (y_i): és el valor que pren la *y* per la *i-èsima* observació.
- *y predita, y estimada o y esperada* ($\hat{y}_i$): és el valor de *y* calculat a partir de la recta de regressió per la *i*-èsima observació: $\hat{y}_i = a + bx_i$
- *error* (e_i): és la diferència entre la *y* observada i la *y* predita per la i-èsima observació: $e_i = y_i - \hat{y}_i$

Coeficient de determinació: el coeficient de determinació (R^2) mesura la bondat amb què la recta de regressió s'ajusta al núvol de punts (x_i, y_i). En concret, mesura la proporció de la variància total que queda explicada pel model de regressió estimat.

$$R^2 = \frac{(S_{xy})^2}{S_x^2 \cdot S_y^2}$$

Predicció a partir del model de regressió lineal simple: l'estimació del model de regressió lineal simple permet fer una previsió dels valors de la variable dependent considerada, a partir de valors de la variable explicativa.

$$\hat{y}_0 = a + b \cdot x_0$$

5. Taxes de variació i números índex[5]

Número índex: valor numèric que reflecteix la variació relativa d'una magnitud en dues situacions (dos llocs o dos moments de temps) prenent-ne una com a referència. Són les eines clàssiques de càlcul per tal d'aproximar el rendiment de la cartera de mercat

5 Extret de Corbella *et alii* (2006): «Taules de variació i números índex», a: Domingo *et alii* (2006).

d'actius de renda variable. Els números índex poden ser calculats en qualsevol base encara que les més comunes són 1 o 100. En aquest material, les diferents fórmules de càlcul es presenten en base número 1.

Es disposa de *k* béns. x_{it} és la magnitud del bé *i* en la situació *t*. Se suposa que aquestes magnituds són sempre positives [$x_{it} > 0 \ \forall i$ i $\forall t$]. Per denotar la situació de referència, també anomenada *base*, s'utilitza el subíndex 0.

$i_{i0}^{t} = \frac{x_{it}}{x_{i0}}$ és la magnitud relativa del bé *i* de la situació *t* respecte a la situació *0*; és conegut com a *índex simple*.

Números índex complexos: números índex de magnituds diferents. Aquests poden ser ponderats (les diferents magnituds tenen diferents pesos) o no ponderats (totes les magnituds tenen el mateix pes). Els índexs no ponderats són un cas particular dels ponderats per als quals les ponderacions valen sempre 1. Sigui w_i el factor de ponderació associat al bé *i*, a continuació establim diferents números índex complexos:

Índex mitjana aritmètica de números índex simples: $\frac{\sum_{i=1}^{k} \frac{x_{it}}{x_{i0}} \cdot w_i}{k}$

Índex mitjana geomètrica de números índex simples: $\sqrt[\sum_{i=1}^{k} w_i]{\prod_{i=1}^{k} \left(\frac{x_{it}}{x_{i0}}\right)^{w_i}}$

Índex mitjana agregativa: $\frac{\sum_{i=1}^{k} x_{it} \cdot w_i}{\sum_{i=1}^{k} x_{i0} \cdot w_i}$

Índex de preus i de quantitats: Els números índex poden ser de qualsevol tipus de magnitud. Els més coneguts són els de preus i els de quantitats.

Es disposa de *k* béns. p_{it} és el preu del bé *i* en la situació *t* i q_{it} és la quantitat del bé *i* en la situació *t*. Se suposa que per a aquests béns els preus són sempre positius [$p_{it} > 0$ $\forall i$ i $\forall t$] i les quantitats no són mai negatives; com a mínim una és positiva [$q_{it} \geq 0$ $\forall i$ i $\forall t$ i $\forall\, t\, \exists\, i \,/\, q_{it} > 0$].

$P_{i0}^{t} = \frac{p_{it}}{p_{i0}}$ preu relatiu del bé *i* de la situació *t* respecte a la situació *0* (índex simple de preus).

$Q_{i0}^{t} = \frac{q_{it}}{q_{i0}}$ quantitat relativa del bé *i* de la situació *t* respecte a la situació *0* (índex simple de quantitats).

Algunes fórmules de càlcul de números índex complexos de preus i de quantitats

Índex de Laspeyres de preus: $L_p = \frac{\sum_{i=1}^{k} p_{it} \cdot q_{i0}}{\sum_{i=1}^{k} p_{i0} \cdot q_{i0}}$ de quantitats: $L_q = \frac{\sum_{i=1}^{k} p_{i0} \cdot q_{it}}{\sum_{i=1}^{k} p_{i0} \cdot q_{i0}}$

Índex de Paasche de preus: $P_p = \frac{\sum_{i=1}^{k} p_{it} \cdot q_{it}}{\sum_{i=1}^{k} p_{i0} \cdot q_{it}}$ de quantitats: $P_q = \frac{\sum_{i=1}^{k} p_{it} \cdot q_{it}}{\sum_{i=1}^{k} p_{it} \cdot q_{i0}}$

Índex de Fisher de preus: $F_p = \sqrt{L_p \cdot P_p}$ de quantitats: $F_q = \sqrt{L_q \cdot P_q}$

Índex de Edgeworth de preus: $E_p = \frac{\sum_{i=1}^{k} p_{it} \cdot (q_{i0} + q_{it})}{\sum_{i=1}^{k} p_{i0} \cdot (q_{i0} + q_{it})}$ de quantitats: $E_q = \frac{\sum_{i=1}^{k} q_{it} \cdot (p_{i0} + p_{it})}{\sum_{i=1}^{k} q_{i0} \cdot (p_{i0} + p_{it})}$

Propietats desitjables dels números índex de preus

- Existència: tot número índex ha de poder calcular-se i generar un valor positiu no nul.
- Identitat: a la situació base, el valor que pren el número índex és 1 en base 1 (o 100 en base 100).
- Inversió: si s'intercanvia la situació de referència i l'analitzada, l'índex resultant és l'invers de l'original.
- Circularitat: el producte de números índex de períodes en curs i base diferents és tal que els períodes en curs i base s'aparellin de dos en dos és igual a la unitat.
- Ciclicitat o circularitat modificada: el número índex per al període *t'* en base el període *0* es pot trobar a través del producte del número índex del període *t* en base *0* pel número índex del període *t'* en base *t*.
- Proporcionalitat en preus: *a*) corrents: si es multipliquen tots els preus corrents per una constant positiva, l'índex queda modificat pel valor de la constant; *b*) de referència: si es multipliquen tots els preus de referència per una constant positiva, l'índex queda modificat per l'invers del valor de la constant.
- Invariància enfront de canvis proporcionals de quantitats: si es multipliquen totes les quantitats corrents o les de referència per una constant positiva, l'índex no queda modificat.
- Invariància enfront de canvis en les unitats de mesura: si es canvien les unitats de mesura, el valor de l'índex no canvia.

Compliment de les propietats anunciades per part dels 4 índexs de preus descrits

	Laspeyres	*Paasche*	*Fisher*	*Edgeworth*
Existència	√	√	√	√
Identitat	√	√	√	√
Inversió	NO	NO	√	√
Circularitat	NO	NO	NO	NO
Ciclicitat	NO	NO	NO	NO
Proporcionalitat a canvis de preus proporcionals	√	√	√	√
Invariància enfront de canvis de quantitats proporcionals	√	√	√	NO
Invariància enfront de canvis en les unitats de mesura	√	√	√	√

Canvi de base: Una sèrie de números índex s'expressa sobre la base d'un determinat període de referència. Per canviar el període referència sense recalcular tot l'índex, s'aplica la propietat cíclica.

$$I_t^{t'} = \frac{I_0^{t'}}{I_0^t}$$

Si la fórmula de càlcul de números índex no compleix la propietat cíclica, el resultat obtingut és una aproximació del que s'hauria trobat calculant el valor del número índex a partir dels preus i les quantitats dels béns en els períodes *t'* i *t*.

Deflactació: Per desproveir una magnitud expressada en unitats monetàries corrents nominals del període *t* de l'efecte del canvi en els preus i passar a expressar aquesta magnitud en termes constants o reals del període 0, cal dividir aquesta magnitud per un deflactor del període *t* expressat en base període 0 (i multiplicar per 100 si el deflactor està expressat en base 100). Els números índex són deflactors. La sèrie de números índex escollida per deflactir una magnitud depèn de la naturalesa de la magnitud.

$x_{it}^{t'}$ és la magnitud del bé i en la situació *t* expressada en unitats monetàries constants del període *t'*.

$$x_{it}^0 = \frac{x_{it}}{I_0^t}$$

Taxes de variació

Taxa de variació absoluta: és la variació en unitats absolutes entre les dues situacions (*t* i *0*). S'obté restant la quantitat de la situació base (*0*) de la quantitat de la situació *t*.

Taxa de variació relativa: variació relativa entre les dues situacions (*t* i *0*) expressada en tant per 1 o, més usualment, en percentatge. Les taxes de variació es poden calcular a partir de magnituds i a partir de números índex.

6. Variables aleatòries

6.1 Definicions

Experiment aleatori: aquell experiment que repetint-lo en les mateixes condicions dóna un resultat no controlable (tirar un dau, llançar una moneda, extreure una papereta d'una urna en una rifa…).

Espai mostral: conjunt de tots els possibles resultats d'un experiment aleatori (espai mostral de tirar un dau: 1,2,3,4,5,6). Es representa com $\Omega = \{w_1, w_2, \ldots\ldots w_n\}$, on w_i fa referència al resultat possible *i*.

Resultat possible: cadascuna de les possibilitats d'un experiment aleatori, també anomenat *succés elemental* i representat per w_i.

Succés: qualsevol subconjunt de l'espai mostral. En l'exemple de tirar un dau, un succés seria per exemple «treure un número parell»: (parell= {2,4,6}).

- Succés segur: considerem com a subconjunt la totalitat del conjunt (Ω).
- Succés impossible: resultat que no pot ocórrer mai (ϕ).

Es diu variable aleatòria (X) a tota aplicació que associa a cada element de l'espai mostral (Ω) d'un experiment un número real.

$$X : \Omega \rightarrow \Re$$

Les variables aleatòries les podem classificar en *discretes*, si poden prendre un nombre finit o infinit numerable de valors, o *contínues*, si donat un interval (a,b) la variable pot prendre tots els valors compresos entre *a* i *b*.

6.2 Analisi inicial de variables aleatories (VA)

Variable aleatòria discreta

- *Funció de quantia d'una variable aleatòria discreta:* La funció de quantia d'una variable aleatòria discreta $f(x) : \Re \rightarrow [0,1]$ és aquella que associa una determinada probabilitat a cada valor de la variable aleatòria.

$$P : X \rightarrow [0,1]$$

D'aquesta manera, si la variable aleatòria X pren els valors (x_1, x_2,...x_n), la funció de quantia associa a cada (x_i) una probabilitat (p_i), sempre d'acord amb:

$$\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$$

Propietats de la funció de quantia

1) $f(x) = p(X = x) \geq 0$
2) $\forall x \notin \Re \quad f(x) = 0$
3) $\sum f(z) = 1 \;\; \forall z \in \Re$

- *Funció de distribució acumulativa*: Sigui X una variable aleatòria discreta els valors de la qual suposem ordenats de menor a major, anomenem funció de distribució acumulativa de la variable X la funció:

$$F(x) = p(X \leq x)$$
$$F : \Re \rightarrow [0,1]$$

La funció de distribució acumulativa associa a cada valor de la variable aleatòria la probabilitat acumulada fins a aquest valor.

Propietats de la funció de distribució acumulativa

1. $0 \leq F(X) \leq 1$
2. La funció de distribució acumulativa sempre és monòtona creixent:
$$\forall x, y \in \Re \mid x \leq y \rightarrow F(x) \leq F(y)$$
3. F és una funció escalonada.

Variable aleatòria contínua

- *Funció de densitat d'una variable aleatòria contínua:* Funció que proporciona el valor de la funció de distribució en x: $fx(x)$.

$$f_x(x) = \int_{-\infty}^{a} f_x(x)dx$$

Esperança d'una VA: ens dóna el valor «mitjà» d'una variable aleatòria. També es pot anomenar *valor esperat*.

- Esperança d'una variable aleatòria discreta:

$$\mu = E[x] = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot f(x_i) = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot p(x_i),$$ on $f(x_i)$ és la funció de quantia.

- Esperança d'una variable aleatòria contínua:

$$\mu = E[x] = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x) \cdot dx,$$ on $f(x)$ és la funció de densitat.

Variància d'una VA: Donada una variable aleatòria X, amb mitjana $E(x)=\mu$, es defineix la seva variància $Var(x)$ (també representada com σ^2) com:

$$Var(x) = \sigma^2(x) = E\left[(x-\mu)^2\right]$$

- Variància d'una variable aleatòria discreta:

$$Var(x) = \sigma^2(x) = \sum_{i=1}^{n} p_i \cdot (x_i - \mu)^2 \quad \text{on} \quad \mu = \sum_{i=1}^{n} x_i p(x_i)$$

- Variància d'una variable aleatòria contínua:

$$Var(x) = \sigma^2(x) = \int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^2 f(x) dx \quad \text{on} \quad \mu = \int_{-\infty}^{\infty} x ? f(x) dx$$

Desviació típica o estàndard d'una variable aleatòria: La desviació estàndard és l'arrel quadrada positiva de la variància. La seva importància recau en el fet que és un dels paràmetres de dispersió més utilitzats.

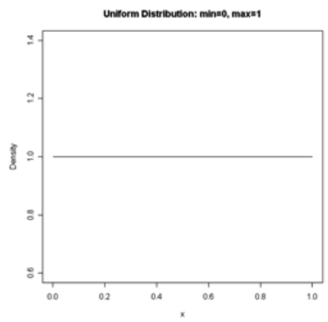
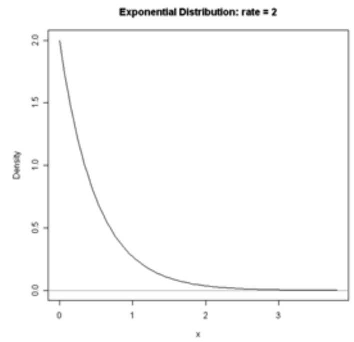
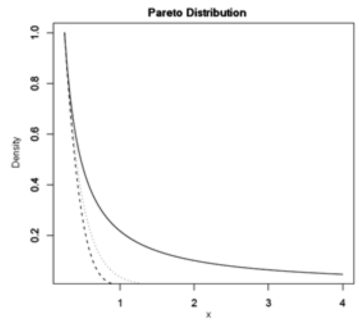
$$\sigma(x) = +\sqrt{\sigma^2(x)}$$

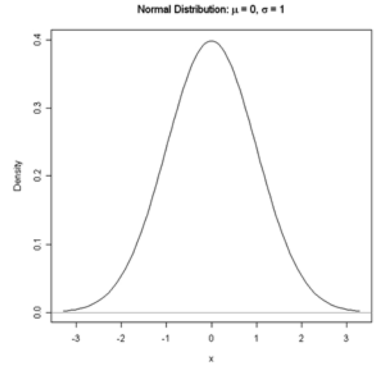
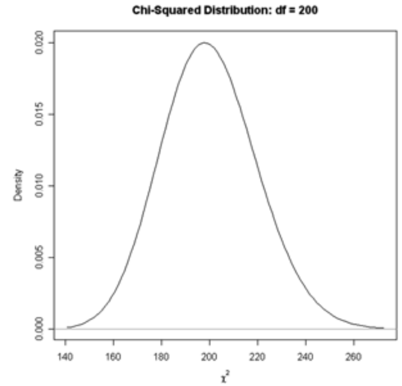
Tipificació d'una variable aleatòria: Donada una VA, amb esperança $E(x)=\mu$ i variància $Var(x)=\sigma^2$, podem definir una nova variable aleatòria (y), que es coneix com a *variable tipificada*, que té les característiques de $E(y)=0$ i $Var(y)=1$.

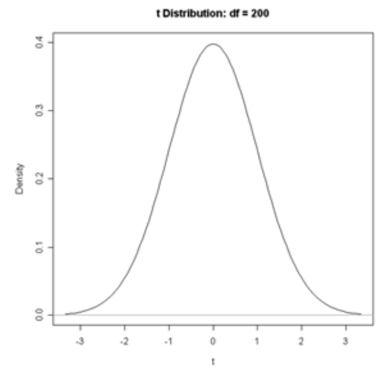
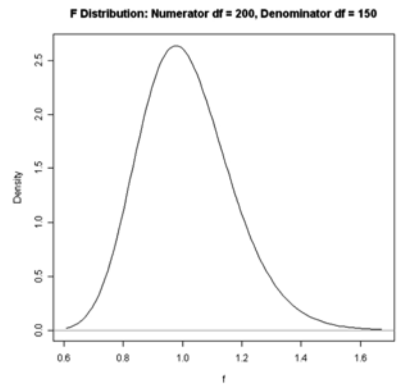
$$y = \frac{x-\mu}{\sigma}$$

6.3 Models de distribució de probabilitat

Distribucions discretes	*Descripció*	*Funció quantia*	E(X)	*Var (x)*
Uniforme discreta	Els resultats de l'espai mostral presenten la mateixa probabilitat.	$p(x_i)=\frac{1}{n}$	$E(x)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i$	$\sigma^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2$
Dicotòmica	Pren dos valors (*a* i *b*), èxit i fracàs, amb diferent probabilitat.	$p(a)=p_0$ $p(b)=1-p_0$	$E(x)=p_0\cdot a+(1-p_0)\cdot b$	$\sigma^2=p_0(1-p_0)(a-b)^2$
Bernoulli	Cas especial de dicotòmica. Èxit=valor 1; Fracàs = valor 0	$p(x=0)=1-p_0$ $p(x=1)=p_0$	$E(x)=p_0$	$\sigma^2=p_0(1-p_0)$
Binomial	Bernoulli repetida *n* vegades.	$\sum_{j=0}^{n}\binom{n}{j}p_0^{\,j}(1-p_0)^{n-j}$	$E(x)=n\cdot p_0$	$\sigma^2=n\cdot p_0(1-p_0)$
Geomètrica o de Pascal	Bernoulli repetida fins que s'obté el resultat èxit.	$(1-p_0)^{j-1}p_0$	$E(x)=\frac{1}{p_0}$	$\sigma^2=\frac{1-p_0}{p_0^{\,2}}$
Hipergeomètrica	Model adequat per fer mostreigs aleatoris sense reemplaçament. Cas d'extracció de boles d'una urna. K= nombre de boles de la característica desitjada. N = nombre total de boles n = nombre d'extraccions j = $f_x(0), f_z(1),\ldots$ (èxits)	$\frac{\binom{K}{j}\binom{N-K}{n-j}}{\binom{N}{n}}$	$E(x)=n\cdot\frac{K}{N}$	$\sigma^2=n\cdot\frac{K}{N}\left(1-\frac{K}{N}\right)\left(\frac{N-n}{N-1}\right)$
Poisson	Expressa la probabilitat que tingui lloc un determinat nombre de successos durant un cert període de temps.	$f_x(x,\lambda)=\frac{e^{-\lambda}\cdot\lambda^x}{x!}$	$E(x)=\lambda$	$\sigma^2=\lambda$

Distribucions contínues	*Descripció*	*F. Densitat*	*E(X) i VAR(X)*	*Representació Funció Densitat*
Uniformement contínua (o rectangular)	És una distribució de probabilitat on tots els punts de l'interval tenen la mateixa probabilitat.	$\begin{cases} \left(\frac{1}{b-a}\right) & \forall x \in [a,b] \\ 0 & \forall x \notin [a,b] \end{cases}$	$E(x) = \frac{a+b}{2}$ $\sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12}$	
Exponencial	És l'equivalent continu de la distribució geomètrica discreta.	$0 \quad \forall x \leq 0$ $\lambda \cdot e^{-\lambda x} \quad \forall x > 0$	$E(x) = \frac{1}{\lambda}$ $\sigma^2 = \frac{1}{\lambda^2}$	
Pareto	És la distribució de Bradford aplicada a l'economia.	$\begin{cases} 0 & \forall x \leq a \\ \frac{\alpha \cdot a^{\alpha}}{(x)^{\alpha+1}} & \forall x > a \end{cases}$	$\alpha > 1 \rightarrow E(x) = \frac{\alpha \cdot a}{\alpha - 1}$ $\alpha \leq 1 \rightarrow Inexistent$ $\alpha > 2 \rightarrow \sigma^2 = \frac{\alpha \cdot a^2}{(\alpha-2)(\alpha-1)^2}$ $\alpha \leq 2 \rightarrow Inexistent$	

Distribucions contínues	*Descripció*	*F. Densitat*	*E(X) i VAR(X)*	*Representació Funció Densitat*
Normal	Es tracta de la distribució de probabilitat que amb més freqüència apareix en fenòmens reals.	$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{\left[\frac{-1}{2}\cdot\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]}$	$E(x) = \mu$ $\sigma^2 = \sigma^2$	
khi quadrada	És una funció gamma d'Euler (Γ) amb paràmetres $\alpha = \frac{n}{2}$ i $\lambda = \frac{1}{2}$	$\begin{cases} 0 & \forall x \le 0 \\ \frac{1}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)\cdot 2^{\left(\frac{n}{2}\right)}} \cdot x^{\frac{n}{2}-1} \cdot e^{\frac{-x}{2}} & \forall x > 0 \end{cases}$	$E(x) = n$ $\sigma^2 = 2n$	

Distribucions contínues	*Descripció*	*F. Densitat*	*E(X) i VAR(X)*	*Representació Funció Densitat*
t de Student	Combinació de distribució normal (z) i khi quadrada (y) amb n graus de llibertat, de la manera següent: $t = \frac{z}{+\sqrt{\frac{y}{n}}}$	$\frac{\Gamma\left[\frac{n+1}{2}\right]}{\sqrt{\pi n}\cdot\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}\cdot\left[1+\left(\frac{t^2}{n}\right)\right]^{-\frac{n+1}{2}}$	$E(x)=0$ $\sigma^2=\frac{n}{n-2}$	
F-Fisher	Combinació de distribucions khi quadrada (u) i (v) amb graus de llibertat (m) i (n) respectivament. Concretament: $F=\frac{\frac{u}{m}}{\frac{v}{n}}$	$0 \quad \forall x\leq 0$ $\frac{\Gamma\left[\frac{m+n}{2}\right]m^{\left(\frac{m}{2}\right)}n^{\left(\frac{n}{2}\right)}}{\Gamma\left(\frac{m}{2}\right)\cdot\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}\cdot x^{\frac{m-2}{2}}\cdot(n+mx)^{-\frac{m+n}{2}} \quad \forall x>0$	$E(x)=\frac{n}{n-2}$ $\sigma^2=\frac{n^2(2n+2m-4)}{m(n-2)^2(n-4)}$	

7. Nocions bàsiques de matemàtica financera[6]

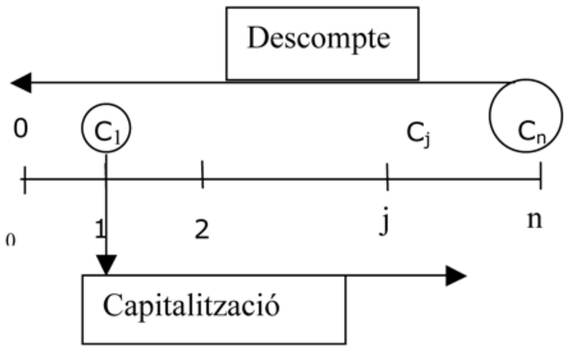
Homogeneïtzació de fluxos: les quantitats monetàries (C_j) que estan situades en diferents moments temporals (T) no són comparables directament. Per tal de fer aquesta comparació, aquestes quantitats s'han de descomptar o capitalitzar a un moment temporal concret utilitzant un factor financer.

Descompte: consisteix a determinar l'equivalent passat d'una quantitat monetària.

Capitalització: consisteix a determinar l'equivalent futur d'una quantitat monetària.

Factor financer: llei matemàtica que permet establir l'equivalència entre unitats monetàries que es troben en diferents moments temporals.

Gràficament



7.1 Règims financers

El conjunt d'expressions (o factors financers) que s'utilitzen per realitzar operacions financeres i valoració de quantitats monetàries reben el nom de *règims financers*. En aquest punt utilitzarem la nomenclatura següent:



Podem classificar els règims financers en:

1. Règims financers pràctics: expressions que encara que no presenten totes les característiques desitjables per a un factor financer són utilitzades per intercanviar quantitats monetàries. Es caracteritzen per ser utilitzades per a operacions a curt termini.

a) Interès simple vençut (i): s'utilitza en cessions de diner durant un període curt de temps al final del qual es cobra l'interès.

6 Aquest material ha estat redactat a partir d'un document de la Dra. Carmen Molina.

$$C' = C[1 + i(T' - T)]$$

b) Interès simple anticipat (i): s'utilitza en cessions de diner durant un període curt de temps al principi del qual es cobra l'interès.

$$C = C'[1 - i(T' - T)]$$

c) Descompte simple o comercial (d): s'utilitza quan s'anticipa ara una quantitat de diners disponible en un futur, operació que genera un interès al principi.

$$C = C'[1 - d(T' - T)]$$

d) Descompte matemàtic o racional (d): s'utilitza quan s'anticipa ara una quantitat de diners disponible en un futur, operació que genera un interès al final.

$$C' = C[1 + d(T' - T)]$$

2. *Règims financers racionals:* expressions que presenten totes les característiques desitjables per a un factor financer i que són utilitzades per intercanviar quantitats monetàries. Es caracteritzen per ser utilitzades per a operacions a llarg termini.

a) Interès compost (I_m): s'utilitza en cessions de diner durant un període llarg de temps al final del qual es cobra l'interès.

$$C' = C[1 + I_m]^{(T'-T))}$$

L'interès compost té una periodicitat (p) que s'ha de respectar i tenir en compte a l'hora de fer descomptes i capitalitzacions. Si considerem que ($m=1/p$) és la freqüència de capitalització, aleshores la relació entre tipus d'interès nominal (i_m) i efectiu (I_m) es pot definir com:

$$I_m = \frac{i_m}{m}$$

A més, l'expressió per canviar de freqüències de capitalització entre tipus d'interès efectius és la següent:

$$(1+\mathrm{I}_m)^m = (1+I_n)^n$$

b) Descompte compost (D_m): s'utilitza quan s'anticipa ara una quantitat de diners disponible en un futur a llarg termini, bestreta per la qual es paga un interès.

$$C = C'[1 - D_m]^{(T'-T)}$$

El descompte compost té una periodicitat (p) que s'ha de respectar i tenir en compte a l'hora de fer descomptes i capitalitzacions. Si considerem que ($m=1/p$) és la

freqüència de capitalització, aleshores les relacions entre tipus de descompte nominal (d_m) i efectiu (D_m), i entre tipus de descompte efectius de diferent freqüència són:

$$D_m = \frac{d_m}{m}$$
$$(1 - D_m)^m = (1 - D_n)^n$$

7.2 Rendes financeres

Renda financera: Conjunt de capitals financers (C_j), també anomenats *termes*, amb venciments periòdics (t_j) que es representa de la manera següent:

$(C_1, t_1)(C_2, t_2)...(C_j, t_j)(C_n, t_n)$ i que tenen la característica $t_2-t_1=t_3-t_2=...=t_n-t_{n-1}=p$ constant, on (p) és la periodicitat de la renda (anual, semestral, etc.).

Classificació de rendes

a) Rendes vençudes (les quantitats es fan efectives al final del període) i anticipades (a l'inici).

b) Rendes immediates (es comencen a pagar des de l'inici) o diferides (es paguen uns períodes després).

c) Rendes perpètues (infinites) o temporals (duren uns períodes determinats)

d) Rendes constants (el terme sempre és el mateix) o variables (el terme canvia).

e) Renda fraccionada, que es caracteritza perquè la seva freqüència no coincideix amb la freqüència de variació del terme de la renda (un treballador cobra una renda mensual que varia anualment). En aquest tipus de renda es pot distingir una renda principal (que varia cada *k* períodes) i una auxiliar (renda de menor freqüència).

Valor actual (V_0): valor de la renda a l'inici (moment zero).

Valor final (V_n): valor de la renda al final (moment *n*). El valor final està relacionat amb l'inicial de la manera següent: $V_n=(1+I_m)^n V_0$

Valor actual d'una renda unitària, temporal de *n* termes, vençuda i immediata ($a_{n\neg I_m}$):

$$a_{n\neg I_m} = \frac{1-(1+I_m)^{-n}}{I_m}$$

Valor final d'una renda unitària, temporal de *n* termes, vençuda i immediata ($S_{n\neg I_m}$):

$$S_{n\neg I_m} = \frac{(1+I_m)^n - 1}{I_m}$$

Descripció renda	*Valor actual*	*Valor final*
Constant, immediata, temporal i vençuda	$V_0 = C\sum_{j=1}^{n}\frac{1}{(1+I_m)^j} = C\cdot a_{n\neg I_m}$	$V_n = C\sum_{j=1}^{n}(1+I_m)^{n-j} = C\cdot S_{n-I\,m}$
Constant, perpètua i vençuda	$V_0 = C\cdot\frac{1}{I_m}$	No existeix
Temporal, variable en progressió geomètrica	$V_0 = C\cdot\frac{1-q^n\cdot(1+I_m)^{-n}}{1+I_m-q} \quad si\,q\neq 1+I_m$ $V_0 = \frac{n\cdot C}{1+I_m} \quad si\,q = 1+I_m$	$V_n = C\cdot\frac{(1+I_m)^n-q^n}{1+I_m-q} \quad si\,q\neq 1+I_m$ $S_n = C\cdot n\cdot(1+I_m)^{n-1} \quad si\,q = 1+I_m$
Perpètua, variable en progressió geomètrica	$V_0 = \frac{C}{1+I_m-q} \quad si\,q < (1+I_m)$	No existeix
Temporal, variable en progressió aritmètica	$V_0 = \left(C_1+\frac{h}{I_m}+n\cdot h\right)\cdot a_{n\neg I_m} - \frac{n\cdot h}{I_m}$	$V_n = (1+I_m)^n\cdot\left[\left(C_1+\frac{h}{I_m}+n\cdot h\right)\cdot a_{n\neg I_m} - \frac{n\cdot h}{I_m}\right]$
Perpètua, variable en progressió aritmètica	$V_0 = \frac{C_1}{I_m}+\frac{h}{I_m{}^2}$	No existeix
Fraccionada, variable en progressió aritmètica	$V_0^{Fracc} = \underbrace{\frac{I_m}{I_{m'}}}_{\text{Correcció per fraccionament}} \cdot \underbrace{C_1\cdot\left[\frac{1-q^n\cdot(1+I_m)^{-n}}{1+I_m-q}\right]}_{\text{Valor actual d'una renda variable en progressió geomètrica}}$	$V_n^{Fracc} = V_0^{Fracc}\cdot(1+I_m)^n$
Fraccionada, variable en progressió geomètrica	$V_0^{Fracc} = \underbrace{\frac{i_m}{i_{m'}}}_{\text{Correcció per fraccionament}} \underbrace{\left(C_1+\frac{h}{I_m}+n\cdot h\right)\cdot\frac{1-(1+I_m)^{-n}}{I_m} - \frac{n\cdot h}{I_m}}_{\text{Valor actual d'una renda variable en progressió aritmètica}}$	$V_n^{Fracc} = V_0^{Fracc}\cdot(1+I_m)^n$

7.3 TAE

Taxa anual equivalent (TAE) [(Circular 8/90, 13/93 i 5/94 del Banc d'Espanya)]: mesura homogènia de cost o rendibilitat d'una operació. Presenta dues característiques: *a*) és el tant d'interès efectiu anual que fa equivalents prestacions i contraprestacions d'una operació financera; *b*) considera les despeses i comissions que preveu la normativa inherent a l'operació financera. És, per tant, una taxa interna de rendibilitat (TIR) aplicada en unes condicions i sota una normativa concreta.

$$\sum_{t=1}^{n} E_t \cdot (1+I_m)^{-t} = \sum_{p=1}^{m} R_p \cdot (1+I_m)^{-p}$$

E_t: efectius entregats en cada moment *t*
R_p: quantitats rebudes en cada moment *p*
I_m: tant per u efectiu relatiu al període de temps escollit per expressar els *t* i *p* períodes en números enters.

$TAE = (1 + I_m)^m - 1$

L'objectiu principal d'aquest llibre és posar a disposició dels estudiants d'Economia, Finances, Administració i Direcció d'Empreses i titulacions afins un material de consulta en català que inclogui els elements clau de la gestió de carteres de renda variable. Així, en aquestes pàgines es pot trobar una introducció senzilla i breu, que fuig d'una excessiva matematització, de conceptes tan essencials en finances com inversió, rendibilitat, risc, diversificació o construcció de carteres.